



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA  
CENTRO PREUNIVERSITARIO

SEMANA N.º 3

## *Habilidad Verbal*

SEMANA 3A

I. JERARQUÍA TEXTUAL II

LA MEJOR SÍNTESIS O EL MEJOR RESUMEN

3. PREGUNTA POR EL MEJOR RESUMEN

El resumen consiste en la condensación de las ideas principales de un texto y se construye sobre la base de lo subrayado en él. Es, en realidad, un texto breve que se deriva de un texto más amplio; es el paso previo al propósito de comprender y fomenta nuestra capacidad de discriminar con precisión lo esencial de un texto.

Estrategia para realizar un resumen:

1. Leer todo el texto con atención e interés, por lo menos una vez.
2. Identifica las **palabras claves**.

La **antropología** es el estudio de la **humanidad**, de los pueblos antiguos y modernos y de sus estilos de vida. Dada la amplitud y complejidad del tema, las **diferentes ramas** de la antropología se centran en **distintos aspectos** o dimensiones de la **experiencia humana**.

Algunos antropólogos estudian la **evolución** de nuestra especie, denominada científicamente **Homo sapiens**, a partir «de especies más antiguas». Otros investigan cómo el Horno sapiens ha llegado a poseer la facultad exclusivamente humana: **el lenguaje**, así como los modos en que las lenguas modernas satisfacen las necesidades de la comunicación humana. Otros, por último, se ocupan de las tradiciones aprendidas del **pensamiento** y la **conducta** que denominamos **culturas**, por lo que investigan cómo surgieron y cómo se diferenciaron las **culturas antiguas**, y cómo y por qué cambian o permanecen iguales las **culturas modernas**.

Harris, M. (1990). *Antropología Cultural*. Alianza Editorial.

3. Realizar el **subrayado** de las ideas principales sobre la base de las **palabras clave**.

La antropología es el estudio de la humanidad, de los pueblos antiguos y modernos y de sus estilos de vida. Dada la amplitud y complejidad del tema, las diferentes ramas de la antropología se centran en distintos aspectos o dimensiones de la experiencia humana.

Algunos antropólogos estudian la evolución de nuestra especie, denominada científicamente Homo sapiens, a partir «de especies más antiguas». Otros investigan cómo el Horno sapiens ha llegado a poseer la facultad exclusivamente humana: el lenguaje, así como los modos en que las lenguas modernas satisfacen las necesidades de la comunicación humana. Otros, por último, se ocupan de las tradiciones aprendidas del pensamiento y la conducta que denominamos culturas, por lo que investigan cómo surgieron y cómo se diferenciaron las culturas antiguas, y cómo y por qué cambian o permanecen iguales las culturas modernas.

Harris, M. (1990). *Antropología Cultural*. Alianza Editorial.

4. Redactar un texto breve utilizando las ideas subrayadas (**sumillado**).

La antropología es el estudio de la humanidad, de los pueblos antiguos y modernos y de sus estilos de vida. Dada la amplitud y complejidad del tema, las diferentes ramas de la antropología se centran en distintos aspectos o dimensiones de la experiencia humana.

Algunos antropólogos estudian la evolución de nuestra especie, denominada científicamente Homo sapiens, a partir «de especies más antiguas». Otros investigan cómo el Horno sapiens ha llegado a poseer la facultad exclusivamente humana: el lenguaje, así como los modos en que las lenguas modernas satisfacen las necesidades de la comunicación humana. Otros, por último, se ocupan de las tradiciones aprendidas del pensamiento y la conducta que denominamos culturas, por lo que investigan cómo surgieron y cómo se diferenciaron las culturas antiguas, y cómo y por qué cambian o permanecen iguales las culturas modernas.

Harris, M. (1990). *Antropología Cultural*. Alianza Editorial.

La antropología estudia la humanidad. A saber, un objeto de estudio muy complejo, por lo que existen diferentes ramas de esta ciencia que estudian los distintos aspectos de dicho tópico.

Cierto grupo de antropólogos estudia la evolución del Homo sapiens, otro grupo estudia una facultad exclusiva del ser humano: el lenguaje, y otro conjunto de antropólogos estudia las culturas antiguas y las culturas modernas.

Hay que recordar que un resumen no es un esquema, ni supone la copia de las ideas subrayadas. Tampoco es un comentario porque en el resumen no se opina. Un resumen es un texto que se construye articulando, en una narración, las ideas principales de un texto base.

Asimismo, cabe precisar que los **organizadores visuales** también son importantes para afianzar la comprensión del texto.



**Actividades:** Lea los textos y responda cada pregunta planteada.

### TEXTO A

Científicos de la Universidad de Cambridge han descubierto que el agua en una capa de una molécula no actúa ni como un líquido ni como un sólido, y que se vuelve altamente conductora a altas presiones. Cuando el agua se comprime a nanoescala, sus propiedades cambian drásticamente. Al desarrollar una nueva forma de predecir este comportamiento inusual con una precisión sin precedentes, los investigadores han detectado varias fases nuevas del agua a nivel molecular.

El agua atrapada entre las membranas o en diminutas cavidades a nanoescala es común. Se puede encontrar en todo, desde las membranas de nuestro cuerpo hasta las formaciones geológicas. Esta agua nanoconfinada se comporta de manera muy diferente al agua que se bebe. El equipo de la Universidad de Cambridge ha utilizado los avances en enfoques computacionales para predecir el diagrama de fase de una capa de agua de una molécula de espesor con una precisión sin precedentes. Los investigadores encontraron que el agua que está confinada en una capa gruesa de una molécula pasa por varias fases, incluida una fase «hexática» y una fase «superiónica». En la fase hexática, el agua no actúa ni como sólido ni como líquido, sino como algo intermedio. En la fase superiónica, que ocurre a presiones más altas, el agua se vuelve altamente conductora e impulsa protones rápidamente a través del hielo de una manera similar al flujo de electrones en un conductor.

Europa Press. (2022). «Se detectan varias fases nuevas del agua a nivel molecular». *Ciencia Plus*. Recuperado de <https://cutt.ly/xVyPYOH>

1. ¿Cuál es el tema central que aborda el texto?
- A) Un reciente descubrimiento relacionado a la estructura molecular del agua
  - B) La transformación de las características del agua a escalas nanométricas
  - C) La fase hexática y de la superiónica que atraviesa el agua a nivel atómico
  - D) El descubrimiento de varias nuevas fases del agua a escala nanométrica
  - E) Una investigación dirigida por científicos de la Universidad de Cambridge

**Solución:**

La lectura presenta esencialmente el reciente descubrimiento de un equipo de investigadores de la Universidad de Cambridge, quienes observaron que el agua presenta dos nuevas fases a nanoescala.

**Rpta.: D**

2. ¿Cuál es la idea principal del texto?
- A) Se ha descubierto que el agua en una capa de una molécula no actúa ni como un líquido ni como un sólido.
  - B) Un grupo de investigadores de Cambridge ha identificado varias fases nuevas del agua a nivel nanométrico.
  - C) Las moléculas de agua pueden adoptar dos estados inéditos cuando se hallan a en un plano nanométrico.
  - D) El agua confinada a escala nanométrica se comporta de manera bastante diferente a nivel macromolecular.
  - E) El agua atrapada entre las membranas o en diminutas cavidades a nanoescala es un fenómeno cotidiano.

**Solución:**

La idea principal del texto informa sobre el hallazgo que han realizado un conjunto de investigadores de la universidad de Cambridge sobre las varias fases nuevas del agua a nivel molecular.

**Rpta.: B**

3. Redacte el mejor resumen del texto A.

-----  
-----  
-----  
-----  
-----

**Solución:**

Con la ayuda de novedosos enfoques computacionales, investigadores de la Universidad de Cambridge han detectado varias fases nuevas del agua a nivel molecular, como la hexática y la superiónica, las cuales generan que el líquido adquiera nuevas propiedades, como encontrarse en un estado intermedio al líquido y el sólido, o convertirse en un conductor que impulsa protones.

## TEXTO B

Immanuel Kant es particularmente conocido por desplegar un sistema filosófico que revolucionó la teoría del conocimiento y la metafísica modernas, dando paso a una nueva forma de entender el mundo. Sin embargo, las inquietudes morales y políticas también estuvieron presentes en su pensamiento. De hecho, son centrales en obras como la *Crítica de la razón práctica* (1788) o *La fundamentación de la metafísica de las costumbres* (1785).

En la reflexión moral que propone en esas piezas claves del pensamiento occidental, Kant distingue dos tipos posibles de éticas: las éticas heterónomas y las autónomas. Heterónoma sería aquella ética que basa sus principios en criterios externos y conforme a la opinión ajena, por ejemplo, llevar una vida basada en la imposición de alguien que ejerce una autoridad sobre uno o una en la que el sujeto se deje llevar por la corriente, sin pensar de forma crítica en sus deberes morales. Frente a este modelo ético, el filósofo apuesta por desarrollar una moral autónoma y valiente, en la que sea uno mismo el que se otorgue el fundamento moral de la propia acción. De esta manera, el ser humano escapa a «la autoculpable minoría de edad» en la que se halla sumergido, tal como la describe en «¿Qué es la ilustración?» (1784), uno de sus ensayos más populares. Cuando se obra de una determinada manera solamente porque se teme un castigo y no por el propio convencimiento, se actúa conforme a lo que Kant denomina imperativo hipotético. Es decir, un imperativo según el cual se calcula hipotéticamente el coste material de las acciones propias, y, por ello, no se actúa de forma consecuente para buscar el bien, sino el propio beneficio.

Filosofía & Co. (2022). «Imperativo categórico: la moral que nos propone Kant». *Filosofía&Co.* Recuperado de <https://cutt.ly/FVYcQqHh>

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La valiosa aportación teórica de Immanuel Kant en el campo de la ética
- B) La distinción entre éticas heterónomas y autónomas propuesta por Kant
- C) El abordaje ético desde la distinción entre lo heterónimo y lo autónomo
- D) La descripción de las éticas heterónomas regidas por criterios externos
- E) La superioridad filosófica de las éticas autónomas en la época moderna

**Solución:**

El texto se centra fundamentalmente en explicar la distinción kantiana entre dos tipos de éticas, las heterónomas y las autónomas.

**Rpta.: B**

2. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) Una ética que basa sus principios en criterios externos no puede regir la sociedad.
- B) La renovación profunda de la moral supone el predominio de las éticas autónomas.
- C) Las éticas heterónomas son más comunes en la vida cotidiana en opinión de Kant.
- D) Según Kant, se debe optar por una ética autónoma antes que por una heterónoma.
- E) El imperativo hipotético sirve para calcular el coste material de las acciones propias.

**Solución:**

En el texto, se señala que la distinción propuesta por Kant busca exponer la superioridad de una ética autónoma, en la que el sujeto se otorga a sí mismo el fundamento de su propia acción, sobre otra heterónoma, en la que actúa por conveniencia.

**Rpta.: D**

3. Redacte el mejor resumen del texto B

-----  
-----  
-----  
-----  
-----

**Solución:**

Kant distingue entre las éticas heterónomas y las autónomas, y sostiene que estas últimas, que requieren que sea el sujeto quien se brinde a sí mismo el fundamento de su acción, son superiores a las primeras, que conducen a que el sujeto actúe por beneficio personal al actuar según criterios externos.

**COMPRENSIÓN LECTORA**

**TEXTO**

Investigadores del Instituto Karolinska de Suecia han publicado los resultados de un estudio según el cual los varones que carecen de la variante del gen 334, que influye en la actividad del cerebro, poseen mayor capacidad de compromiso con sus parejas. ¿Eso quiere decir que, a partir de ahora, antes de pronunciar el «sí quiero», la novia debería pedir un certificado genético de su futuro esposo? El efecto de esta variación genética es relativamente **modesto**, explica Hasse Walum, investigador del Instituto Karolinska que ha participado en el estudio, «y no puede ser utilizado para predecir con ninguna precisión el comportamiento que caracterizará a un varón en una futura relación», asegura. Sin embargo, Helen Fischer, antropóloga de la Universidad de Rutgers y especialista en amor romántico, sostiene que esta información genética podría ayudar a los hombres y a sus esposas cuando vayan a contraer matrimonio. «Conocer los "puntos débiles" será útil para superar futuros problemas», afirma.

¿De qué manera influye la variante de este gen en el género masculino? Técnicamente, según Walum, dicho gen forma un receptor para la vasopresina, una hormona que se encuentra en muchos mamíferos. En general, las personas que presentan mayor preferencia por mantener una pareja estable poseen los niveles de dopamina, oxitocina y vasopresina aumentados. ¿Esta hormona no podría afectar también al comportamiento de las mujeres? Los científicos estudiaron a los varones porque se sabe que la vasopresina desempeña un papel más relevante en su cerebro que en el de las mujeres. El mismo gen se ha estudiado previamente en los campañoles, unos ratones de campo, y resultó estar ligado al comportamiento monógamo de los machos. Este hecho, afirma Walum, «hace nuestros resultados aún más interesantes, y sugiere que los mecanismos del cerebro estudiados que sabemos dan lugar a enlaces fuertes entre los individuos de campañol pueden también ser relevantes en los humanos». De hecho, al comparar ambos casos, los investigadores concluyeron que la mutación del gen 334 es un enlace directo entre los genes del varón y su aptitud para la monogamia. Curiosamente, además, el efecto de la vasopresina en las relaciones humanas podría dar lugar a descubrir las causas de enfermedades que se caracterizan por problemas de interacción social como el autismo, sostuvo finalmente Walum.

Ambrojo, J. (2008). «El gen que los hace infieles». *El País*. Recuperado de [https://elpais.com/diario/2008/09/03/sociedad/1220392801\\_850215.html](https://elpais.com/diario/2008/09/03/sociedad/1220392801_850215.html)

1. La intención principal del autor del texto se centra en
- A) exponer la importancia de la vasopresina en los hábitos sexuales masculinos.
  - B) evaluar una reciente hipótesis sobre la monogamia y su nexo con la genética.
  - C) examinar la relevancia de la mutación del gen 334 en las relaciones de pareja.
  - D) parangonar la práctica de la monogamia entre los humanos y los campañoles.
  - E) informar sobre el hallazgo de un gen relacionado con la infidelidad masculina.

