

وزارة التربية والتعليم

المديرية العامة للتربية والتعليم بمحافظة شمال الباطنة

دائرة تنمية الموارد البشرية - قسم العلوم التطبيقية - وحدة الرياضيات

كراسة تدريبية

الصف : الحادي عشر

المادة: الرياضيات البحتة

الوحدة: هندسة الفضاء

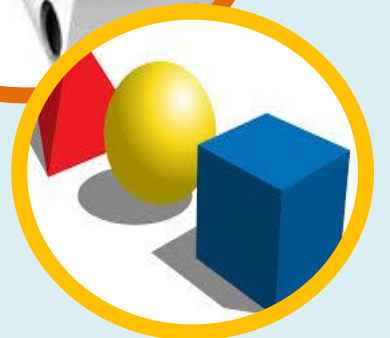
فريق العمل :

بدرية بنت سالم الحراسي مشرفة رياضيات

معلمات الرياضيات بمدرسة مريم ابنت عمران

معلمات الرياضيات بمدرسة أسماء بنت عمرو الأنصارية

العام الدراسي ٢٠١٥ / ٢٠١٦ م



الفهرس

الموضوع	الصفحة
المقدمة	٢
التعلم القلي للوحدة	٣
الدرس الأول: هندسة الفضاء	٨-٥
الدرس الثاني: الفراغ (الفضاء)	١٣-٩
الدرس الثالث: الاحداثيات في ثلاثة أبعاد	٣١-١٤

المقدمة:

الحمد لله الذي علم بالقلم، علم الإنسان مالم يعلم والصلاة والسلام على النبي الأكرم الذي لم يكتب بقلم وقاد الأمة لأعلى المراتب والقمم.

يعتبر التدريب من الطرق الفاعلة في تحسين ورفع التحصيل الدراسي للطلبة، فهو الوسيلة الرئيسة لتعلم المهارة واكتسابها وتطويرها، كما أن التدريب الموزع على فترات والمتواصل يساعد على بقاء جزء كبير من المعلومات السابقة ويساعد الطالب على فهم الأفكار والمفاهيم فهما واعيا مما يحقق الدقة ويزيد الكفاءة ويجنب الأخطاء، فمثلا يمكن أن يتعلم الطالب كيفية إجراء القسمة المطولة عن طريق تقليد أستاذة ولكن من خلال التدريب والممارسة يمكنه أن يحسن من قدرته على إجراء القسمة المطولة ويصبح قادرا على إيجاد الحل الصحيح بسرعة ودقة وإتقان. لذا فإن التدريب يعزز من ثقة الطالب بنفسه ويزيد الدافعية لديه ويطور اتجاهاته الإيجابية نحو التعلم.

وتأكيدا على ما سبق تم اعداد كراسة الطالب التدريبية بحيث تشتمل على ما يلي:

١-ملخص لكل موضوع من مواضيع الوحدة

٢-جميع أسئلة الاختبارات الموضوعية والمقالية المتوفرة في البوابة التعليمية (زاويتي).

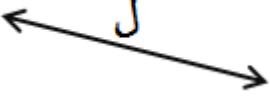
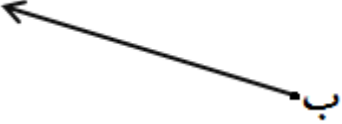
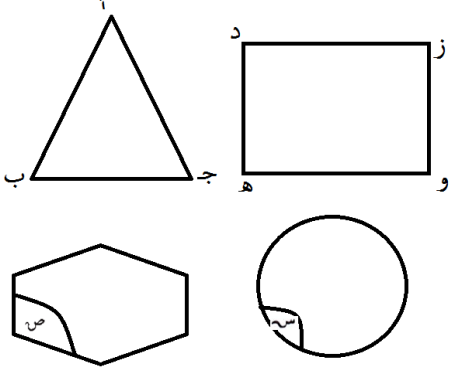
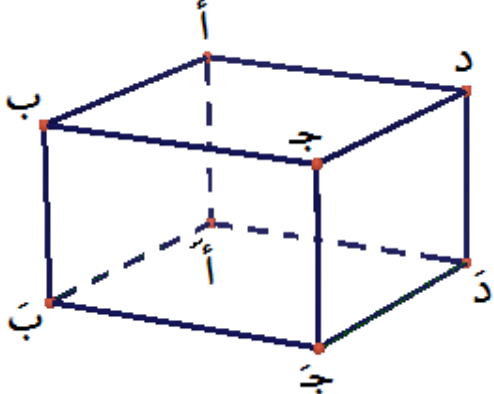
٣-دليل لإجابة الأسئلة الموضوعية والمقالية

سائلين الله تعالى أن ينفعنا بما علمنا وأن يعلمنا ما ينفعنا، والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.

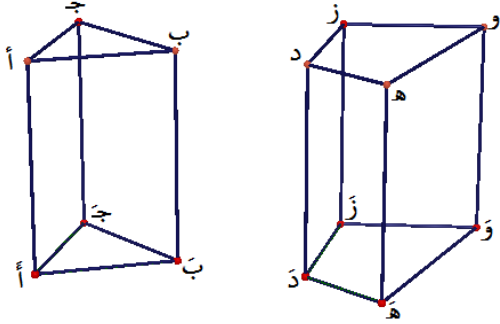
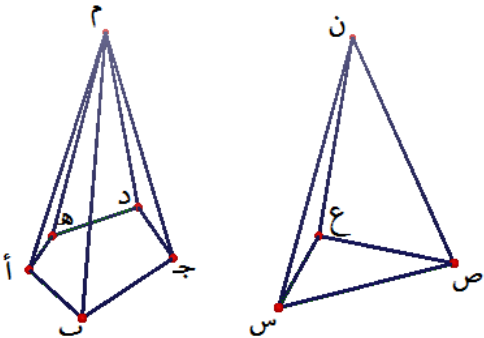
مشرفة المادة : الأستاذة بدرية الحراصي

التعلم القبلي لوحدة هندسة الفضاء (من الدليل الإرشادي لتدريس وحدة هندسة الفضاء والتي تم اعدادها في وحدة الرياضيات بشمال الباطنة ٢٠١٤م)

أولاً: مفاهيم أساسية في وحدة هندسة الفضاء:

