

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета
третьего этапа, первый заместитель
начальника главного управления по
образованию Витебского областного
исполнительного комитета

Е.Л. Богданович

20 октября 2022 г.

**Задания второго этапа республиканской олимпиады по учебному
предмету «Математика», 2022/2023 учебный год
IX класс**

1. Пусть x_1, x_2 – корни квадратного многочлена $f(x)$ со старшим коэффициентом 1 (т.е. коэффициентом при x^2), а y_1, y_2 – корни квадратного многочлена $g(x)$ со старшим коэффициентом 1. Найдите все возможные значения величины $g(x_1) \cdot g(x_2)$, если известно, что $f(y_1) \cdot f(y_2) = 2022$.

2. Найдите все пары действительных чисел x, y такие, что $x^{2021} + 2022^{2023} = 2022^{2021} + y^{2023} = y^{2021} + x^{2023}$.

3. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC на стороне AB взята такая точка E , что $\frac{AE}{BE} = \frac{AD}{BC}$. Точка H – проекция точки D на прямую CE .

Найдите $\frac{AH}{AD}$.

4. Пусть a, b, c – натуральные числа, причем $\text{НОК}(a; b) = 90$, $\text{НОК}(a; c) = 120$. Найдите все возможные значения величины $\text{НОК}(b; c)$ (напомним, что $\text{НОК}(x; y)$ – это наименьшее общее кратное чисел x и y).

5. По кругу записаны числа $0, 1, 2, \dots, 11$ (в указанном порядке). Разрешается взять число, заменить его на нуль, а к его соседям прибавить по половине этого числа. Можно ли сделать равными хотя бы одиннадцать из этих двенадцати чисел?