**Solución:**

El objetivo principal del texto es informar sobre el descubrimiento de una mutación genética relacionada con cierta predisposición hacia la infidelidad y la dificultad de establecer relaciones monógamas duraderas.

**Rpta.: E**

2. El antónimo contextual de MODESTO es
- A) sencillo.
  - B) intrincado.
  - C) austero.
  - D) sustancial.
  - E) complejo.

**Solución:**

En el texto, se indica que el efecto de la variación genética expuesta es «modesto», es decir, que posee un efecto menor o de poca importancia. «Sustancial», en su segunda acepción, significa «importante o esencial». En tal sentido, funciona como antónimo contextual de «modesto».

**Rpta.: D**

3. De la descripción de la variación del gen 334 que ofrece Walum no es cierto afirmar que
- A) existe evidencia palmaria de que esta no es exclusiva de la especie humana.
  - B) el hallazgo ayuda a determinar el comportamiento del varón en una relación.
  - C) su nexo con la vasopresina parece augurar una nueva ruta de investigación.
  - D) esta mutación carece de valor predictivo para evaluar la conducta masculina.
  - E) es conocida su relación con la formación de un receptor para la vasopresina.

**Solución:**

Según el especialista, el impacto de la variación genética descrita es modesto y, por lo tanto, no se puede ser empleada para «predecir con ninguna predicción el comportamiento que caracterizará a un varón en una futura relación».

**Rpta.: B**

4. Del efecto modesto de la variación del gen 334 que comenta Hasse Walum se desprende que
- A) el científico sueco estima que entender esta mutación carece de trascendencia.
  - B) es válido considerar el autismo como una secuela de los vaivenes de este gen.
  - C) el investigador dista de asumir una posición cercana al determinismo biológico.
  - D) carece de plausibilidad creer que el gen se vincula con la vida sexual del varón.
  - E) puede existir un acuerdo tácito entre este científico y las ideas de Helen Fisher.

**Solución:**

Aunque reconoce que es una variable que se debe considerar, Walum se muestra reacio a admitir que la genética determina de forma absoluta la vida en pareja de los varones. En tal sentido, su posición no es cercana al determinismo biológico.

**Rpta.: C**

5. Si la vasopresina fuera una hormona importante en el funcionamiento del cerebro femenino,
- A) la masa encefálica de los varones poseería una estructura sin duda diferente.
  - B) sería sencillo demostrar la falta de conexión entre el gen 334 y esta hormona.
  - C) resultaría factible afirmar que este no se asemeja en nada al de un campañol.
  - D) las conclusiones de la investigación sueca se podrían extender a las mujeres.
  - E) se podría sostener que existe una diferencia tajante con el cerebro masculino.

**Solución:**

La vasopresina es una hormona que está vinculada con la búsqueda de vínculos afectivos duraderos y estables. La investigación indica que esta sustancia es más común entre los varones y, por ello, la mutación del gen 334 se relaciona con su vida en pareja. Si la vasopresina también jugara un papel clave en el cerebro femenino, las conclusiones de la investigación podrían extenderse hacia las mujeres.

**Rpta.: D****SEMANA 3B****TEXTO 1**

La diferenciación entre cosmología y filosofía no se produce, en puridad, hasta bien entrado el siglo XX, con el descubrimiento de la expansión del universo y la aplicación de la teoría de la relatividad general a la descripción del mismo. La cosmología, como ciencia, puede establecer las fronteras del universo observable e incluso puede inferir su evolución. Sin embargo, como diría Parménides y, ahora sí, hablando de filosofía, no tiene sentido considerar un «dentro» y un «fuera» del universo. No puede existir un **observador** fuera de nuestro universo. Si existiera, no estaría, por definición, en conexión causal con el universo, por lo que no sabríamos de su existencia ni él de la nuestra, ni podría «ver» la frontera de nuestro universo observable. Si dicho observador estuviera, en cambio, en conexión con nuestro universo, es decir, si se hubiera producido algún tipo de interacción (intercambio de fotones, por ejemplo), entonces formaría parte del universo, no estaría «afuera» del mismo. El universo, según nuestra definición en el ámbito científico, solamente tiene «adentro», no tiene «afuera».

Cepa, J. (2007). *Cosmología Física*. Akal

1. En última instancia, el autor del texto señala que
- A) la ciencia permite entender que solo la noción de «adentro» es pertinente.
  - B) la diferencia entre la cosmología y la filosofía es imprecisa y poco clara.
  - C) a partir de una filosofía científica no es posible hablar de un «observador».
  - D) la filosofía se engarza con la ciencia para refutar los principios religiosos.
  - E) Parménides hizo una distinción consistente entre cosmología y filosofía.

**Solución:**

Según el texto, la filosofía científica nos permite aseverar que el universo tiene cierto límite, esto es, un «dentro» en donde podemos corroborar que todos los entes u objetos tienen conexión, por lo que hablar de un «observador» independiente que radica «fuera» del universo no tiene sentido.

**Rpta: C**

2. Se infiere que el vocablo OBSEVADOR señala el concepto de
- A) ley.            B) Dios.            C) principio.    D) religión.    E) ciencia.

**Solución:**

El vocablo hace referencia a un ser que puede ver todo lo que ocurre dentro del universo. En efecto, se infiere que señala el concepto de DIOS.

**Rpta: B**

3. Respecto al análisis que hace el autor, es incompatible decir que
- A) realiza un examen científico y filosófico que soslaya la cosmología.  
B) no toma en cuenta argumentos religiosos para hablar del universo.  
C) sus hipótesis se fundamentan en la filosofía del griego Parménides.  
D) usa el concepto de «conexión» en la argumentación que presenta.  
E) la tesis filosófica se complementó con la científica adecuadamente.

**Solución:**

En el análisis se evidencia una filosofía cosmológica.

**Rpta: A**

4. Se infiere sobre la diferenciación entre la cosmología y la filosofía que
- A) ello no implica que la cosmología no pueda echar mano de la filosofía.  
B) todavía se sigue debatiendo ello a la luz de nuevas teorías científicas.  
C) la teoría de la relatividad tuvo un papel secundario en dicha distinción.  
D) no fue un tópico de interés entre los teóricos del pasado siglo veinte.  
E) también hizo posible que la cosmología no se confunda con la religión.

**Solución:**

La cosmología puede inferir la evolución del universo. Para ello requiere de un poder alto de abstracción, el cual en otros términos es filosofía científica.

**Rpta: A**

5. Si se descubriera que el «observador» mantienen una conexión con el universo
- A) se corroboraría que existe «fuera» del universo.  
B) los científicos seguirían negando su existencia.  
C) se corroboraría que existe «dentro» del universo.  
D) la religión se convertiría en una ciencia sólida.  
E) su categoría cambiaría taxativamente a «creador».

**Solución:**

La conexión con el universo es determinante, según el texto, para aseverar la existencia de los entes u objetos «dentro» del mismo universo.

**Rpta: C**

**TEXTO 2A**

La propuesta de que el Congreso esté conformado por una cámara de senadores y otra de diputados, con el consecuente aumento del número de parlamentarios y de asesores, no es un asunto nuevo, sino prioritario. Es pertinente recordar que, históricamente, la mayor parte de las constituciones que rigieron el país privilegiaron parlamentos bicamerales (1828, 1834, 1839, 1839, 1856, 1860, 1920, 1933, 1979) sobre unicamerales (1867, 1993). Esta tendencia debe entenderse a partir de las ventajas que brinda el primer sistema y de la búsqueda de un mejor equilibrio de poderes, así como de la instauración de un mecanismo más equilibrado para la evaluación de las iniciativas legales que se formulen. No debería sorprender, por lo tanto, una discusión enfocada en la recuperación de la bicameralidad, más aún si la finalidad es mejorar el Parlamento vigente, que muestra serias falencias en asuntos como la erradicación de conflictos de intereses, el respeto por la deliberación legislativa o el responsable uso de los mecanismos de control político. Dichos asuntos, entre muchos otros, avalan largamente una evidencia: la persistencia de una crisis de representación, que hace ver a un Congreso distante de la priorización de los intereses nacionales que espera la población y que solo puede remediarse volviendo a la bicameralidad.

Adaptado de Gutiérrez, R. (2022). «Algunos apuntes sobre el debate del retorno a la bicameralidad». *La Ley*. Recuperado de <https://laley.pe/art/13754/algunos-apuntes-sobre-el-debate-del-retorno-a-la-bicameralidad>.

**TEXTO 2B**

¿Retomar la bicameralidad acabará con los problemas de la crisis de representación parlamentaria? ¿La causa del problema es realmente el modelo unicameral? Que la bicameralidad pueda funcionar mejor en algunos países con democracias más consolidadas no implica que tendrá el mismo efecto en todo lugar. Sostener que la unicameralidad es propia de países sin institucionalidad es caer en el sesgo de la superioridad del modelo bicameral, una posición que resulta carente de fundamento a todas luces. Basta revisar los casos de países que cuentan con parlamentos unicamerales, como son los casos de Noruega, Nueva Zelanda, Finlandia, Suecia, Portugal, Corea del Sur o Costa Rica, para comprobar la **fragilidad** de defender la bicameralidad como inherentemente superior a otros sistemas legislativos. Por otro lado, se afirma que la cámara revisora, es decir, el Senado con derecho de veto, mejorará la deliberación y la calidad de las leyes ¿se puede demostrar objetivamente que ello será así? En realidad, no existe garantía de que se superponga la deliberación o la prudencia sobre el mero conteo de votos, sobre la propia arbitrariedad de las «exoneraciones» e, incluso, sobre la formación de bloques creados para la defensa de intereses particulares, prácticas que olvidan que «la calidad del proceso deliberativo es la que legitima la función legislativa».

Adaptado de Gutiérrez, R. (2022). «Algunos apuntes sobre el debate del retorno a la bicameralidad». *La Ley*. Recuperado de <https://laley.pe/art/13754/algunos-apuntes-sobre-el-debate-del-retorno-a-la-bicameralidad>.

1. Tanto el texto A como el texto B discuten sobre
  - A) el sistema parlamentario vigente en el escenario del cambio político.
  - B) la evidente superioridad de la bicameralidad sobre el modelo actual.
  - C) la bicameralidad como solución real a la actual crisis parlamentaria.
  - D) el tránsito de la unicameralidad a la bicameralidad en el Parlamento.
  - E) la instauración de un Senado como alternativa al sistema congresal.



5. Si una reforma constitucional probara ser una alternativa de solución eficaz para que el Congreso salga de la crisis que atraviesa,
- A) las elecciones nacionales devendrían en una genuina manifestación democrática.
  - B) el gobierno del país exigiría de todos modos el cambio al modelo de dos cámaras.
  - C) la autoridad de esta institución dejaría de ser importante para todos los electores.
  - D) la defensa del cambio imprescindible de sistema parlamentario sería implausible.
  - E) la unicameralidad demostraría ser el único modelo conveniente para el Congreso.

**Solución:**

El texto A defiende la idea de que la única o mejor solución para la crisis es el tránsito a la bicameralidad. Si se demostrara que existen soluciones más eficaces, esta propuesta perdería asidero y se volvería implausible.

**Rpta.: D****TEXTO 3**

Todos están familiarizados con el término «huella de carbono», ¿pero lo están también con «huella hídrica», el indicador medioambiental que mide la cantidad de agua dulce utilizada en la producción de un bien de consumo o servicio? En el caso de los alimentos, durante el acto cotidiano de adquirirlos y consumirlos, muchas veces no se repara en la huella hídrica o de agua que estos poseen, cuyo tamaño varía drásticamente según la cantidad y tipo de procesos necesarios para **llevar** ese alimento de la granja al plato.

En general, el consumo de alimentos cárnicos trae consigo un uso mucho mayor de agua que el de los vegetales. Por ejemplo, la producción de un kilogramo de carne vacuna o de res implica de media la utilización de 15.400 litros, según datos del estudio «El estado mundial de la agricultura y la alimentación 2020», de la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO). Este es el tipo de alimento cárnico menos sostenible en términos de uso de esta sustancia líquida, al que le sigue con mucha distancia la carne de oveja y cabra, con unos 8.800 litros por kg. En el otro extremo de la clasificación de productos alimentarios según su consumo de agua se encuentran las frutas y hortalizas, para cuya elaboración son necesarios 960 y 320 litros de agua, respectivamente, por cada 1.000 gramos.



Rea, M. (2022). «Más de 15.000 litros de agua por cada kg de carne de res». Statista. Recuperado de <https://cutt.ly/sCGFx3d>.

1. Marque el enunciado que presenta de forma clara la idea principal de la lectura.
- A) La ingesta de carne de res o de cualquier otro tipo de animal de consumo humano deja peligrosamente una mayor huella hídrica.
  - B) La huella hídrica supone la identificación del tipo de agua común que sirve para las distintas actividades del hombre en el planeta.
  - C) Clasificar el agua, según su uso o su grado de contaminación, es una operación muy relevante para determinar la huella hídrica.
  - D) Las actividades agrícolas y ganaderas son las que más consumo de agua requieren y, por lo tanto, poseen una mayor huella hídrica.
  - E) La huella hídrica es un indicador que mide la cantidad de agua que se utiliza en la producción de un bien de consumo o servicio.

**Solución:**

La lectura está centrada en presentar la definición de «huella hídrica» como un indicador que permite medir el porcentaje de agua empleado en la producción de bienes de distinto origen o tipo.

**Rpta.: E**

2. Además de «cultivo», el término LLEVAR implica
- A) traslación.
  - B) inserción.
  - C) urbanidad.
  - D) crianza.
  - E) polución.

**Solución:**

Los alimentos se «cultivan» si son vegetales o se «crían» si son animales. En tal sentido, el término «llevar» supone la crianza de animales de granja que se convertirán en alimento de la población.

**Rpta.: D**

3. De la información vertida en el gráfico, se desprende que la alimentación del ser humano
- A) puede desentenderse de las fuentes naturales de agua, y de la lluvia o de la nieve.
  - B) se relaciona directamente con la actividad industrial y el agua utilizada en el hogar.
  - C) supone una mayor inversión acuífera que la producción de bienes manufacturados.
  - D) requiere un tratamiento eficaz y permanente de las fuentes que producen agua gris.
  - E) es capaz de contribuir en el cuidado de los ríos, lagunas y manantiales naturales.