المفهوم	التعريف	رسم توضيحي
النقطة	عنصر افتراضي في الفضاء ويعبر عنه بآثر موضع سن القلم، وليس لها أبعاد	
المستقيم	عدد لا نهائي من النقاط على استقامة واحدة ويمتد من الجهتين إلى المالا نهائية، وليس له طول محدد	
الشعاع	(نصف مستقيم) عدد لا نهائي من النقاط على استقامة واحدة وله نقطة بداية وليس له نقطة نهاية، يمتد إلى المالا نهائية من جهة واحدة، وليس له طول محدد	
القطعة المستقيمة	(جزء من مستقيم) عدد لا نهائي من النقاط على استقامة واحدة محددة من الجهتين، ولها طول محدد	
المستوى	مفهوم هندسي لسطح مستوي لا حدود له ينطبق عليه المستقيم في جميع أوضاعه، يمكن تمثيله بشكل مغلق ويرمز له بحرف واحد مثل 'س'، أو ثلاثة حروف على الأقل على جوانب الشكل	
الفراغ	مجموعة غير منتهية من النقاط شاملة لجميع النقاط والمستقيمات والمستويات والمجسمات الموجودة في هذا الكون، ويمكن تمثيله بمجسم مثل المنشور أو الهرم أو الكرة	

المُسَلَّمة	حقيقة لا تحتاج إلى برهان	لا يوجد

المفهوم	التعريف	رسم توضيحي
هندسة الفضاء		لا يوجد
المنشور		
الهرم		

الدرس الأول : هندسة الفضاء

أهداف الدرس:

- ١- تعريف المستوى
- ٢- حالات تعيين مستقيم
- ٣- حالات تعيين المستوى

تعريف:

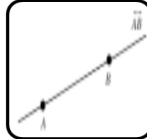
*المستوى هو سطح لا حدود له بحيث أن المستقيم المار بأي نقطتين يقع بأكمله على ذلك السطح.

يرمز للمستوى بحرف واحد مثل س أو ثلاثة أحرف على الأقل على جوانب الشكل مثل أ ب ج

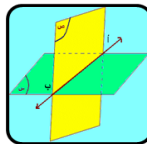
*أمثلة على أسطح مستوية (سطح الطاولة ، السبورة ، السقف)

*أمثلة على أسطح غير مستوية (الكرة ، قبة المسجد)

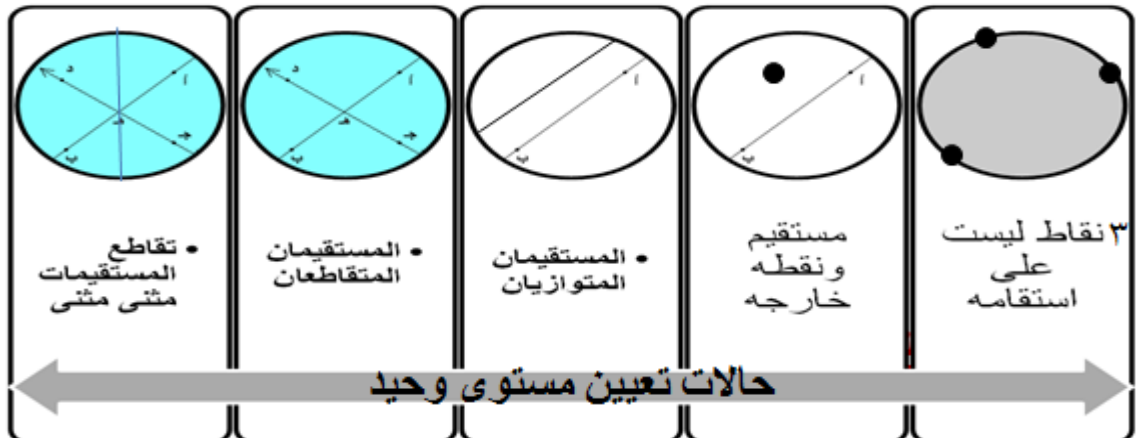
حالات تعيين المستقيم (ويكون وحيدا)



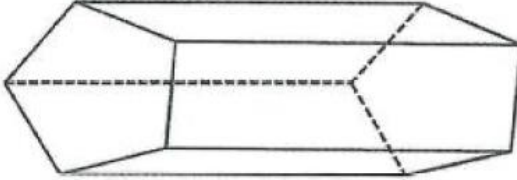
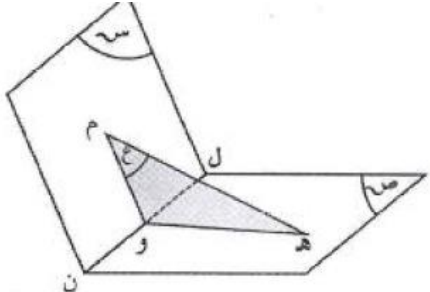
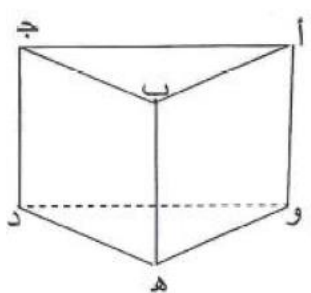
- بنقطتين مختلفتين على الأقل (مسلمه ١)



- عند تقاطع مستويات في نقطة فإنهما يشتركان في مستقيم (نظريه ٣)



ثانيا الأسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	ا إذا كان P ، ب نقطتان مختلفتان في الفضاء، فما عدد المستقيمات التي يمكن أن تمر بهما؟ (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) عدد لا نهائي
٢	كم عدد المستويات التي تحددها ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة؟ (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣
٣	ا كم عدد المستويات في الشكل الذي أمامك ؟  (أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٩
٤	في الشكل المقابل، $س \cap ص = ع$  (أ) {م} (ب) {و} (ج) $\overline{لن}$ (د) $\overline{م هـ}$
٥	كم مستوى يمكن رسمه من أربع نقاط منها ثلاث على استقامة واحدة ؟ (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
٦	من الشكل المقابل ، فيم يتقاطع المستويان أب ج ، و أب هـ ؟  (أ) $\overleftrightarrow{أ ب}$ (ب) $\overleftrightarrow{أ و}$ (ج) $\overleftrightarrow{و هـ}$ (د) $\overleftrightarrow{ب هـ}$

٧	كم مستقيماً يمكن رسمه من خمس نقاط مستوية، منها أربع على استقامة واحدة؟ (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٧
٨	٤) "سطح لا حدود له حيث أن المستقيم المار بأي نقطتين فيه يقع بأكمله على ذلك السطح" ما المفهوم الهندسي الذي تعبر عنه العبارة السابقة؟ (أ) نقطة (ب) مستقيم (ج) مستوى (د) فراغ