**Solución:**

Según el gráfico, el 70% del agua dulce del planeta se destina a la producción agrícola y ganadera, y solo el 20%, a la labor industrial, que incluye la elaboración de bienes manufacturados. De allí se desprende que la alimentación humana supone una mayor inversión acuífera.

**Rpta.: C**

4. Con respecto de la información del gráfico sobre la huella hídrica, no se condice sostener que el agua solo está destinada al consumo humano finalmente, ya que
- el agua gris es depurada para que sea asimilada por la naturaleza.
  - el agua es un factor imprescindible para la supervivencia humana.
  - el agua azul se incorpora a los productos desde fuentes naturales.
  - el agua verde es la que proviene de la lluvia, la nieve o el deshielo.
  - el agua dulce siempre está distribuida en los niveles de producción.

**Solución:**

No toda el agua está destinada al consumo humano. El gráfico indica que el agua gris, que es la que se ha empleado en procesos productivos, necesita ser tratada y depurada para que «sea asimilada por la naturaleza».

**Rpta.: A**

5. Si toda la vegetación del planeta desapareciera de forma intempestiva,
- probablemente la huella hídrica en la producción de alimentos disminuiría.
  - la alimentación y la supervivencia humana podrían encontrarse en peligro.
  - sería clave que la FAO determine una legislación clara para la agricultura.
  - habría un incremento relevante en la producción de alimentos en el globo.
  - las fuentes de agua comenzarían a aumentar paulatinamente su volumen.

**Solución:**

Si la vegetación desapareciera, el ser humano solo podría alimentarse de carne, cuya producción supone una inversión cuantiosa de agua. En tal sentido, podrían comenzar a escasear los alimentos y el líquido vital, con lo que la alimentación y, por ende, la existencia humana estaría en peligro.

**Rpta.: B****SEMANA 3C****PASSAGE 1**

One of the ways to learn about an enemy's plans is from spies. But there are many dangers in relying on spies. As the British Double Cross System showed, spies can be «**turned**», sending false information supplied by the enemy. For example, one major spy network in the Netherlands sent the British a great deal of information that was in fact created by the Gestapo, the German secret police.

There are two ways to use spies in determining the accuracy of information. One way is to employ spies who do have access to important military or political leaders in the enemy country. This is the image of the secret agents whom people have learned about from spy novels and movies. A second way is to employ a large number of spies, each sending back small bits of information. When all the pieces are put together and analyzed, an accurate picture unfolds.

Bigelow, B. (2000). *World War II: Almanac*. UXL.

1. What is the topic of the reading?
- The false information sent by the German gestapo
  - The lack of information obtained through spies
  - The veracity of information obtained through spies
  - Spies and their sources of information in the world
  - Ways to use the false spy information obtained



## PASSAGE 2

Erwin Rommel is known for leading Germany's Afrika Korps to victory in the deserts of North Africa. His ability to keep the enemy off balance, using surprise attacks and quick movements, earned him the nickname «Desert Fox».

He was admired by friends and enemies alike; for example, British prime minister Winston Churchill told the House of Commons (England's legislative body) that Rommel was «a very daring and skillful opponent and, may I say across the **havoc** of war, a great general».

By the end of World War II, Rommel had fallen out of favor with Germany's leader, when Adolf Hitler told him that Germany could not defeat the Allies (Great Britain, the United States, the Soviet Union, and the other countries fighting against Germany, Italy, and Japan.)

Bigelow, B. (1999). *World War II: Biographies*. UXL.

1. What is the topic?

- A) a brief social biography of Erwin Rommel.
- B) Erwin Rommel's nickname: «Desert Fox».
- C) a brief military biography of Erwin Rommel.
- D) the military life of Hitler and Erwin Rommel.
- E) Erwin Rommel and the Second World War.

**Solution:**

The text briefly describes the characteristics of Erwin Rommel in the military field.

**Answer: C**

2. What is the synonymous of the word HAVOC?

- A) effect
- B) weapon
- C) cause
- D) strategy
- E) enemy

**Solution:**

The word HAVOC refers to the events observed from the war, that is, the EFFECT derived from it.

**Answer: A**

3. According to the passage, Winston Churchill

- A) was also a great general in World War II.
- B) recognized the capabilities of his enemies.
- C) criticized the German military a century ago.
- D) constantly lied to his enemies to win the war.
- E) was prime minister during the First World War.

**Solution:**

Erwin Rommel was an enemy of Churchill during World War II.

**Answer: B**

4. It is inferred from the passage that «Desert Fox»
- A) won many battles in various territories of Europe.
  - B) shared the same nationalist ideology as Hitler.
  - C) was an excellent soldier who won all his battles.
  - D) faced Churchill in a great military battle in Africa.
  - E) was convicted of serious crimes against humanity.

**Solution:**

«Rommel had fallen out of favor with Germany's leader, when Adolf Hitler told him that Germany could not defeat the Allies». It follows that he also shared Hitler's Nazi ideology.

**Answer: B**

5. If Erwin Rommel had lost most of his battles in Africa
- A) he would not have been so close to Hitler.
  - B) he would be a great German Field Marshal.
  - C) he would not be known as «Desert Fox».
  - D) he would have won his battles in Europe.
  - E) he would not have been sentenced in Paris.

**Solution:**

Rommel was known as «Desert Fox» thanks to his great deeds in Africa.

**Answer: C**

# Habilidad Lógico Matemática

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Antonio, Roberto, Luis, Mario y Pedro son: ingeniero civil, contador, ingeniero mecánico, abogado y periodista, no necesariamente en ese orden. Ellos compitieron en una carrera en la que no hubo empate y de la cual se sabe que:

- Roberto llegó tres puestos antes que el ingeniero civil, quién llegó inmediatamente después de Antonio.
- Ninguno de los ingenieros llegó quinto.
- Luis llegó tres puestos después que el abogado.
- Mario llegó inmediatamente después del ingeniero mecánico.
- Pedro llegó en puesto par.
- El contador llegó en el puesto que está a igual distancia del primero y último.

¿Quién llegó último y cuál es su profesión?

- A) Luis – periodista                      B) Roberto – ingeniero mecánico  
 C) Luis – abogado                        D) Antonio – periodista  
 E) Mario – periodista

### Solución:

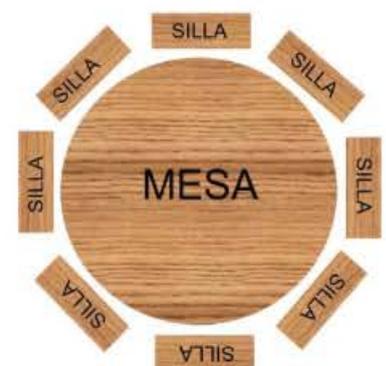
De los datos se deduce:

1ero	2do	3ro	4to	5to
Roberto	Mario	Antonio	Pedro	Luis
Ingeniero mecánico	Abogado	Contador	Ingeniero civil	Periodista

**Rpta.: A**

2. En una reunión familiar de la familia Hernández conformada por ocho personas, se observa lo siguiente:

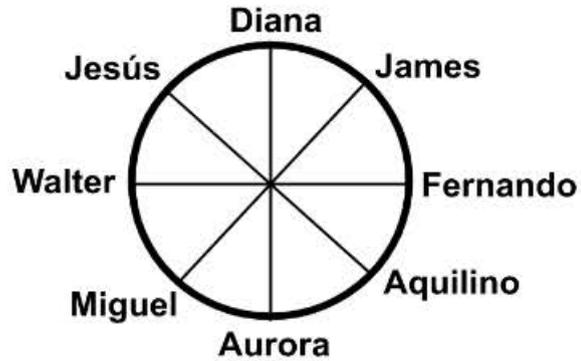
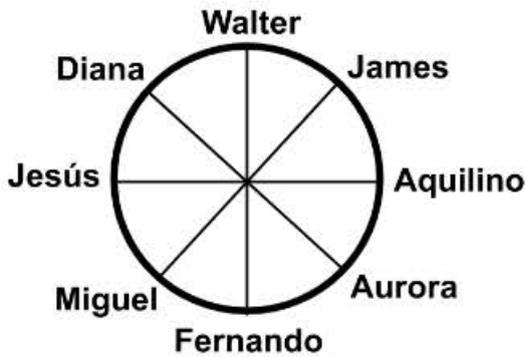
- Todos los integrantes se sientan de forma simétrica alrededor de una mesa circular, como se muestra en la figura.
- Miguel se sienta frente a James.
- Fernando se sienta a la izquierda de James, pero frente a Wálter.
- Diana y Jesús se sientan juntos, pero a la derecha de James.
- Aurora se sienta a la derecha de Jesús y junto a Aquilino.



¿Quién se sienta frente a Diana?

- A) Fernando    B) Wálter    C) Aurora    D) Miguel    E) Aquilino

**Solución:**



Rpta.: C

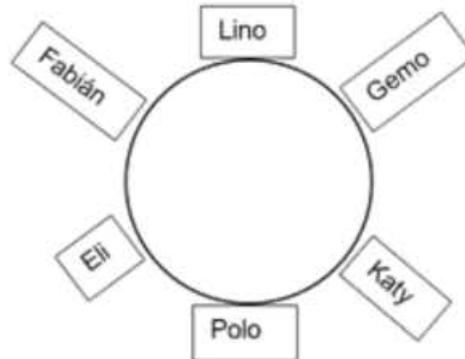
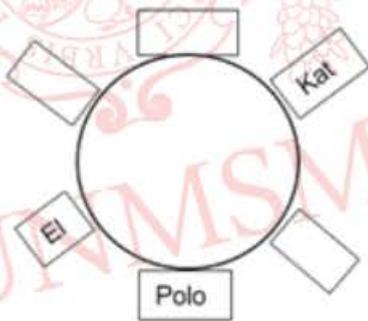
3. Seis sobrevivientes a la caída de una avioneta se encuentran en una oscura noche alrededor de una fogata simétricamente distribuidos como se muestra en la figura. Lino no está sentado al lado de Eli ni de Katy. Fabián no está al lado de Gemo ni de Katy. Katy no está a la izquierda de Eli. Polo está junto y a la derecha de Eli. ¿Quién está sentado junto y a la derecha de Polo?



- A) Fabián
- B) Gemo
- C) Lino
- D) Katy
- E) Eli

**Solución:**

Primero ubicamos a Polo y Eli. Como Katy no está a la izquierda de Eli, entonces se dan dos casos.



Pero Lino no puede estar al lado de Eli y Katy, entonces hay una sola situación. Por lo tanto, junto y a la derecha de Polo se sienta Katy.

Rpta.: D

4. Seis amigos: Armando, Betty, Carlos, Dan, Ernie y Fidel, viven en un edificio de seis pisos, cada uno en un piso diferente. Se sabe que:
- Betty y Carlos no viven en pisos adyacentes.
  - Fidel y Dan viven en pisos adyacentes.
  - Betty vive dos pisos más arriba que Ernie.
  - Carlos vive en el tercer piso.
- ¿En qué piso vive Armando?
- A) cuarto      B) quinto      C) primero      D) segundo      E) sexto

**Solución:**

De los datos tenemos

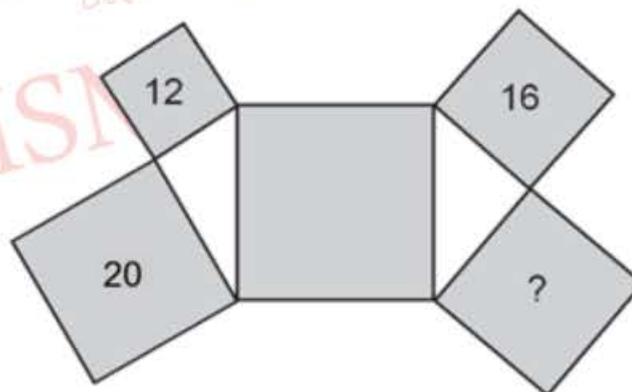
Betty	6to
Armando	5to
Ernie	4to
Carlos	3ro
Dan(Fidel)	2do
Fidel (Dan)	1ro

Luego, Armando vive en el quinto piso.

**Rpta.: B**

5. Cinco cuadrados grises y dos triángulos rectángulos blancos están dispuestos como se muestra en la imagen. Los números 12, 16 y 20 dentro de tres de los cuadrados indican sus perímetros en metros. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado que contiene el signo de interrogación?

- A)  $20\sqrt{2}$  m  
 B)  $16\sqrt{2}$  m  
 C)  $12\sqrt{2}$  m  
 D)  $8\sqrt{2}$  m  
 E) 12 m

**Solución:**

- 1) Sea  $x$  el lado del cuadrado que tiene el signo de interrogación, por el teorema de Pitágoras, resulta

$$x^2 + 4^2 = 5^2 + 3^2 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}.$$

- 2) Por tanto, perímetro del cuadrado que contiene el signo de interrogación:  $12\sqrt{2}$  m.

**Rpta.: C**

6. Ángela dispone veinticinco fichas triangulares congruentes de madera como la que se indica en la figura 1. Con dichas fichas, sin romperlas y colocándolas adecuadamente, debe construir un marco en forma de trapecio isósceles, de tal manera que el borde externo e interno deben ser trapecios, como se muestra en la figura 2. ¿Cuál es la máxima cantidad de fichas que no utilizará y cuál es el perímetro de dicho marco?