ثالثاً: الأسئلة المقالية

م	السؤال
١	في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{AB}$ مستقيم معلوم، ج نقطة خارجة عنه. أجب عما يلي: (١) كم عدد المستويات التي تمر بالمستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ ، والنقطة ج؟ (٢) كم عدد المستويات التي تمر بالنقطتين ب، ج؟ (٣) إذا رسم المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ ، فكم عدد المستويات التي يحددهما $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{AJ}$ ؟
٢	الشكل المقابل يمثل هرمأ سداسياً قائماً منتظماً (١) مع ثلاثة مستقيمت تتلاقى في النقطة ج (٢) اذكر خط التقاطع بين المستوى م س هـ ، المستوى ل ب ج د هـ و

رابعاً : دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

أولاً: الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
البديل الصحيح	أ	ب	ج	ب	أ	أ	ج	ج

ثانياً: الأسئلة المقالية

م	الإجابة						
١	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">١</td><td style="width: 50%; text-align: center;">مستوى وحيد / أو / مستوى واحد فقط</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">٢</td><td style="text-align: center;">عدد لا نهائي من المستويات</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">٣</td><td style="text-align: center;">مستوى وحيد / أو / مستوى واحد فقط</td></tr> </table>	١	مستوى وحيد / أو / مستوى واحد فقط	٢	عدد لا نهائي من المستويات	٣	مستوى وحيد / أو / مستوى واحد فقط
١	مستوى وحيد / أو / مستوى واحد فقط						
٢	عدد لا نهائي من المستويات						
٣	مستوى وحيد / أو / مستوى واحد فقط						
٢	$\longleftrightarrow$ ب ج ، $\longleftrightarrow$ د ه ، $\longleftrightarrow$ م ج $\longleftrightarrow$ د ه						

الدرس الثاني : الفراغ (الفضاء)

أهداف الدرس :

تعريف الفضاء

- علاقة مستقيم مع مستقيم
- علاقة مستقيم مع مستوى
- علاقة مستوى مع مستوى

الفراغ (الفضاء) : مجموعة غير منتهية من النقاط ويحتوي على كل ما ن فكر فيه من أجسام ومستويات أو خطوط مستقيمة

مسلمه (٣) : يتحدد الفراغ بأربع نقاط غير مستويه (لا تقع في نفس المستوى)

نشاط : (١) ما أقل عدد من النقاط التي تحدد المستوى

(٢) ما أقل عدد من النقاط يمكن أن تحدد الفضاء

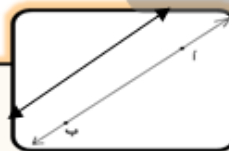
العلاقة بين مستقيمين في الفضاء

إذا لم يقع في نفس المستوى

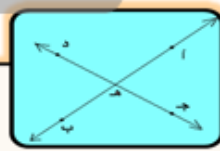
إذا وقع في نفس المستوى



متخالفين



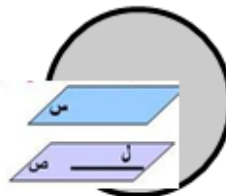
متوازيين



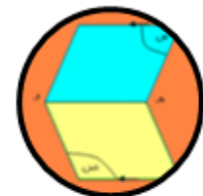
متقاطعين



المستويان منطبقان



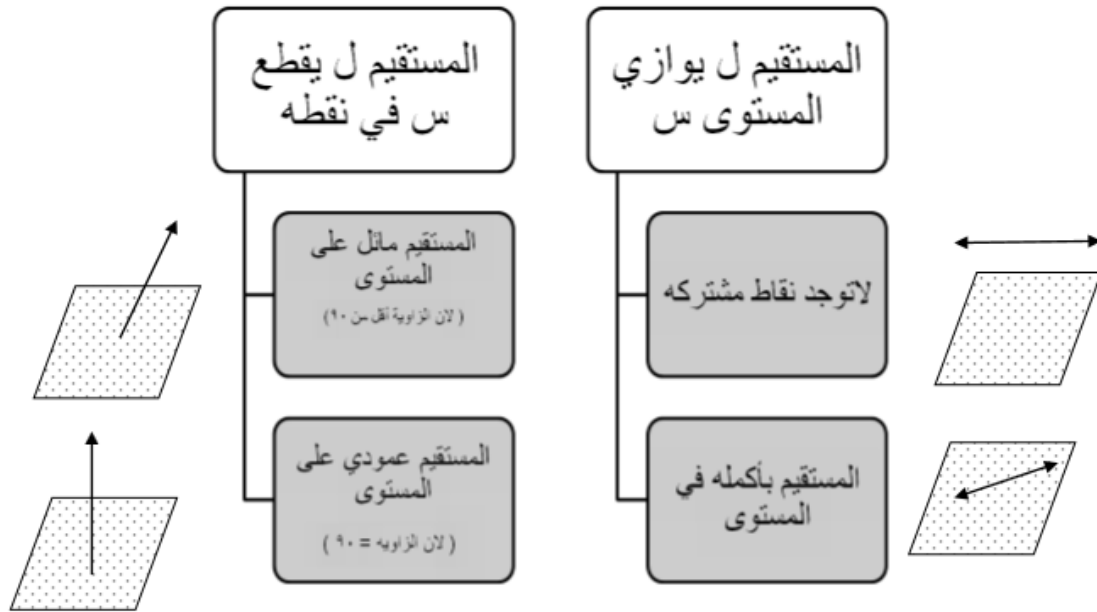
المستويان متوازيان



المستويان متقاطعان

العلاقة بين مستويين في الفضاء

الامواضاع المختلفة لعلاقة مستقيم بمستوى



نتيجة

- اذا وازى مستقيم مستوى فإن المستقيم لا يوازي كل مستقيم في المستوى

تعريف مهم

- يقال لمستقيم أنه عمودي على مستوى اذا كان عموديا على كل مستقيم في المستوى أي إذا كان

نظرية ٤

- المستقيم العمودي على مستقيمين غير متوازيين في المستوى يكون عموديا على المستوى

نتيجة

- المستقيم الذي يوازي مستقيم معامد لمستوى يكون عموديا على المستوى

ثانيا الأسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	في الشكل المقابل، أي مما يلي يمثل مستقيمين متخالفين؟ (أ) $\overleftrightarrow{AD}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ (ب) $\overleftrightarrow{AD}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ (ج) $\overleftrightarrow{DC}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ (د) $\overleftrightarrow{DC}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$
٢	أي من المستقيمات التالية تخالف $\overleftrightarrow{HL}$ في الشكل المقابل؟ (أ) $\overleftrightarrow{SL}$ (ج) $\overleftrightarrow{LE}$ (ب) $\overleftrightarrow{SE}$ (د) $\overleftrightarrow{HS}$
٣	(أ) مستقيمان متقاطعان (ب) مستوى و نقطة خارجة عنه (ج) مستقيمان متوازيان (د) مستوى ونقطة تنتمي إليه

ثالثاً: الأسئلة المقالية

م	السؤال
١	من الشكل المقابل: (١) سم مستقيم يوازي $\overleftrightarrow{BB'}$ (٢) سم مستقيم يخالف $\overleftrightarrow{BB'}$ (٣) سم مستوى يتقاطع مع المستوى SS' في PS
٢	إذا كان الشكل المقابل يمثل شبه مكعب، أجب عمايلي: (١) اذكر مستويين متقاطعين مع المستوى P ب JD. (٢) اذكر مستقيمين يوازيان المستقيم DA

رابعاً : دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

أولاً: الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	١	٢	٣
البديل الصحيح	أ	ب	ب

ثانياً: الأسئلة المقالية

م	الإجابة
١	$\longleftrightarrow$ $\longleftrightarrow$ $\longleftrightarrow$ $\text{س س} , \text{ج ج} , \text{م م}$ <u>ملاحظة: يكتفى بذكر مستقيم واحد فقط</u> $\longleftrightarrow$ $\longleftrightarrow$ $\longleftrightarrow$ $\longleftrightarrow$ $\text{س س} , \text{م م} , \text{س ج} , \text{م ب}$ <u>ملاحظة: يكتفى بذكر مستقيم واحد فقط</u> م ب ج س
٢	$\text{م م ب ب} , \text{م م د د} , \text{ب ب ج ج}$ <u>ج ج د د (المطلوب زوجين فقط)</u> $\text{م ب} , \text{م ب} , \text{ج د}$

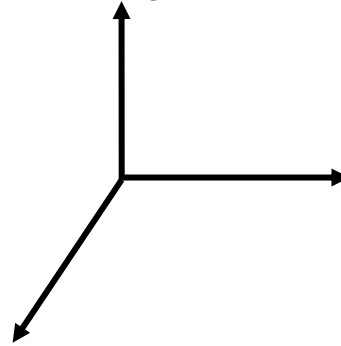
الدرس الثالث : الاحداثيات في ثلاثة أبعاد

أهداف الدرس:

- ١- إيجاد احداثيات نقطة ممثلة في النظام الاحداثي ثلاثي الابعاد
- ٢- تمثيل نقطة في النظام الاحداثي ثلاثي الابعاد
- ٣- إيجاد المسافة بين نقطتين في الفضاء
- ٤- إيجاد احداثيات منتصف القطعة المستقيمة في الفضاء
- ٥- إيجاد مسقط نقطة على مستقيم او على مستوى
- ٦- إيجاد مسقط مستقيم بأوضاعه المختلفة (عمودي ، افقي ، مائل) على مستوى
- ٧- إيجاد الزاوية الزوجية

المنطقة	تتكون من جميع النقاط على الصورة
المستوى س ص	(س ، ص ، ٠)
المستوى س ع	(س ، ٠ ، ع)
المستوى ص ع	(٠ ، ص ، ع)
المستوى س	(٠ ، ٠ ، س)
المستوى ص	(٠ ، ص ، ٠)
المستوى ع	(٠ ، ٠ ، ع)

معلومه مهمة : أي نقطة يتم تمثيلها في النظام الاحداثي الثلاثي الأبعاد تكون على الصورة (س ، ص ، ع)



المسافة بين النقطتين $\sqrt{(س_١ - س_٢)^2 + (ص_١ - ص_٢)^2 + (ع_١ - ع_٢)^2}$:

$$\text{البعد} = \sqrt{(س_١ - س_٢)^2 + (ص_١ - ص_٢)^2 + (ع_١ - ع_٢)^2}$$

احداثيات منتصف المسافة بين النقطتين (س١ ، ص١ ، ع١) (س٢ ، ص٢ ، ع٢)

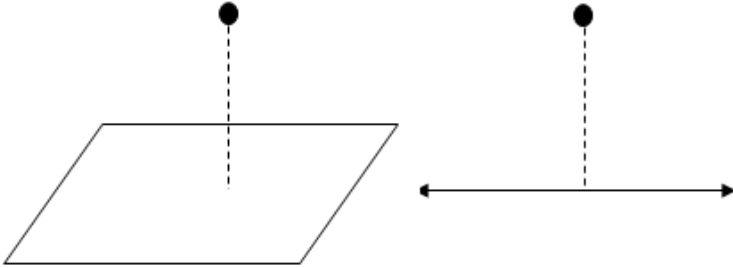
$$\text{هي : } \frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} ، \frac{ع_١ + ع_٢}{٢}$$

المساقط العمودية

أولاً: مسقط نقطة على مستقيم أو مستوى

المسقط العمودي لنقطة على مستقيم أو مستوى هو : موقع العمود النازل من النقطة على المستقيم أو المستوى

وفي هذه الحالة عبارة عن نقطة



ثانياً: مسقط قطعة مستقيمة على مستوى

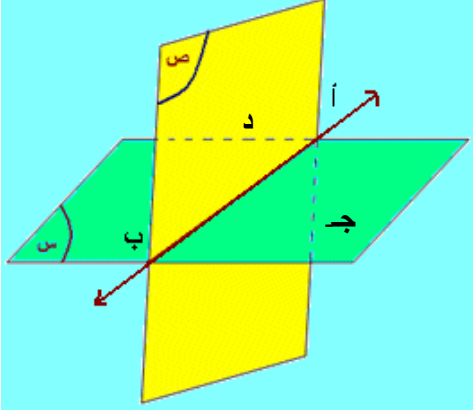
أ ب مائلة على س فيكون مسقط أ ب هو أ ب $أ ب < أ ب$	أ ب $\perp$ س فيكون مسقط أ ب هو نقطة لتكن ن
أ ب قاطعة للمستوى س في نقطة جـ فيكون مسقط أ جـ هو أ جـ، أ جـ < أ جـ ومسقط جـ ب هو جـ ب، جـ ب < جـ ب بالتالي أ ب < أ ب	أ ب $\parallel$ س فيكون مسقط أ ب هو أ ب $أ ب = أ ب$