FIG. 1

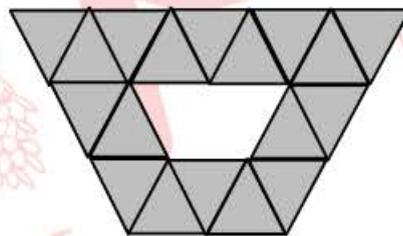


FIG. 2

- A) 160 cm y 4 fichas
- B) 180 cm y 7 fichas
- C) 180 cm y 6 fichas
- D) 120 cm y 5 fichas
- E) 220 cm y 3 fichas

**Solución:**

- 1) Como se desea dejar de utilizar lo máximo, entonces debe usar la mínima cantidad de fichas triangulares para formar este el en forma de trapecio isósceles
- 2) En la figura se indica cómo deben ser colocadas las fichas:

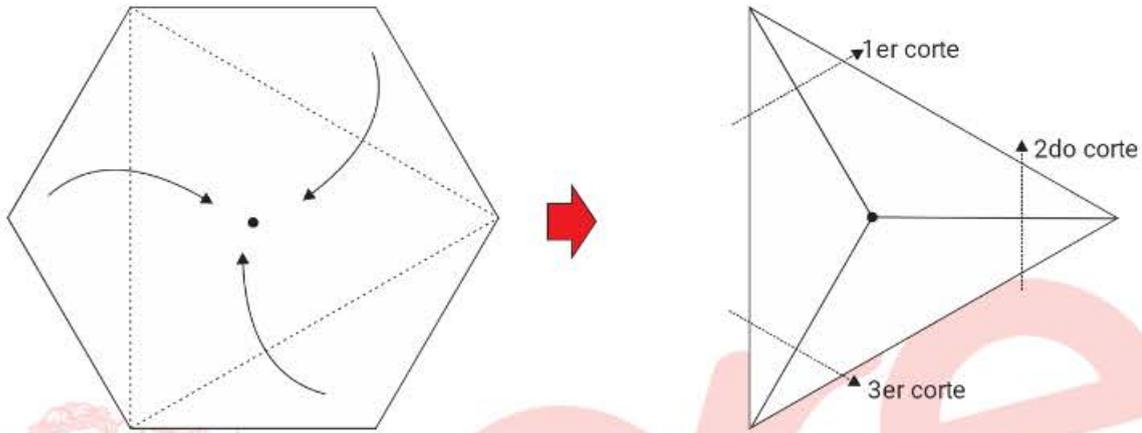


Con 18 fichas triangulares, formo el minimo marco → debe dejar de usar 7 fichas

3) 
$$\text{Perímetro Marco} = \underbrace{(30 + 30 + 50 + 20)}_{\text{Borde Exterior}} + \underbrace{(20 + 10 + 10 + 10)}_{\text{Borde Interior}} = 180 \text{ cm}$$

**Rpta.: B**

7. Isabel tiene una hoja de papel hexagonal, cuyos lados miden 60 cm. Esta hoja lo dobla por las líneas punteadas, de tal manera que, tres de sus vértices no consecutivos, coincidan con el centro de la hoja, obteniendo así una pieza triangular, como se muestra en la figura. Luego, en el papel plegado, realiza tres cortes rectos y paralelos a los lados del triángulo, cuya longitud de cada corte es de 20 cm. ¿Cuál es el perímetro del trozo de papel que se obtiene luego de desplegar completamente la pieza hexagonal que queda?

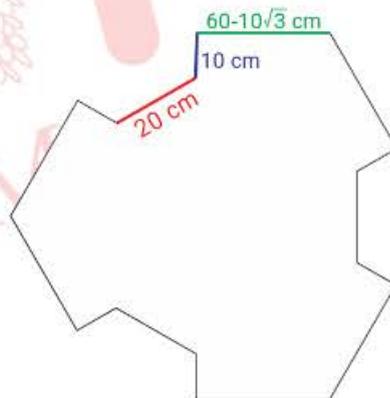


- A)  $40(8 - \sqrt{3})$  cm
- C)  $60(8 - \sqrt{3})$  cm
- E)  $80(6 - \sqrt{3})$  cm

- B)  $60(4 - \sqrt{3})$  cm
- D)  $60(6 - \sqrt{3})$  cm

**Solución:**

1. Luego de realizar los cortes y desplegar, tenemos.

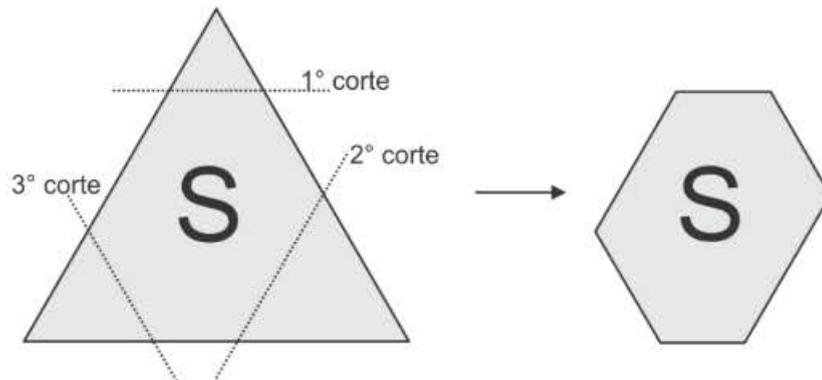


2. Luego, el perímetro será:  
 $Perímetro = 3(20) + 6(10) + 6(60 - 10\sqrt{3})$   
 $Perímetro = 60(8 - \sqrt{3})$  cm

**Rpta.: C**

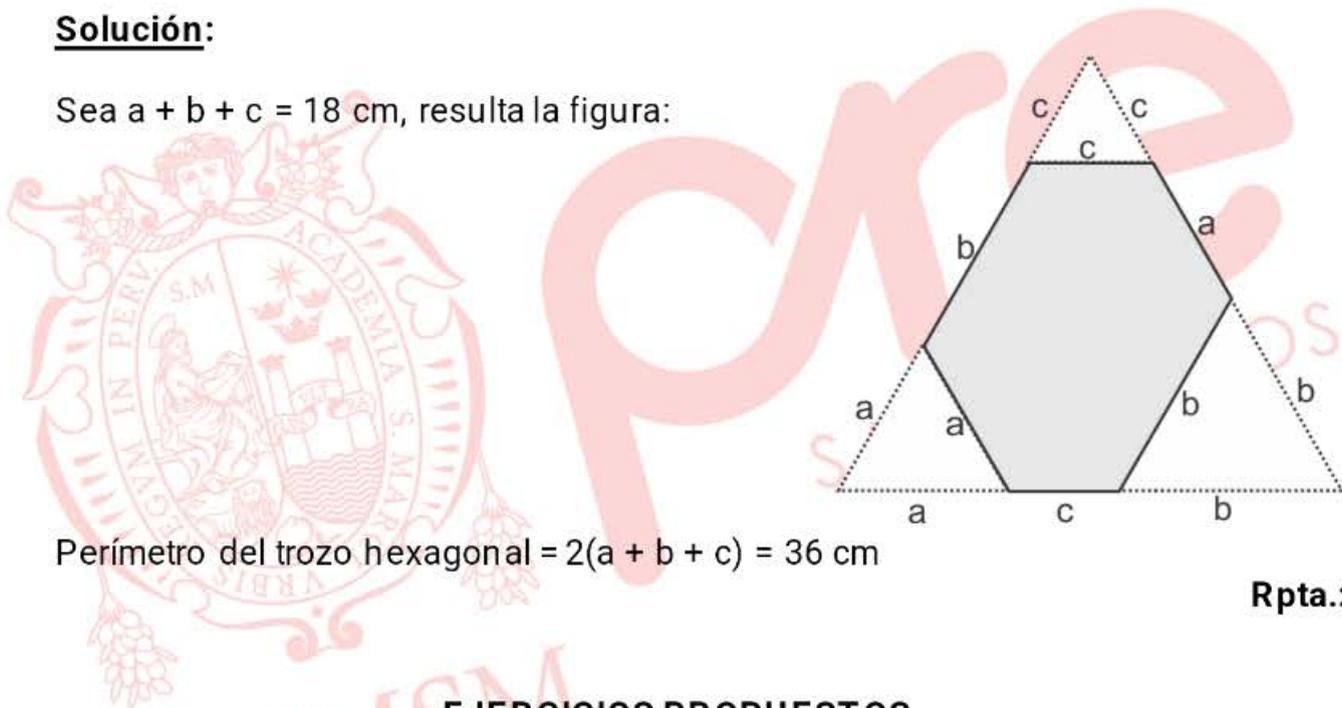
8. Se tiene una hoja de papel en forma de un triángulo equilátero cuyo lado mide 18 cm. Se realiza tres cortes paralelos a los lados del triángulo, tal como se muestra en la figura. Si las longitudes de los tres cortes suman 18 cm, ¿cuál es el perímetro del trozo hexagonal S obtenido?

- A) 36 cm
- B) 54 cm
- C) 45 cm
- D) 27 cm
- E) 24 cm



**Solución:**

Sea  $a + b + c = 18$  cm, resulta la figura:



Perímetro del trozo hexagonal =  $2(a + b + c) = 36$  cm

**Rpta.: A**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En una carrera en la que participaron seis automovilistas y no hubo empates. Se sabe que:
- Beto llegó 30 segundos después de Elmer.
  - Carlos llegó inmediatamente después de Francisco.
  - Después de Alberto llegaron Elmer y Carlos.
  - Daniel ganó la carrera superando a Francisco en 20 segundos.

Si la diferencia en tiempos de llegada entre dos automovilistas no es menor a 10 segundos, ¿quién llegó en cuarto lugar?

- A) Carlos
- B) Francisco
- C) Alberto
- D) Elmer
- E) Beto

**Solución:**

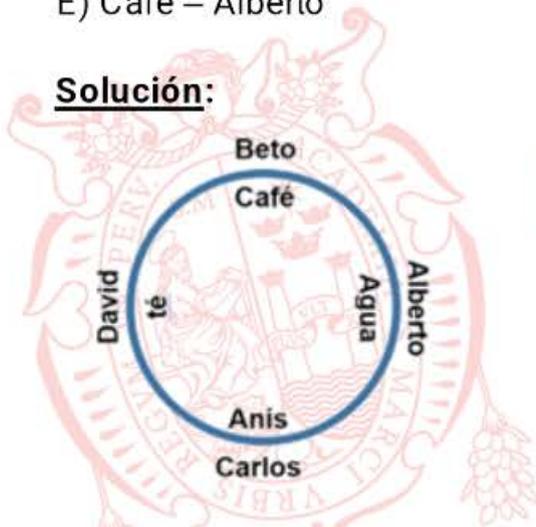
Beto	Elmer	Carlos	Francisco	Alberto	Daniel
------	-------	--------	-----------	---------	--------

Por tanto, Carlos llegó en cuarto lugar.

**Rpta.: A**

2. Cuatro personas después de su entrenamiento se sientan alrededor de una mesa circular en sillas ubicadas igualmente espaciadas, como se muestra en la figura. El que se sentó a la izquierda de Beto pidió agua para beber. Alberto está sentado frente al que bebe té. El que toma café y el que toma anís se sientan frente a frente. El que se sienta a la derecha de David bebe anís. ¿Qué bebida toma Carlos y quién toma café respectivamente?

- A) Agua – David      B) Anís – Beto  
 C) té – Alberto      D) Café – Carlos  
 E) Café – Alberto

**Solución:**

La bebida que toma Carlos es anís y el que toma café es Beto.

**Rpta.: B**

3. Alberto, Bernardo, Carlos, David y Elmer son amigos y asisten a su centro de trabajo donde confeccionan todo tipo de ropa. Uno de ellos elabora prendas de vestir; otro, repara prendas de vestir; otro, selecciona los distintos tipos de tela; otro, estima los costos y materiales; otro, establece la cartera de clientes. El centro de trabajo tiene cinco pisos y en cada uno de ellos solo se realiza una de las labores, diferente al de los otros pisos. Se sabe lo siguiente:

- Alberto trabaja en el primer piso.
- El que elabora prendas de vestir lo realiza en el cuarto piso.
- Carlos trabaja en el tercer piso.
- El que selecciona los distintos tipos de tela trabaja en un piso anterior al de David.
- Bernardo repara prendas de vestir.
- Elmer trabaja en el quinto piso.
- Alberto no establece la cartera de clientes.

¿Quién estima los costos y materiales; y en qué piso trabaja David?

- A) Bernardo – cuarto      B) Carlos – segundo  
 C) Alberto – cuarto      D) David – primero  
 E) David – Cuarto

**Solución:**

5 Elmer	Establece la cartera de clientes
4 David	Elabora prendas de vestir
3 Carlos	Selecciona los distintos tipos de tela
2 Bernardo	Repara prendas de vestir
1 Alberto	Estima costos y materiales

**Rpta.: C**

4. En una carrera de cien metros planos participan Selene, Lucas, Isabel, Ricardo, Gabriel y Pedro. Si no hubo empates y se sabe que:

- Ricardo llegó antes que Lucas, pero después que Gabriel.
- Selene no llegó antes que Isabel.
- Isabel llegó en tercer lugar.
- Pedro llegó tres lugares después de Ricardo.

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son siempre verdaderas?

- I. Ricardo llegó en segundo lugar.  
 II. Isabel llegó antes que Lucas.  
 III. Selene llegó en cuarto lugar.

A) Solo I      B) I y II      C) II y III      D) Solo II      E) Solo III

**Solución:**

Se tiene:

1ro	2do	3ro	4to	5to	6to
Gabriel	Ricardo	Isabel	Selene	Pedro	Lucas
Gabriel	Ricardo	Isabel	Lucas	Pedro	Selene

- (I) Verdadero  
 (II) Verdadero  
 (III) Falso

**Rpta.: B**

5. Seis amigas están ordenadas en fila para tomarse un selfi. Si se sabe lo siguiente:

- Ana está junto y a la izquierda de Valeria.
- Ada está a la izquierda de Raquel.
- Francis está a la izquierda de Ada y a la derecha de Ana.
- Gaby está junto y a la derecha de Ada.

De izquierda a derecha, indique quién se encuentra en la quinta ubicación.

A) Gaby      B) Ana      C) Ada      D) Francis      E) Raquel

**Solución:**

De la información se tiene

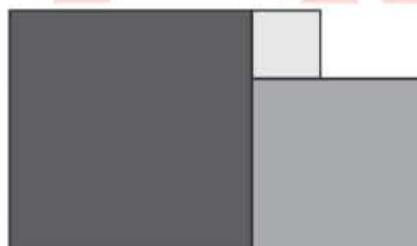


Luego, de izquierda a derecha Gaby se ubica en el quinto lugar.

**Rpta.: A**

6. En la figura, se indica una región que ha sido dividida en tres regiones cuadradas, cuyos lados miden una cantidad de centímetros que está representado por un número primo. Si el área total es de  $78 \text{ cm}^2$ , halle su perímetro.