عكس النظرية : إذا رسم مستقيم مائل على مستوى وكان مسقطه على المستوى عمودي على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عمودياً على ذلك المستقيم

النظرية: إذا عامد مستقيم مائل مستقيماً في المستوى فإن مسقط المائل **يعامد** ذلك المستقيم

الزاوية الزوجية : هي التي تنتج من تقاطع مستويين أو أكثر حيث يطلق على كل زاوية بين مستويين اسم الزاوية الزوجية

* عدد الزوايا الزوجية الناتجة من تقاطع مستويين كما في الشكل أربع



* تسمى الزاوية الزوجية بأربع نقاط :

✓ نقطة على المستوى الاول

✓ نقطتان تمثلان خط التقاطع

✓ نقطة على المستوى الثاني

• تقرأ الزوايا الزوجية المتكونه كالتالي :

(ج ، أ ب ، د)

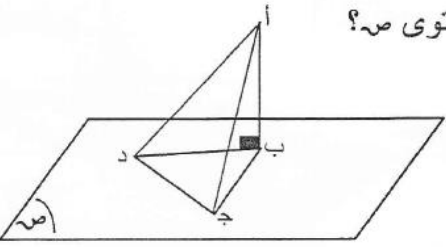
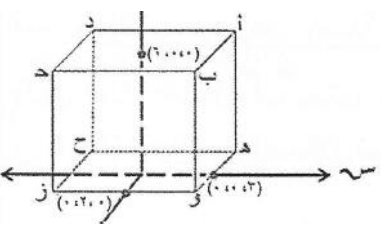
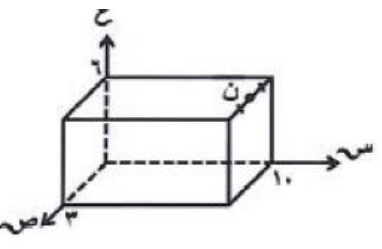
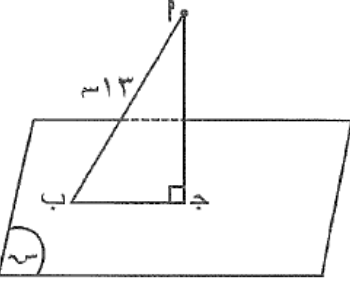
***خطوات ايجاد الزاوية الزوجية :**

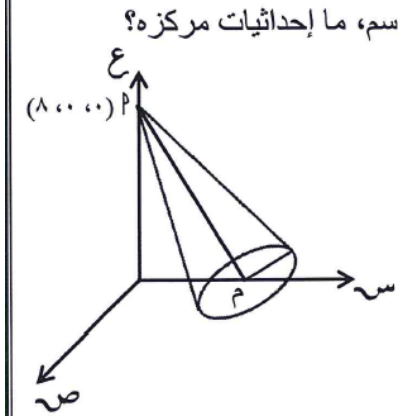
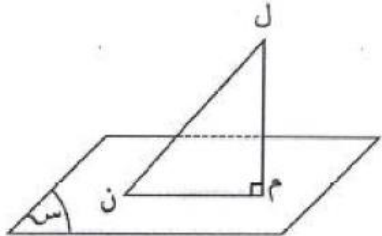
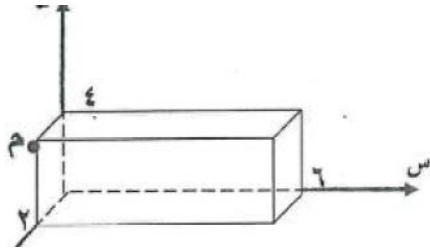
١- نحدد خط التقاطع

٢- نبحث عن مستقيمين أحدهما في المستوى الاول ويكون عموديا على خط التقاطع أ ب والآخر في المستوى الثاني ويكون عموديا على خط التقاطع أيضا

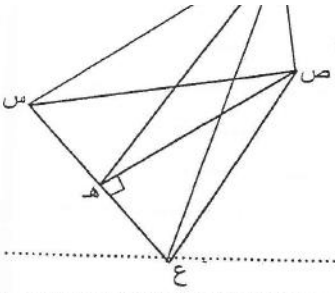
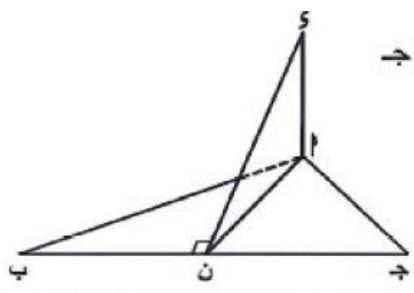
ملاحظة : الزاوية الزوجية قياسها $\geq 90^\circ$

ثانياً الأسئلة الموضوعية

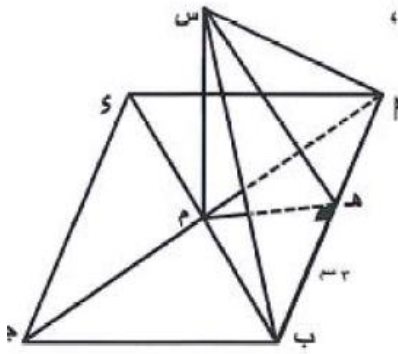
م	السؤال
١	في الشكل المقابل، أي مما يلي يمثل مسقط $\overline{أ ب}$ على المستوى α؟ (أ) $\overline{ب ج}$ (ب) $\overline{ج د}$ (ج) النقطة ب (د) النقطة ج 
٢	الشكل المقابل مكعب طول حرفه ٦ سم، ما إحداثيات النقطة ح؟ (أ) (٦، ٢، ٣-) (ب) (٠، ٤، ٣-) (ج) (٠، ٢، ٣-) (د) (٦، ٢، ٣) 
٣	ما إحداثيات النقطة ن في الشكل المقابل؟ (أ) (٦، ١، ٥، ١٠) (ب) (٦، ٣، ١٠) (ج) (٦، ٠، ١٠) (د) (١، ٥، ٦، ١٠) 
٤	إذا كانت المسافة بين النقطتين ل (٣، ٢، ص، ١) ، م (٥، ص، ٣-) يساوي $\sqrt{20}$ وحدة طول ، فما قيمة ص؟ (أ) صفر (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\sqrt{2}$ (د) $\sqrt{14}$
٥	إذا كانت م نقطة واقعة خارج المستوى α، رُسمت $\overline{أ ب}$ مائلة عليه وتقطعه في النقطة ب ، بحيث $أ ب = ١٣$ سم ، فإذا كان بعد النقطة م عن المستوى α يساوي ١٢ سم. فما طول مسقط م ب؟ (أ) ٢٥ (ب) ١٤ (ج) ٥ (د) ١ 