- A) 54 cm
- B) 49 cm
- C) 67 cm
- D) 38 cm
- E) 76 cm



**Solución:**

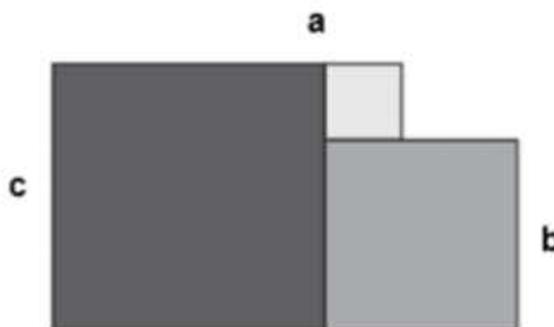
Sean a, b, c los lados

1º)  $a + b = c$

2º)  $a^2 + b^2 + c^2 = 78$

$\Rightarrow a = 2; b = 5; c = 7$

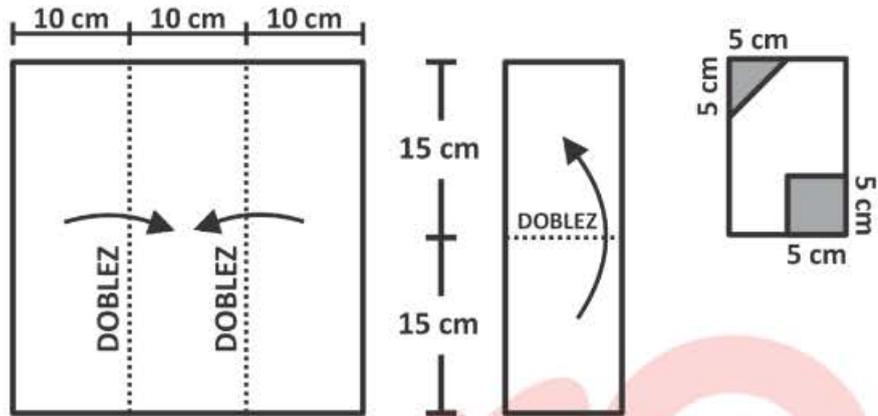
perímetro = 38



**Rpta.: D**

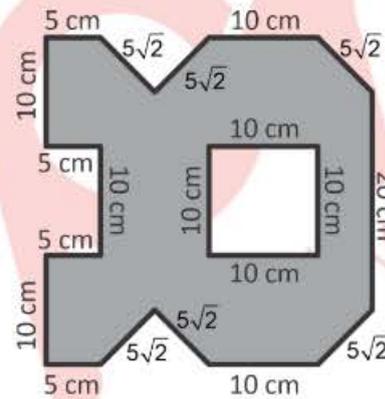
7. Se tiene una hoja de papel cuadrada, la cual se dobla tres veces por las líneas de doblez mostradas en la figura. Luego, se traza sobre el papel doblado tres segmentos, como se indica en la figura, formando un triángulo rectángulo isósceles y un cuadrado (regiones sombreadas). Luego, se corta y se retiran las regiones sombreadas. Calcule el perímetro, en centímetros, del trozo de papel que queda, luego de desdoblarlo completamente.

- A)  $(130 + 30\sqrt{2})$  cm
- B)  $(135 + 35\sqrt{2})$  cm
- C)  $(130 + 20\sqrt{2})$  cm
- D)  $(100 + 30\sqrt{2})$  cm
- E)  $(130 + 35\sqrt{2})$  cm



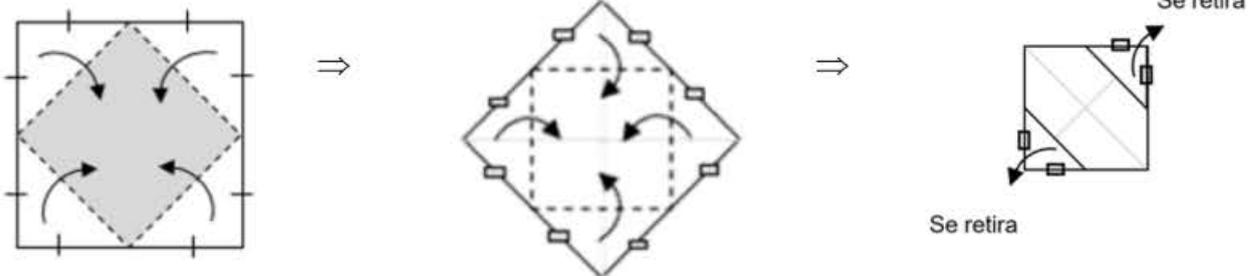
**Solución:**

Perímetro =  $(130 + 30\sqrt{2})$  cm



**Rpta.: A**

8. Almendra tiene una hoja de papel que tiene la forma de un cuadrado de 10 cm de lado, en el cual dibuja un cuadrado pintando su interior. Primero dobla por las 4 líneas de doblez, como indica la figura, luego realiza la misma operación nuevamente. Finalmente traza dos segmentos de  $\frac{5}{2}\sqrt{2}$  cm realizando los cortes por las líneas trazadas retirando las partes triangulares que se indica. Almendra calcula correctamente el perímetro de la zona sombreada del trozo de papel que queda luego de desdoblar completamente. ¿Cuál es este perímetro?

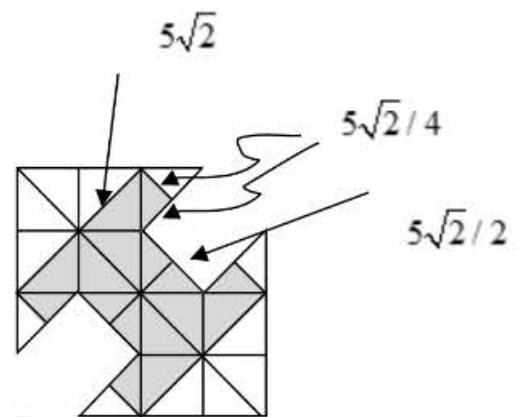


- A)  $(5 + 20\sqrt{2})$  cm
- B)  $(10 + 20\sqrt{2})$  cm
- C)  $25\sqrt{2}$  cm
- D)  $30\sqrt{2}$  cm
- E)  $(30 + 15\sqrt{2})$  cm

**Solución:**

$$Pm(\text{Somb}) = \left[ 2(5\sqrt{2}) + 8\left(\frac{5}{4}\sqrt{2}\right) + 2\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}\right) \right] \text{cm}$$

$$Pm(\text{Somb}) = 25\sqrt{2} \text{ cm}$$



Rpta.: C

## Aritmética

### EJERCICIOS DE CLASE

1. En una degustación para un banquete matrimonial, se observa que, la cuarta parte del número de asistentes no comió carne ni verduras, la mitad de ellos comió carne y los cinco doceavos comió verduras. ¿Qué parte del total de asistentes comió carne y verduras?

- A) 1/6      B) 1/3      C) 2/3      D) 1/4      E) 1/2

**Solución:**

Sea  $n(U) = 12k$  ; entonces

$$n(C' \cap V') = \frac{1}{4}(12k) = 3k$$

es decir,  $n(C \cup V)' = 3k$

además,

$$n(C) = 6k \text{ y } n(V) = \frac{5}{12}(12k) = 5k$$

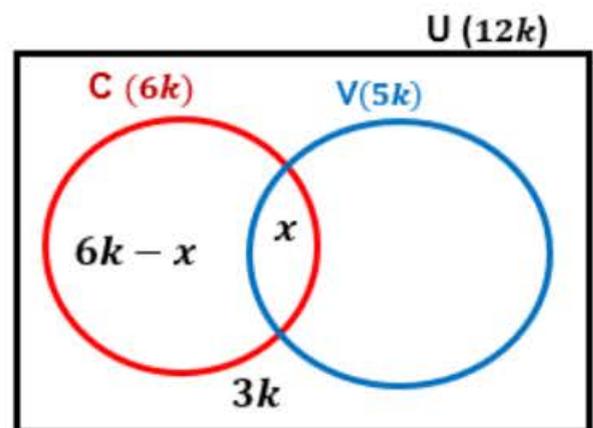
del gráfico

$$6k - x + 5k + 3k = 12k \rightarrow x = 2k$$

Por lo tanto,

$$\text{Parte de los asistentes que comió carne y verduras} = \frac{2k}{12k} = \frac{1}{6}$$

Rpta.: A



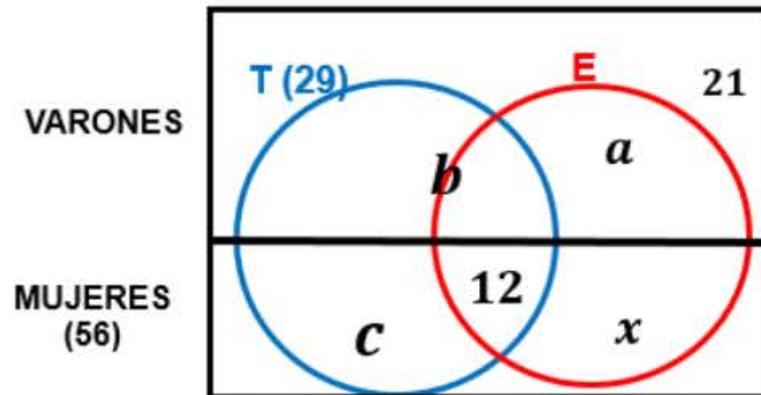
2. De los integrantes de una comunidad, se sabe que 29 de ellos trabajan y 56 son mujeres, de las cuales 12 estudian, pero no trabajan. De los varones, 32 trabajan o

estudian y 21 no trabajan ni estudian. Si 36 varones no trabajan, ¿cuántas mujeres no estudian ni trabajan?

- A) 35      B) 33      C) 34      D) 31      E) 32

**Solución:**

Sea T: Conjunto de personas que trabajan, E: conjunto de personas que estudian



**Solución:**

36 varones no trabajan

$$a + 21 = 36 \rightarrow a = 15$$

32 varones trabajan o estudian

$$a + b = 32 \rightarrow b = 17$$

$$b + c = 29 \rightarrow c = 12$$

Además  $c + 12 + x = 56 \rightarrow x = 56 - 12 - 12 = 32$

Por lo tanto, 32 mujeres no estudian ni trabajan.

**Rpta.: E**

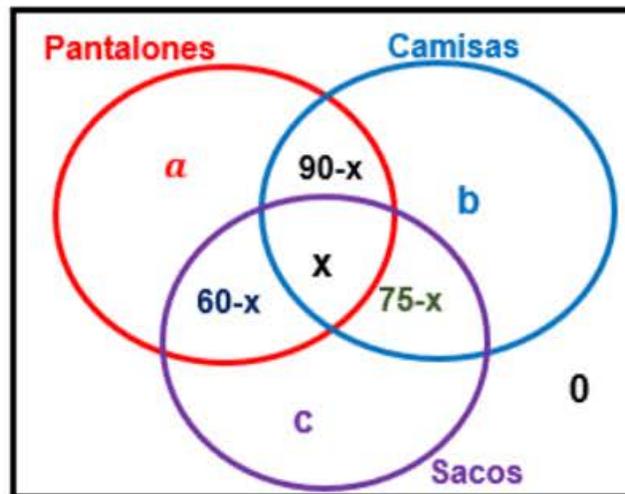
3. En un emporio comercial existen 244 tiendas. En 90 de ellas se venden pantalones y camisas, en 60 pantalones y sacos, en 75 camisas y sacos; y en 63 se venden solo un tipo de dichas prendas. Si todas las tiendas venden por lo menos una de estas prendas, ¿en cuántas tiendas se venden solo dos tipos de las prendas mencionadas?

- A) 159      B) 225      C) 150      D) 181      E) 190

**Solución:**

Siendo x # de tiendas que venden pantalones sacos y camisas

U (244)



63 venden solo una clase de estas prendas

$$a + b + c = 63$$

Además

$$a + b + c + 90 + 60 + 75 - 3x + x = 244$$

luego

$$63 + 225 - 2x = 244 \rightarrow x = 22$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \# \text{tiendas que venden solo dos tipos de prendas} &= 90 - x + 60 - x + 75 - x \\ &= 225 - 3x \\ &= 159 \end{aligned}$$

Rpta.: A

4. En el último concurso de Miss Simpatía, las participantes que pasaron a la semifinal hablan por lo menos uno de los idiomas entre inglés, francés y alemán. Si al simplificar  $[(I' - F) \cap (A - F')]' - (A' - I)'$  donde  $I, F$  y  $A$  representan los conjuntos de las que hablan inglés, francés y alemán respectivamente, se obtiene el conjunto de las que pasan a la etapa final, ¿quiénes fueron las finalistas?

- A) Las participantes que hablan inglés, pero no alemán.
- B) Las participantes que hablan inglés y alemán.
- C) Las participantes que hablan alemán, pero no inglés.
- D) Las participantes que hablan francés, pero no inglés
- E) Las participantes que hablan alemán.

**Solución:**

$$\begin{aligned} &[(I' - F) \cap (A - F')]' - (A' - I)' \\ &[(I' - F)' \cup ((A - F')')]' - (A' \cap I)' = \\ &[(I' \cap F)' \cup (A \cap F)] \cap (A' \cap I) = \\ &[(I \cup F) \cup (A \cap F)] \cap (I \cap A') = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{ [ I \cup (F \cup (A \cap F)) ] \cap I \} \cap A' = \\ & I \cap A' = \\ & I - A \end{aligned}$$

Conjunto de participantes que hablan inglés, pero no alemán

Rpta.: A

5. De un grupo de 135 personas que se encuentran en un plan de pérdida de peso se sabe que, 25 mujeres usan suplementos dietéticos, pero no asisten al gimnasio, 39 varones no usan suplementos dietéticos ni asisten al gimnasio y 27 personas asisten al gimnasio y usan suplementos dietéticos. Si la cantidad de varones que no asisten al gimnasio, pero usan suplementos dietéticos son la mitad del número de mujeres que no van al gimnasio ni usan suplementos dietéticos, ¿cuántas personas como mínimo no usan suplementos dietéticos, pero si asisten al gimnasio?

- A) 3                      B) 1                      C) 0                      D) 2                      E) 5

**Solución:**



	Suplemento Dietético	No Suplemento Dietético
Varones	$a$	39
Mujeres	25	$x_{\min}$

Gimnasio

27

$2a$

Como:  $n(U)=135$  entonces:  $a + 39 + 27 + x + 25 + 2a = 135$

$$\rightarrow x = 44 - 3a$$

Luego  $x$  toma su mínimo valor cuando  $a$  toma su máximo valor

$$\rightarrow a_{\max} = 14, \quad x_{\min} = 2$$

Por lo tanto, 2 personas como mínimo no usan suplementos dietéticos, pero si asisten al gimnasio.