٦	إذا كانت ن منتصف ل م ، وكان إحداثيات ل (٢، ٤، ٥)، م (٤، ٠، ٣). فما إحداثيات النقطة ن؟ أ) (٢، ٤، ٢) ب) (٣، ٢، ٤) ج) (٦، ٤، ٨) د) (٢، -٤، -٢)
٧	إذا كانت النقطة ج (٢-س، ١، ١-١) منتصف المسافة بين النقطتين P (س، ٢-، ١)، ب (٥، ٤، ٣-)، فما قيمة س؟ أ) ٣ ب) ٤ ج) ٧ د) ١٢
٨	الشكل المقابل مخروط دائري قائم مركزه النقطة م وارتفاعه ١٠سم، ما إحداثيات مركزه؟  أ) (٠، ٠، ٠) ب) (٨، ٠، ٠) ج) (٠، ٠، ٦) د) (٠، ٠، ٩)
٩	في الشكل المقابل، ما مسقط المستقيم ل ن على المستوى س؟  أ) النقطة م ب) النقطة ن ج) ل م د) م ن
١٠	من الشكل المقابل، ما إحداثيات النقطة م؟  أ) (٤، ٢، ٦) ب) (٤، ٠، ٦) ج) (٤، ٢، ٠) د) (٤، ٠، ٠)
١١	ما المسافة بين نقطة الأصل والنقطة (٣-، ٤-، ٠)؟ أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

ثالثا : الأسئلة المقالية

السؤال	م
١  Δ ص ع فيه: $\widehat{ق(س)} = 60^\circ$، $ص = 10$ سم، $\overline{ص هـ} \perp \overline{س ع}$، وكانت $\overline{ن ص} \perp$ المستوى س ص ع حيث $ن ص = 5$ سم. ١- أوجد طول $\overline{ص هـ}$.	
٢- أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ص س ع، ن س ع.	
أوجد المسافة بين النقطتين أ (٢-، ٠، ٦) ، ب (١، ٠، ٢-)	٢
$\overline{م ب}$ ج مثلث ، رُسم $\overline{س ن}$ مانل على مستوى المثلث $\overline{م ب ج}$ وعمودي على $\overline{ب ج}$. أثبت أن $\overline{م ن} \perp \overline{ب ج}$ 	٣

بالشكل المقابل:



ل ب ج د مستطيل طول قطره ١٠ سم ، ويتقاطع قطراه في م ،

رُسمت م س عمودية على مستوى المستطيل ل ب ج د

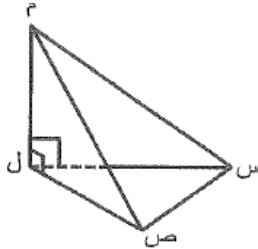
بحيث م س = ٤ سم ، رُسمت م هـ $\perp$ ل ب

، إذا كان هـ ب = ٣ سم ، فأوجد:

(١) طول م هـ

(٢) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين س ل ب ، ل ب ج د

من الشكل المقابل:



م ل ص س هرم ثلاثي فيه ق (م ل س) = ق (م ل ص) = 90°

أثبت أن: م ل عمودية على المستوى س ص ل .

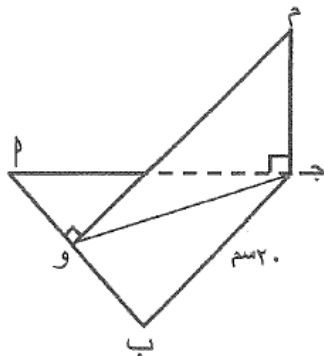
ل ب ج د مثلث فيه جا (ل ب ج) = $\frac{4}{5}$ ،

ج ب = ٢٠ سم ،

رسمت م ج عمودية على مستوى المثلث ل ب ج ،

ورسمت م و مائلة على المستوى ل ب ج وعمودية على ل ب

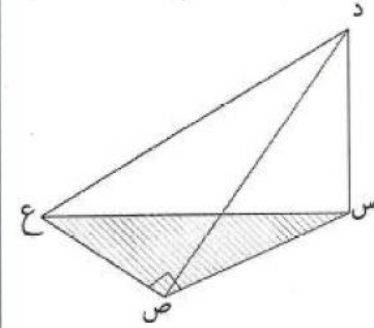
أوجد طول ج و .



٧	أ) في الشكل المقابل: م نقطة تقاطع قطرا المربع P ب ج د ، $\overline{PN} \perp$ مستوى المربع P ب ج د ، P ب = ١٢ سم، P ن = ٦ $\sqrt{2}$ سم (١) أثبت أن $\overline{BD} \perp$ المستوى N م (٢) أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين N ب د ، P ب د.
٨	الشكل المقابل يمثل منزلاً سقفه على شكل مستويين متقاطعين بينهما زاوية قياسها 60°. إذا كان P ب = ٦ م ، ب د = ١٥ م فأوجد أبعاد أرضية المنزل.
٩	الشكل الذي أمامك شبه مكعب ، إذا كانت ل (٥ ، ٦ ، ٤) ، ك (٠ ، ٦ ، ٣) ، أوجد: إحداثيات النقطة م إحداثيات مسقط النقطة ل على مستوى S ص البعد بين النقطتين ل ، ك
١٠	أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي تربط بين النقطتين: P (١ ، ١ - ، ٧) ، ب (٣ ، ٣ - ، ١ -).

١١

ب (في الشكل التالي س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، رسم من س العمود $\overline{س د}$ على مستوى المثلث س ص ع بحيث كان $س د = \frac{1}{4} ص د$. أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين س ص ع ، د ص ع

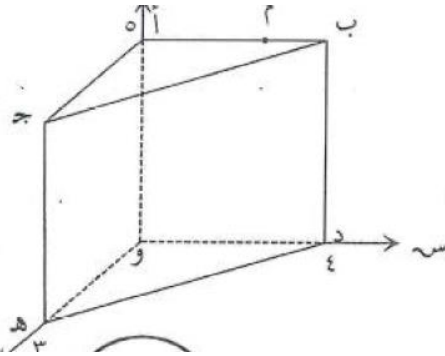


١٢

أوجد إحداثيات نقطة منتصف أ ب ، حيث أ (٢ ، ١ - ، ٥) ، ب (٢ - ، ٧ ، ١ -)

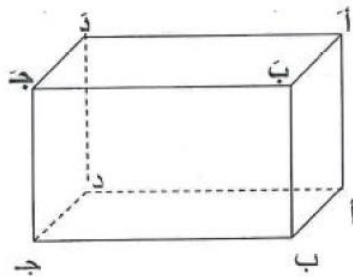
١٣

(ما إحداثيات مسقط النقطة ب على المستوى س ص ه في الشكل المقابل ؟



١٤

الشكل الذي أمامك يمثل منشوراً رباعياً قائماً . اذكر ما يأتي :
(١) زوجاً من المستقيمت المتخالفة .



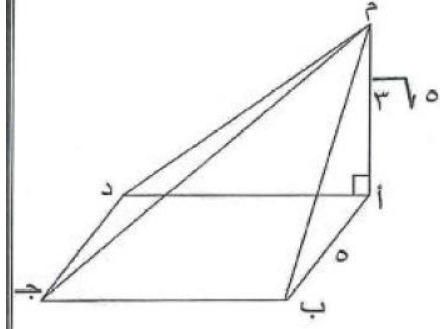
(٢) زوجاً من المستقيمت المتعامدة .

(٣) مسقط $\overline{أ ب}$ على المستوى أ ب ج د

(٤) مستقيماً عمودياً على المستوى د ج ج د

١٥

ب) م أ ب ج د هرم رباعي ، قاعدته على شكل مربع طول ضلعه ٥ سم . إذا كان م أ $\perp$ على المستوى أ ب ج د ، م أ = $3\sqrt{5}$. أثبت أن ق (أ ، ب ج د) = 60°



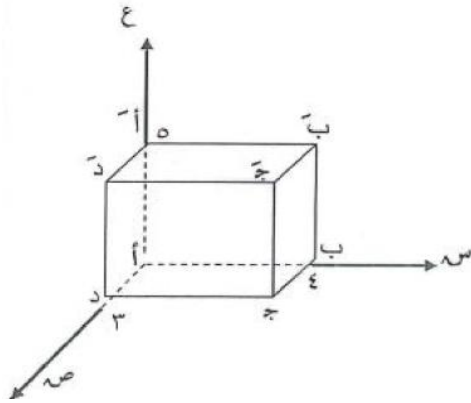
١٦

أ) الشكل الذي أمامك يمثل منشوراً رباعياً قائماً. اذكر ما يأتي:
(١) زوجاً من المستقيمتين المتعامدة.

(٢) زوجاً من المستقيمتين المتخالفة.

(٣) إحداثيات النقطة ج .

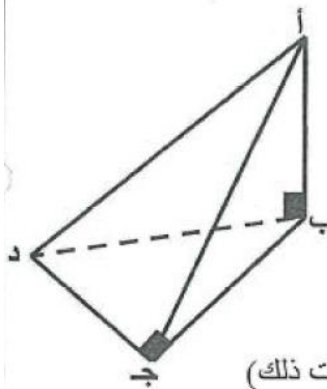
(٤) معطى النقطة ب على أ ب .



١٧

أ ب ج د هرم ثلاثي فيه أ ب $\perp$ مستوى المثلث ب ج د ، ق (ب ج د) = 90°

(١) أثبت أن أ ج د $\perp$ ج د



(٢) ما الزاوية المستوية للزاوية الزوجية (أ ، ج د ، ب) ؟ (أثبت ذلك)

١٨

أوجد إحداثيات منتصف المسافة بين النقطتين أ (٣ ، ٨ ، ٤) ،

ب (- ٤ ، ٦ ، ١) .

رابعاً : دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

أولاً: الأسئلة الموضوعية

١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	رقم السؤال
ج	ج	د	ج	أ	ب	ج	أ	أ	ب	ج	البديل الصحيح

رابعاً الاسئلة المقالية :

م	الاجابات
١	$\therefore \overline{ص ه} \perp \overline{س ع}$ $\triangle س ص ه$ قائم الزاوية في ه $س ه = ٥$ (مثلث ثلاثيني ستيني) $(س ص)^2 = (ص ه)^2 + (ه س)^2$ $(١٠)^2 = (٥)^2 + (س ه)^2$ $١٠٠ = ٢٥ + (ص ه)^2$ $(ص ه)^2 = ٧٥$ $\therefore ص ه = \sqrt{٧٥}$ <u>حل اخر</u> جا $٦٠^\circ = \frac{ص ه}{س ص} = \frac{ص ه}{١٠}$ $\therefore ص ه = ١٠ \text{ جا } ٦٠^\circ = \sqrt{٣٧٥}$ $\therefore \overline{ن ص} \perp \overline{\text{مستوى س ص ع}}$ $\therefore \overline{ن ص} \perp \overline{س ع} \dots\dots\dots (١)$ $\overline{ص ه} \perp \overline{س ع} \dots\dots\dots (٢)$ من (١) ، (٢) نجد أن: $\overline{س ع} \perp \overline{\text{المستوى ن ص ه}}$ $\therefore \overline{س ع} \perp \overline{ن ه}$ ق(ن ه ص) = قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ص س ع، ن س ع $\therefore \text{ظا}(ن ه ص) = \frac{ن ص}{ص ه} = \frac{٥}{\sqrt{٣٧٥}} = \frac{١}{\sqrt{٣٧}}$ $\therefore \text{ق}(ن ه ص) = \text{قياس الزاوية الزوجية}$ $\quad \quad \quad = ٣٠^\circ$

٢	$\sqrt{AB} = \sqrt{(16-24)^2 + (13-23)^2 + (13-23)^2}$ $\sqrt{AB} = \sqrt{(6+2)^2 + (0-0)^2 + (2+1)^2}$ $\sqrt{AB} = \sqrt{16+0+9}$ $= 5 \text{ وحدة طول}$
٣	∴ $\overline{ON}$ مائل على مستوى المثلث ، $\overline{ON} \perp \overline{BJ}$ معطى ∴ $\overline{MN}$ مسقط المائل على مستوى المثلث $\perp \overline{BJ}$ ∴ $\overline{MN} \perp \overline{BJ}$ نظرية (٥)
٤	∴ قطرا المستطيل متساويان وينصف كل منهما الآخر ∴ $BM = 5 = 5 \text{ سم}$ (طول القطر = ١٠ سم) ، $\overline{HM} \perp \overline{HB}$ ، ∴ $\overline{HM}$ قائم الزاوية في H ∴ $\angle(BM) + \angle(HB) = \angle(HM)$ $\angle(HM) + \angle(3) = \angle(25)$ $\angle(HM) = 25 - 9 = 16$ ∴ $HM = 4 \text{ سم}$