Rpta.: D

6. En una Institución Educativa Inicial, se distribuyeron 60 nuevos kits de juegos didácticos para cada uno de los niños de las aulas Patitos y Pollitos. Si del total de niños de las aulas mencionadas se sabe que:
- Los niños varones de ambas aulas son 35.
  - Las niñas de Patitos son tantos como los niños varones de «Pollitos»
  - Las niñas de Pollitos y los niños de «Patitos» son 30.

¿Por cuánto exceden los niños varones a las niñas en el aula Patitos?

**Solución:**

	POLLITOS	PATITOS	TOTAL
VARONES	$x$	$35 - x$	<b>35</b>
MUJERES	$25 - x$	$x$	<b>25</b>
			<b>60</b>

Como las niñas de Amor y los niños de Empatía son 30 entonces:

$$(25 - x) + (35 - x) = 30 \rightarrow x = 15$$

Así en el aula Patitos:

$$\text{Niños varones} = 35 - 15 = 20$$

$$\text{Niñas} = 15$$

Por lo tanto,

El exceso es 5.

**Rpta.: D**

7. De los conjuntos **J** y **K** cuyos elementos son las edades de los hijos de Julia y Katy respectivamente, obtenemos:

$$\mathbf{J} \times \mathbf{K} = \{ (p;p) ; (p;6) ; (r;m) ; (t;m) ; (r;p) ; (4;2) \},$$

$$\mathbf{K} \times \mathbf{J} = \{ (6;p) ; (2;10) ; (2;2) ; (6;r) ; (m;4) ; (p;t) \}$$

donde  $p, r, m$  y  $t$  son diferentes entre sí.

Si Julia tiene  $[(m - t) \cdot (r - p)]$  años y Katy  $[(r - t + m) \cdot (p)]$  años, determine la diferencia de sus edades.

- A) 10      B) 12      C) 6      D) 8      E) 4

**Solución:**

Por dato,

$$\mathbf{J} \times \mathbf{K} = \{ (p;p) ; (p;6) ; (r;m) ; (t;m) ; (r;p) ; (4;2) \}$$

$$\mathbf{K} \times \mathbf{J} = \{ (6;p) ; (2;10) ; (2;2) ; (6;r) ; (m;4) ; (p;t) \}$$

Notamos que  $t = 4 ; r = 10 ; p = 2 ; m = 6$

$$\text{Edad de Julia} = [2(m - t)(r - p)] = 2(2)(8) = 32$$

$$\text{Edad de Katy} = [(r - t + m)(p)] = 12(2) = 24$$

Por lo tanto, *Diferencia de edades* = 8 años

**Rpta.: D**

8. Las amigas Luisa, Fernanda y Camila se matricularon en el curso ABC Digital, que se dicta en 28 clases. En cada clase asistieron al menos dos de ellas. Si Luisa, Fernanda y Camila no asistieron a 7, 5 y 8 clases respectivamente, ¿en cuántas clases estuvieron presentes las tres amigas?
- A) 6                      B) 8                      C) 10                      D) 4                      E) 12

**Solución:**

Luisa, asistió a  $28 - 7 = 21$  clases.

Fernanda, asistió a  $28 - 5 = 23$  clases.

Camila, asistió a  $28 - 8 = 20$  clases.

Si Luisa no asistió a 7 clases, luego Fernanda y Camila asistieron a 7 clases.

Si Fernanda no asistió a 5 clases, luego Luisa y Camila asistieron a 5 clase.

Si Camila no asistió a 8 clases, luego Luisa y Fernanda asistieron a 8 clase.

De este modo  $x = 8$

Por lo tanto, en 8 clases estuvieron presentes las tres amigas

**Rpta.: B**

9. Con el objetivo de incentivar el consumo de frutas de la Selva, el Gobierno Regional de Amazonas realizó la XVI Feria Regional Agraria. En él se promocionaron helados artesanales elaborados a base de frutos como el aguaje, la pitahaya y la guanábana entre otros. Si al simplificar

$$\{[(A \cup P') \cap (A \cap P)] \cup (A - P)\} \cap (A - G)'$$

donde  $A, P$  y  $G$  son los conjuntos de personas que consumieron helados de aguaje, pitahaya y guanábana respectivamente, se obtiene el conjunto de personas que fueron beneficiados de una promoción de  $2 \times 1$ , ¿quiénes fueron los beneficiados?

- A) Personas que consumieron helados de aguaje y guanábana  
 B) Personas que consumieron helados de pitahaya  
 C) Personas que consumieron helados de aguaje y no de guanábana  
 D) Personas que consumieron helados de guanábana y pitahaya  
 E) Personas que consumieron helados de pitahaya y guanábana.

**Solución:**

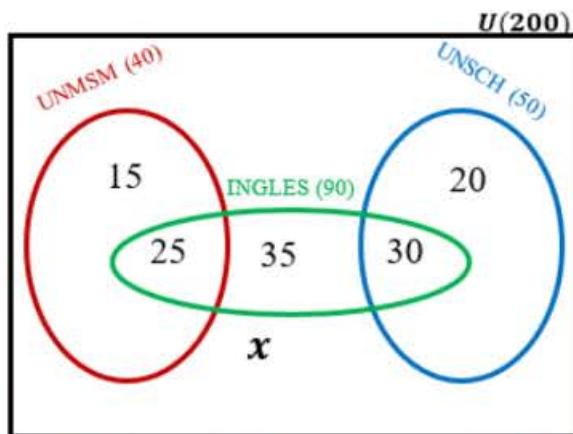
$$\begin{aligned} & \{[(A \cup P') \cap (A \cap P)] \cup (A - P)\} \cap (A - G)' = \\ & \{((A \cup P') \cap A) \cap P \cup (A \cap P')\} \cap (A \cap G)'\} = \\ & \{[A \cap P] \cup (A \cap P')\} \cap (A' \cup G) = \\ & [A \cap (P \cup P')] \cap (A' \cup G) = \\ & [A \cap U] \cap (A' \cup G) = \\ & A \cap (A' \cup G) = \\ & A \cap G \end{aligned}$$

**Rpta.: A**

10. En un congreso donde asisten 200 matemáticos. De ellos, 40 son sanmarquinos, 50 sancristobalinos y 90 dominan el idioma inglés; de estos últimos, 65 no son sanmarquinos y 60 no son sancristobalinos. Si los matemáticos que son sanmarquinos no son sancristobalinos, ¿cuántos de los matemáticos asistentes no son sanmarquinos ni sancristobalinos ni dominan el idioma inglés?

- A) 35      B) 110      C) 90      D) 105      E) 75

**Solución:**



Por dato  $n(U) = 200 \rightarrow 90 + 15 + 20 + x = 200 \rightarrow x = 75$

Rpta.: E

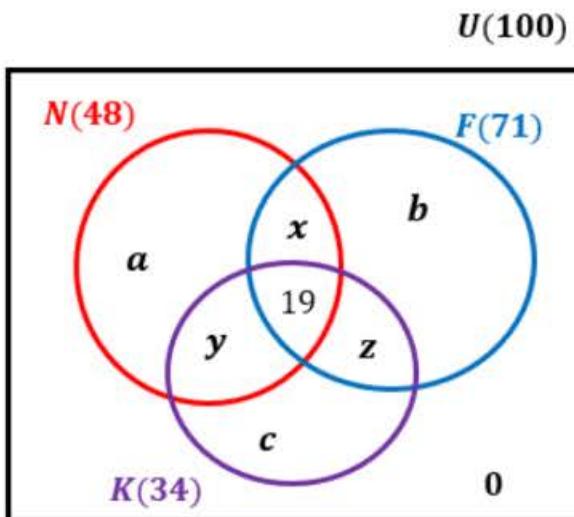
**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. De un grupo de 100 personas se sabe que, 48 gustan de la naranja, 71 gustan de la fresa, 34 gustan del kiwi y 19 gustan de las tres frutas mencionadas. Si todas las personas gustan de al menos una de las tres frutas mencionadas, ¿cuántas personas gustan de una de las frutas mencionadas?

- A) 66      B) 63      C) 67      D) 56      E) 68

**Solución:**

Sean  $N, F, K$  conjunto de personas que gustan de la naranja, fresa y kiwi respectivamente



$$\begin{aligned} \text{Se cumple que } a + x + y + 19 = 48 &\Rightarrow a + x + y = 29 \\ b + x + z + 19 = 71 &\Rightarrow b + x + z = 52 \\ c + y + z + 19 = 34 &\Rightarrow c + y + z = 15 \\ &\Rightarrow a + b + c + 2(x + y + z) = 96 \\ \text{Además } &a + b + c + x + y + z = 81 \\ \text{Así } x + y + z = 15 &\text{ luego } a + b + c = 81 - 15 = 66 \end{aligned}$$

Rpta.: A

2. En el colegio Los Forjadores se encuestó a 80 alumnos del quinto año de secundaria sobre el uso de dispositivos electrónicos entre celular o tableta digital permitidos en aula, obteniéndose los siguientes resultados:

- Los varones que llevan celular exceden en 16 a las mujeres que llevan tableta.
- Las mujeres que usan celular son la tercera parte de los varones que llevan tableta
- En el caso de las mujeres, las que llevan celular son una más de las que portan tableta digital.

Si está permitido llevar solo uno de los dispositivos mencionados, ¿cuántos alumnos de los encuestados llevaron tableta digital al colegio?

- A) 51      B) 50      C) 48      D) 43      E) 40

**Solución:**

	Celular	Tableta Digital
Varones	$x+16$	$3y$
Mujeres	$y$	$x$

Así tenemos del total:  $2x+4y+16=80$

Además del último dato:  $y-x=1$

Resolviendo:  $x=10, y=11$

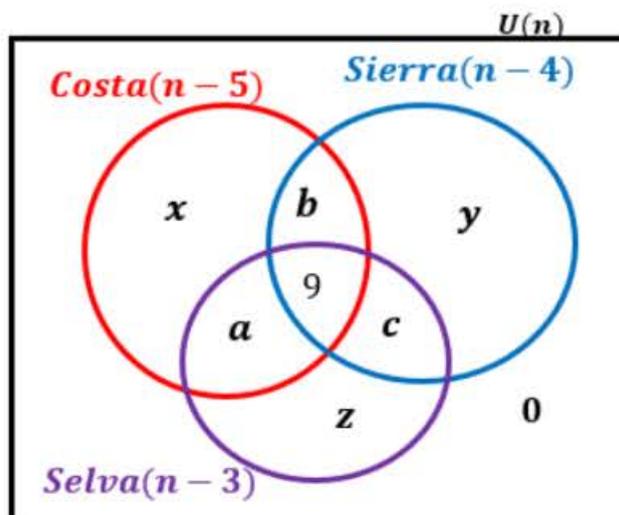
Por lo tanto,

*Los alumnos que lleva tableta digital son  $3y + x = 33 + 10 = 43$*

Rpta.: D

3. En un restaurante se ofrecen tres variedades de comidas, de la costa, de la sierra y de la selva. El administrador, al ser consultado por el número de cocineros que trabajan en el restaurant, manifestó: «Todos preparan comida de la costa, menos cinco; todos preparan comida de la sierra, menos cuatro y todos preparan comida de la selva, menos tres». Si nueve preparan las tres variedades de comida y diez solo dos de estas, ¿cuántos cocineros tiene el restaurante?

- A) 20      B) 21      C) 17      D) 19      E) 22

**Solución:**Sea  $n$ : número total de cocineros

Tenemos que:

$$a + b + c = 10$$

Además:

$$z + c + y = 5$$

$$x + b + y = 3$$

$$x + a + z = 4$$

Sumando las tres ecuaciones anteriores:

$$2(x + y + z) + a + b + c = 12$$

Entonces

$$x + y + z = 1$$

Como:

$$n(U) = n = x + y + z + a + b + c + 9$$

$$\Rightarrow n = 1 + 10 + 9 = 20$$

Por lo tanto, el restaurante cuenta con 20 cocineros.

**Rpta.: A**

4. Sean  $F$  y  $T$  los conjuntos cuyos elementos son las edades, de los 3 hijos de Félix y los 2 hijos de Tadeo respectivamente. Además, Félix tiene  $(m, y)$  años, Tadeo  $(n, x)$  años de edad y las edades de sus hijos están entre 3 y 13 años.

Si  $F \times T = \{(5; 6); (m - 1; 8); (2m; 6); (4n; m + 2); (3n + 1; m); (x; y)\}$ , ¿cuántos años más que Tadeo tiene Félix?

- A) 2                      B) 12                      C) 18                      D) 8                      E) 28

**Solución:**

$$F \times T = \{ (5; 6); (m - 1; 8); (2m; 6); (4n; m + 2); (3n + 1; m); (x; y) \},$$

De  $F \times T$  tenemos

$$F = \{5; m - 1; 2m; 4n; 3n + 1; x\} \quad y \quad T = \{6; 8; m + 2; m; y\}$$

Como  $n(F) = 3$ ,  $n(T) = 2$ , entonces  $m = 6 \vee m = 8$  (no verifica)

De este modo

$$F = \{5; 12; 4n, 3n + 1, x\} = \{5; 12; 10\} \text{ pues } 4n = 12 \rightarrow n = 3$$

$$T = \{6; 8\} \rightarrow x = 10, y = 8$$

$$my - nx = 6(8) - 3(10) = 18$$

$\therefore$  Diferencia de edades = **18** años.

**Rpta.: C**

5. Luego del retorno a clases presenciales la psicóloga de una Institución Educativa detectó alumnos con problemas de aprendizaje, así como también, con temperamento difícil. Ante esta situación la directora programa sesiones de terapia para un grupo de alumnos. Si al simplificar,

$$\{[(A \cap T) \cup (A' \cap T)]' \cap (T - A')\}' \cap [A \cup T],$$

donde  $A$  y  $T$  son los conjuntos de alumnos que presentan problemas de aprendizaje y de temperamento difícil respectivamente; se obtiene el conjunto de alumnos que irán a la terapia, ¿de qué alumnos se trata?

- A) Alumnos con problemas de aprendizaje y no de temperamento difícil  
 B) Alumnos de temperamento difícil  
 C) Alumnos con problemas de aprendizaje y de temperamento difícil  
 D) Alumnos de temperamento difícil o con problemas de aprendizaje  
 E) Alumnos de temperamento difícil y no con problemas de aprendizaje

**Solución:**

$$\begin{aligned} \{[(A \cap T) \cup (A' \cap T)]' \cap (T - A')\}' \cap [A \cup T] &= \\ \{[(A \cup A') \cap T]' \cap (T \cap A')\}' \cap [A \cup T] &= \\ \{T' \cap (T \cap A')\}' \cap [A \cup T] &= \\ \{T' \cap (T' \cup A')\}' \cap [A \cup T] &= \\ \{T' \cap [A \cup T]\}' &= \\ T' \cap A &= \\ A - T & \end{aligned}$$

**Rpta.: A**

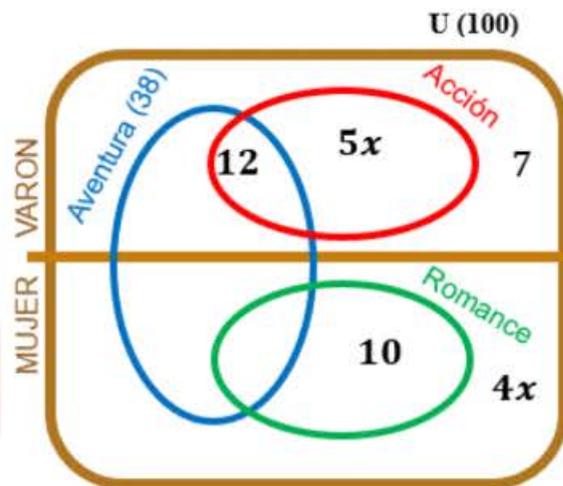
6. De una encuesta realizada a 100 personas sobre preferencias de géneros literarios, se sabe que: de los varones, los que gustan de aventura y acción son 12 y los que no gustan de los géneros mencionados son 7; los que gustan de aventura son 38 personas. Las mujeres que gustan solo romance son 10 y la relación entre varones que solo prefieren acción y mujeres que no les gusta esos géneros es de 5 a 4. Si no hay varones que gusten de romance y mujeres que gusten de acción, ¿cuántos varones prefieren el género acción?
- A) 37            B) 35            C) 30            D) 40            E) 42

**Solución:**

$$38 + 5x + 7 + 10 + 4x = 100$$

$$9x = 45, \text{ luego } x = 5$$

pide:  $5x + 12 = 5(5) + 12 = 37$



Rpta.: A

7. Los médicos de cierta comunidad de la región sur del Perú atendieron a 190 personas que presentaron problemas pulmonares, de los cuales 89 fueron diagnosticados con TBC. Si de las 92 mujeres que se atendieron, 46 no tuvieron TBC, ¿cuántos varones de los atendidos no fueron diagnosticados con TBC?
- A) 55            B) 45            C) 46            D) 65            E) 35

**Solución:**

#Total de personas encuestadas=190  
Según los datos tenemos:

	Varones (98)	Mujeres (92)
TBC (89)	43	46
NO TBC (101)	55	46

Por lo tanto, 55 varones de los atendidos no tienen TBC.

Rpta.: A

8. En una fábrica de bordados trabajan 42 mujeres, de las cuales 15, no son casadas. De los varones, 36 hacen limpieza y 12 operarios son casados. Si 58 trabajadores son casados (entre varones y mujeres) y 35 varones no son casados, ¿cuántos operarios varones tienen la fábrica?

A) 30      B) 33      C) 34      D) 31      E) 37

**Solución:**

$$15 + n = 42 \rightarrow n = 27$$

$$p + 12 + n = 58 \rightarrow p = 19$$

$$p + q = 36 \rightarrow q = 17$$

$$x + q = 35 \rightarrow x = 18$$

Por lo tanto,

$$\text{Empleados varones: } x + 12 = 18 + 12 = 30$$



Rpta.: A

9. En el concurso televisivo Quién sabe más, dos colegios participan con 8 y 10 integrantes respectivamente. De acuerdo al reglamento dado, el enfrentamiento es en duelos individuales o con uno de apoyo. ¿Cuántos enfrentamientos diferentes en total se pueden realizar?

A) 1860      B) 1880      C) 1750      D) 1980      E) 1996

**Solución:**

Sea el primer colegio con 8 participantes:

P: Conjunto formado por todos los subconjuntos unitarios y binarios del primer colegio

$$n(P) = 8 + \frac{8 \times 7}{2} = 36$$

El segundo colegio con 10 participantes:

Q: El conjunto formado por todos los subconjuntos unitarios y binarios del segundo Colegio

$$n(Q) = 10 + \frac{10 \times 9}{2} = 55$$

$$\text{Número de enfrentamientos} = n(P \times Q) = n(P) \times n(Q) = 36 \times 55 = 1980$$

Rpta.: D

10. En una capacitación realizada a 4200 personas, se observó que, de la cantidad de mujeres,  $\frac{3}{8}$  son solteras. La cantidad de varones es igual a los  $\frac{2}{5}$  del total de mujeres; y  $\frac{2}{5}$  del número de mujeres casadas están embarazadas, ¿cuántas mujeres casadas no están embarazadas?

A) 1100      B) 1125      C) 1225      D) 1025      E) 1250

**Solución:**

	Varones (16k)	Mujeres (40k)
SOLTERO		15k
CASADO		Emb. 10k      15k

$$\#Total = 4200 \quad \#M=40k, \quad \#V=16k, \quad \#MCE^o=15k$$

$$\#V + \#M = 4200 \quad \text{entonces} \quad 56k=4200 \quad k=75$$

$$\text{Mujeres casadas no embarazadas: } 15k = 15(75) = 1125$$

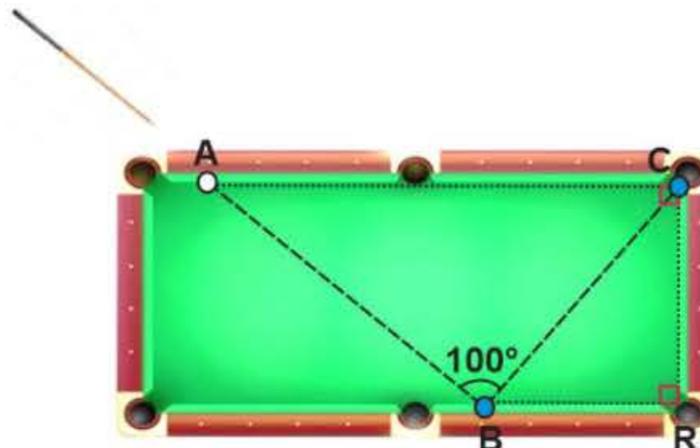
Rpta.: B

## Geometría

### EJERCICIOS DE CLASE

1. La figura muestra una jugada estratégica en un juego de billar, iniciándose en el punto A sobre la bola blanca, dirigiéndose hacia la posición B de la bola azul e intentando que la bola azul termine en la posición C. Si  $BR = RC$ , halle la medida del ángulo formado por la trayectoria  $\overline{AB}$  y la banda  $\overline{AC}$ .

- A)  $20^\circ$   
 B)  $25^\circ$   
 C)  $30^\circ$   
 D)  $35^\circ$   
 E)  $40^\circ$

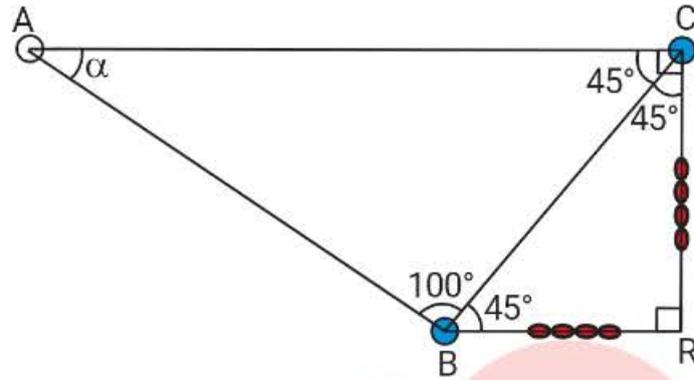


**Solución:**

- $\triangle BRC$ : isósceles  $\Rightarrow m\widehat{BCR} = 45^\circ$
- $\triangle ABC$ : Teorema suma de ángulos interiores

$$45^\circ + 100^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 35^\circ$$

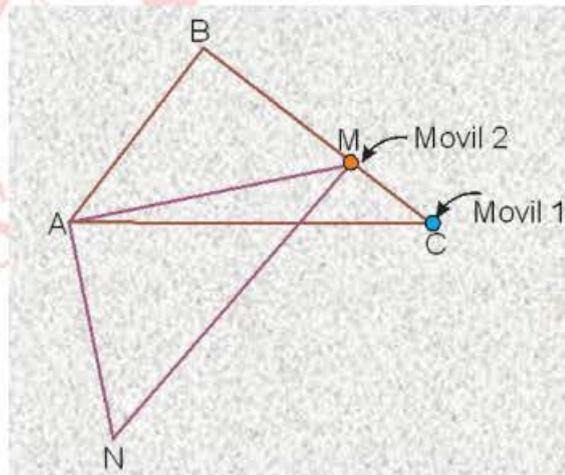


$\therefore$  La medida del ángulo formado por la trayectoria  $\overline{AB}$  y la banda  $\overline{AC}$  es  $35^\circ$ .

**Rpta.: D**

2. En la figura se muestra un circuito para dos móviles, cuyas trayectorias son los triángulos rectángulos congruentes CBA y MAN. Si  $m\widehat{ANB} = 25^\circ$ , halle la medida del ángulo formado por las trayectorias  $\overline{AC}$  y  $\overline{NM}$ .

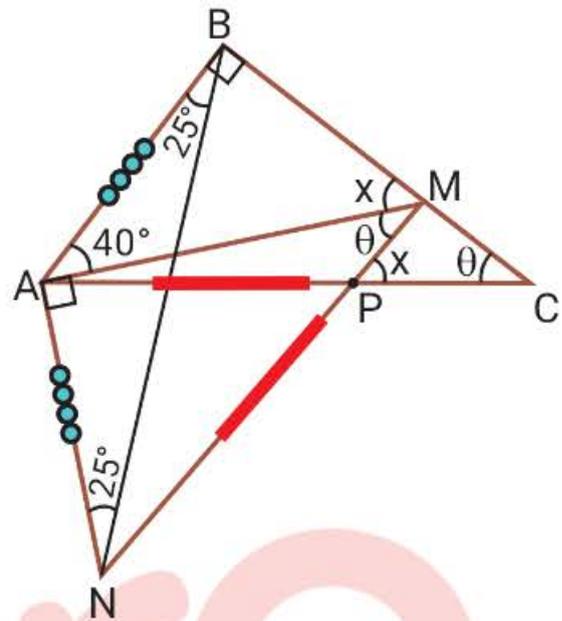
- A)  $40^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $55^\circ$
- E)  $45^\circ$



**Solución:**

- Dato:  $\triangle CBA \cong \triangle MAN$   
 $CA = MN, BA = AN$  y  $m\widehat{BCA} = m\widehat{AMN} = \theta$

- $\triangle PMC$ : Teorema del ángulo exterior  
 $m\widehat{PMB} = x + \theta$
- $\triangle NAB$ : isósceles  $\Rightarrow m\widehat{ABN} = 25^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{BAM} = 40^\circ$
- $\triangle ABM$ : Teorema suma de ángulos interiores  
 $x + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$

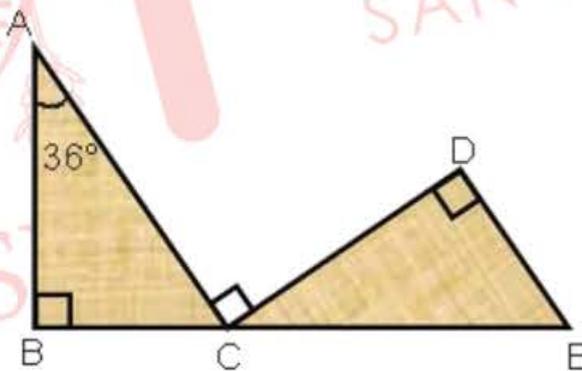


$\therefore$  La medida del ángulo formado por las trayectorias  $\overline{AC}$  y  $\overline{NM}$  es  $50^\circ$ .

Rpta.: B

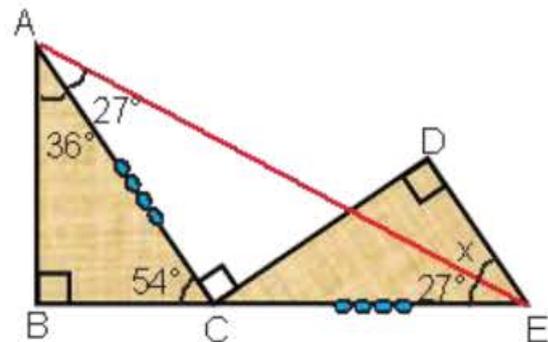
3. Ariana tiene dos fichas idénticas (congruentes) de forma triangular colocadas como se muestra en la figura (los puntos B, C y E son colineales). Halle la medida del ángulo formado por  $\overline{DE}$  y el segmento cuyos extremos son los puntos A y E.

- A)  $23^\circ$
- B)  $25^\circ$
- C)  $27^\circ$
- D)  $29^\circ$
- E)  $30^\circ$



**Solución:**

- $\triangle ABC$ : Teorema suma de ángulos interiores  
 $36^\circ + m\widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow m\widehat{ACB} = 54^\circ$
- $\triangle ABC \cong \triangle CDE \Rightarrow AC = CE$
- $\triangle ACE$ : isósceles  $\Rightarrow m\widehat{AEC} = 27^\circ$
- $\triangle CDE$ :  $27^\circ + x = 54^\circ$   
 $x = 27^\circ$



Rpta.: C



**Solución:**

- Dato:  $\beta - \alpha = 40^\circ \dots(1)$
- $\triangle ABC$ : Teorema del ángulo exterior  
 $\alpha + \beta = 2\theta \dots(2)$
- De (1) y (2):  $\theta - \alpha = 20^\circ$
- Teorema  $\triangle$ :  $x + \theta = 90^\circ + \alpha$   
 $x = 90^\circ - (\theta - \alpha) \Rightarrow x = 70^\circ$

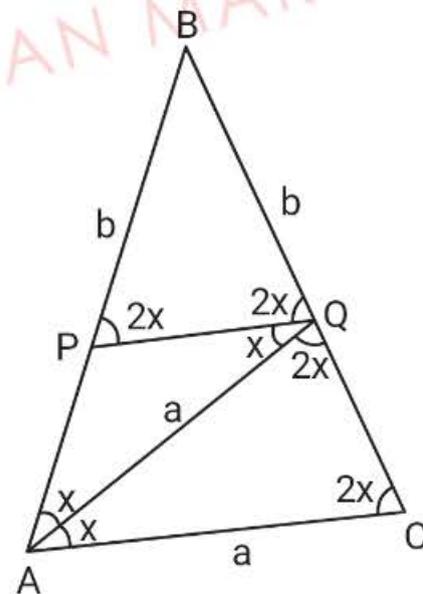
**Rpta.: E**

6. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior  $\overline{AQ}$  y la ceviana  $\overline{QP}$  del triángulo BQA tal que  $\overline{QP} \parallel \overline{CA}$ . Si  $BP = BQ$  y  $AQ = AC$ , halle  $m\hat{B}AQ$ .