$\therefore \overline{س هـ}$ مائل على المستوى $م ب ج د$ و تقطعه في $هـ$
 $\therefore \overline{م هـ}$ مسقط $س هـ$
 $\therefore \overline{م هـ} \perp \overline{م ب}$
 $\therefore \overline{س هـ} \perp \overline{م ب}$ (عكس نظرية ٥)
 $\therefore \overline{م ب}$ خط التقاطع بين المستويين $س م ب$ ، $م ب ج د$
 $\therefore \angle (س هـ م) = \text{قياس الزاوية الزوجية بين المستويين } س م ب$
 $م ب ج د$ ،
 $\therefore \overline{س م} \perp \overline{المستوى م ب ج د}$
 $\therefore س م \perp م هـ$

$$\frac{س م}{هـ م} = \frac{س م}{هـ م} = \frac{س م}{هـ م}$$

 $\therefore \angle (س هـ م) = ٩٠^\circ$

$\therefore \angle (م ل س) = \angle (م ل ص) = ٩٠^\circ$ (معطى)
 $\therefore \overline{م ل} \perp \overline{ل ص}$ ، $\overline{م ل} \perp \overline{ل س}$
 $\therefore \overline{ل ص} \cap \overline{ل س} = \{ل\}$
 $\therefore \overline{م ل} \perp \overline{مستوى س ص ل}$

∴ م و $\perp$ م ب وهو مائل على المستوى م ب جـ

∴ وجـ $\perp$ م ب (مسقط المائل)

∴ ق (ج و ب) = ٩٠°

∴ جا م ب جـ = $\frac{4}{5}$

∴ جا م ب جـ = $\frac{\text{ج و}}{\text{ج ب}}$

∴ جا م ب جـ = $\frac{\text{ج و}}{٢٠}$

$$\frac{\text{ج و}}{٢٠} = \frac{4}{5}$$

∴ ج و = $٢٠ \times \frac{4}{5} = ١٦$ سم

∴ م ن $\perp$ مستوى م ب جـ د

∴ م ن $\perp$ ب د — (١) نظرية

م ب $\perp$ ب د — (٢) خواص المربع

من (١) ، (٢) نجد أن:

ب د $\perp$ المستوى م ب جـ د — نظرية

ب د خط تقاطع المستويين م ب جـ د ، م ب د

ن م $\perp$ ب د — (نظرية)

م ب $\perp$ ب د — (خواص المربع)

∴ ق (م ن) = قياس الزاوية الزوجية بين

المستويين م ب جـ د ، م ب د

$$١ = \frac{٣٦٠}{٣٦٠} = \frac{\text{ن م}}{\text{م ب}} = \text{ظا (م ن)}$$

∴ ق (م ن) = ٤٥° = قياس الزاوية الزوجية

٨	$\frac{\overline{P} \text{ مسقط } P}{P} = \text{جتا } 60^\circ$ $\frac{\overline{P} \text{ مسقط } P}{6} = \text{جتا } 60^\circ$ $\therefore \overline{P} \text{ مسقط } P = 6 \times \text{جتا } 60^\circ$ $3 =$ طول الأرضية = مسقط $\overline{P} = 5 = 10$ م عرض الأرضية = $2 \times \text{مسقط } P = 6$ $6 = 3 \times 2 =$
٩	$(4, 0, 5)$ $(0, 6, 5)$ $\sqrt{(3-4)^2 + (6-6)^2 + (0-5)^2}$ $1 + 0 + 25 \sqrt{=}$ $5,99 \approx \sqrt{26} = \text{وحدة طول}$
١٠	$\left(\frac{(1-)+7}{2}, \frac{(3-)+1-}{2}, \frac{3+1}{2} \right)$ $(3, 2, 2) =$

١١	$\therefore \overline{دس} \perp \overline{المستوى س ص ع}$ $\therefore \overline{دس} \perp \overline{ص ع}$ ① نظرية $\overline{س ص} \perp \overline{ص ع}$ ② معطى من ① ، ② $\overline{ص ع} \perp \overline{المستوى د س ص}$ $\therefore \overline{ص ع} \perp \overline{ص د}$ ③ من ② ، ③ $(\widehat{د س ص})$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين $س ص ع$ ، $د ص ع$ جا $(\widehat{د س ص}) = \frac{دس}{صس} = \frac{1}{2}$ ق $(\widehat{د س ص}) = 30^\circ$
١٢	$\left(\frac{(1-)+(0-)}{2} , \frac{7+(1-)}{2} , \frac{(2-)+2}{2} \right)$ $(3- , 3 , 0) =$
١٣	$(٠,٠,٤)$
١٤	$(1) (\overleftrightarrow{أ أ} , \overleftrightarrow{ب ج})$ $(2) (\overleftrightarrow{أ د} , \overleftrightarrow{د ج})$ $(3) \overleftrightarrow{أ ب}$ $(4) \overleftrightarrow{أ د}$

$\therefore \overline{PM} \perp$ المستوى P ب ج د
 $\therefore \overline{PM}$ مسقط M ب على المستوى P ب ج د
 $\therefore \overline{PM} \perp$ ب ج (من خواص المربع)
 $\therefore M$ ب (المائل) $\perp$ ب ج
 $\therefore \angle (M \hat{P} P) = \angle (P, \overleftrightarrow{PM}, M)$
 $\text{نظا } \overline{PM} = \frac{\overline{PM} \cdot \overline{PM}}{0} = \angle (M \hat{P} P)$
 $\therefore \angle (M \hat{P} P) = \angle (P, \overleftrightarrow{PM}, M) = 0^\circ$

$\longleftrightarrow \longleftrightarrow$
 $(11, 11)$

$\longleftrightarrow \longleftrightarrow$
 $(11, 11)$

$(5, 3, 4)$

ب

$\overline{بج} \perp \overline{جد}$ (معطى)

$\overline{بج}$ مسقط $\overline{أج}$ على المستوى $بج د$

إذا $\overline{أج} \perp \overline{جد}$ (نظرية)

$\overline{جد} \perp$ كل من $\overline{ج ب}$ ، $\overline{ج أ}$

إذا $\widehat{أج ب}$ زاوية مستوية للزاوية الزوجية

(أ، $\overrightarrow{ج د}$ ، ب)

$$\left(\frac{١-+٣}{٢} , \frac{٦+٨}{٢} , \frac{٤-+٤}{٢} \right)$$

(١، ٧، ٠)