- A)  $30^\circ$       B)  $32^\circ$       C)  $34^\circ$       D)  $35^\circ$       E)  $36^\circ$

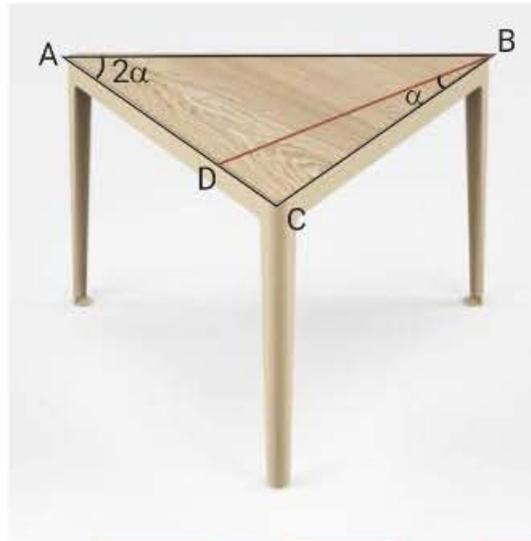
**Solución:**

- $\overline{QP} \parallel \overline{CA} \Rightarrow m\hat{PQA} = x$
- $\triangle PBQ$ : isósceles  $\Rightarrow m\hat{BPQ} = m\hat{BQP} = 2x$
- $\triangle CAQ$ : isósceles  $\Rightarrow m\hat{ACQ} = m\hat{AQC} = 2x$
- En Q: Par lineal  
 $2x + x + 2x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$

**Rpta.: E**

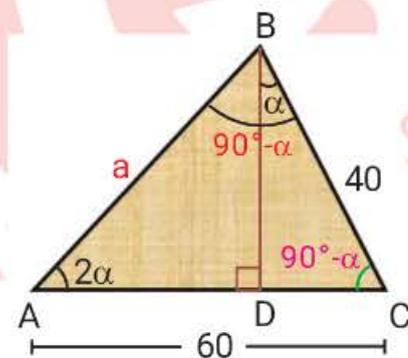
7. En la figura se muestra una mesa cuya tapa ABC es de forma triangular, donde se coloca un cinta decorativa  $\overline{BD}$ , tal que BD es la distancia mínima de B al borde  $\overline{AC}$ . Si  $BC = 40$  cm y  $AC = 60$  cm, halle el perímetro de dicha tapa.

- A) 145 cm  
B) 150 cm  
C) 160 cm  
D) 162 cm  
E) 165 cm



**Solución:**

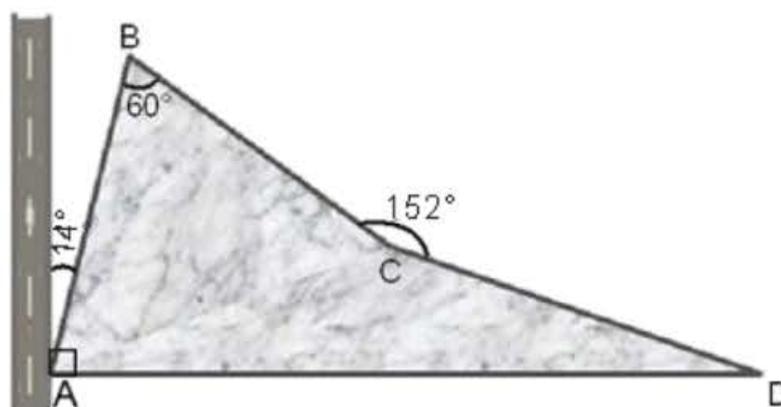
- Dato:  $\overline{BD}$  es altura de  $\triangle ABC$
  - $\triangle BDC$ : Teorema de suma de ángulos interiores  
 $\widehat{mDCB} = 90^\circ - \alpha$
  - $\triangle BAC$ : isósceles  $\Rightarrow a = 60$
- $\therefore$  El perímetro de la tapa es 160 cm



Rpta.: C

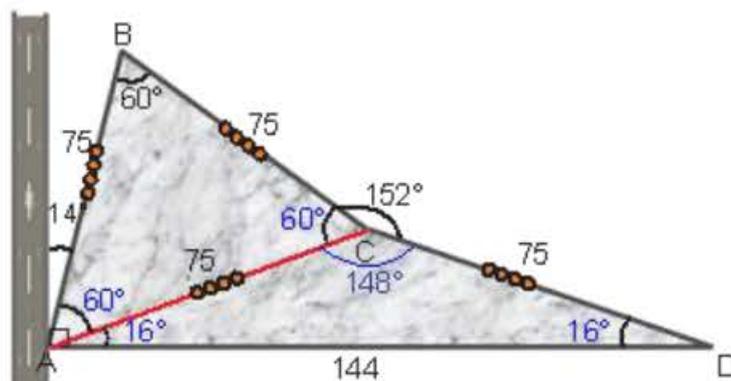
8. En la figura se muestra el diseño de un terreno cuadrangular ABCD. Se desea dividir el terreno en dos parcelas trazando el lindero  $\overline{AC}$ . Si el metro lineal de cerca cuesta S/ 20,  $AB = BC = 75$  m,  $AD = 144$  m, ¿cuál es el costo total para cercar los terrenos triangulares ABC y ACD?

- A) S/ 6 780  
B) S/ 8 550  
C) S/ 8 870  
D) S/ 8 880  
E) S/ 8 990



**Solución:**

- Trazamos  $\overline{AC} \Rightarrow \Delta ABC$  es equilátero  
 $\Rightarrow AB = AC = BC = 75$  m
- En C:  $m\widehat{ACD} = 148^\circ$
- $\Delta ACD$ : isósceles  $\Rightarrow AC = CD = 75$  m
- Entonces el perímetro por cercar es:  
 $2p = 75 + 75 + 75 + 75 + 144 = 444$  m
- $1$  m  $\rightarrow$  S/ 20  
 $444$  m  $\rightarrow$  S/ 8 880



**Rpta.: D**

9. En la figura se muestra el tramo  $\overline{AB}$  de una vereda (figura 1), donde  $\mathcal{L}$  es mediatriz de  $\overline{AB}$  (figura 2). Desde el punto P se observa los extremos A y B a una distancia de 10 m con un ángulo cuya medida es  $\alpha$ . Luego se desplaza hasta el punto Q, observando los extremos A y B con un ángulo cuya medida es  $\alpha/2$ , halle la distancia de P a Q.

- A) 10 m
- B) 12 m
- C) 15 m
- D) 16 m
- E) 14 m

Figura 1

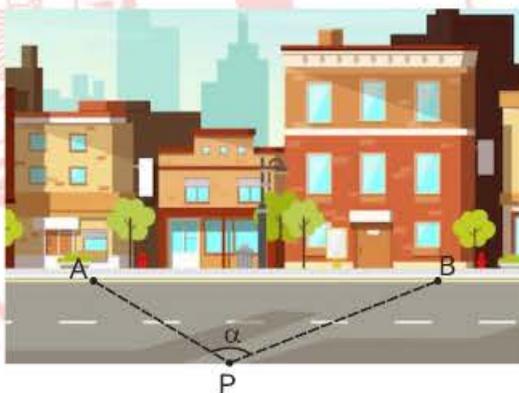
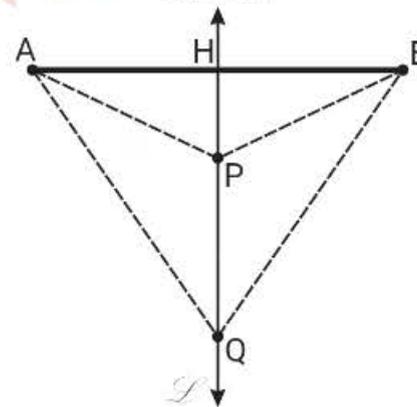
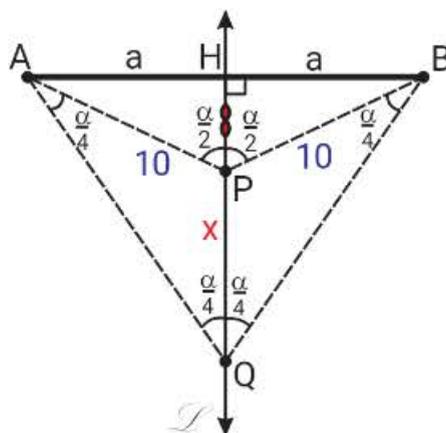


Figura 2



**Solución:**

- $\Delta PHA \cong \Delta PHB$  (LAL)  
 $m\widehat{APH} = m\widehat{BPH} = \alpha/2$
- $\Delta AHQ \cong \Delta BHQ$  (LAL)  
 $m\widehat{AQH} = m\widehat{BQH} = \alpha/4$
- $\Delta QPB$ : isósceles  
 $x = 10$  m



**Rpta.: A**



**Solución:**

- NPTCA : Teorema

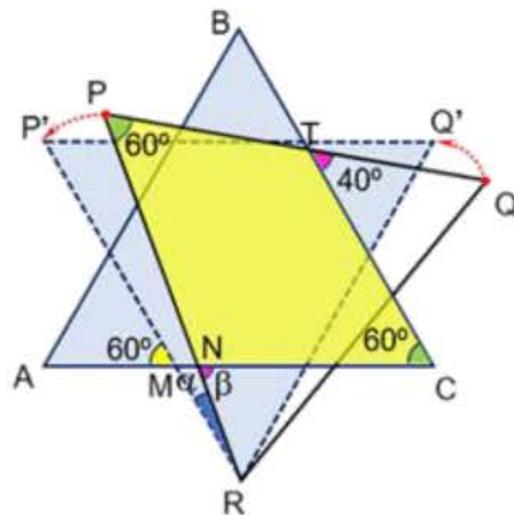
$$60^\circ + 60^\circ = \beta + 40^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 80^\circ$$

- $\Delta MNR$ : Teorema del ángulo exterior

$$\beta = \alpha + 60^\circ$$

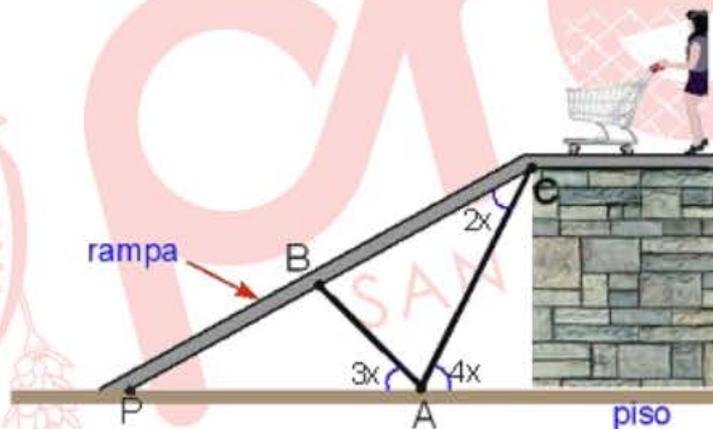
$$\therefore \alpha = 20^\circ$$



Rpta.: C

12. La figura muestra la vista de perfil de una rampa en un supermercado, sostenido por los soportes representados por  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$ . Si  $BC = AP$ , halle la medida del ángulo formado por los soportes.

- A)  $65^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $75^\circ$
- E)  $80^\circ$



**Solución:**

- $\Delta PAC$ : isósceles  $\Rightarrow PA = AC$
- $\Delta PBA$ : Teorema del ángulo exterior

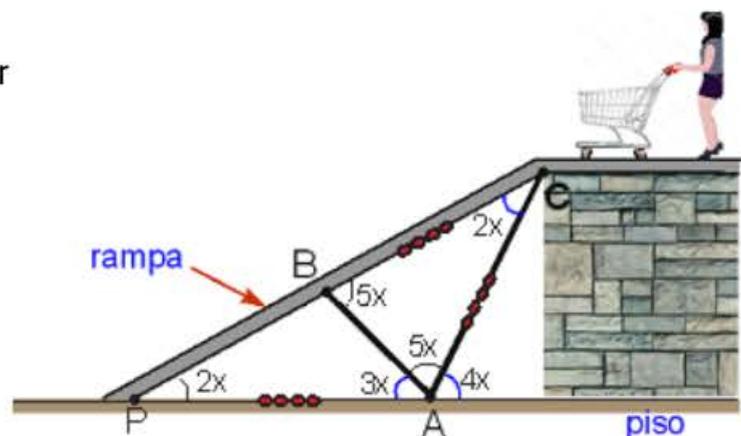
$$\widehat{mCBA} = 5x$$

- $\Delta BCA$ : isósceles

$$\widehat{mBAC} = 5x$$

- $\Delta BCA$ :  $5x + 5x + 2x = 180^\circ$

$$x = 15^\circ$$



$\therefore$  La medida del ángulo formado por los soportes es  $75^\circ$ .

Rpta.: D

13. En un triángulo acutángulo ABC, se trazan la altura  $\overline{AD}$  y la bisectriz interior  $\overline{BE}$  que se intersecan en F. Si  $m\hat{BAC} = 64^\circ$  y  $m\hat{BCA} = 42^\circ$ , halle  $m\hat{AFB}$ .

- A)  $127^\circ$       B)  $128^\circ$       C)  $130^\circ$       D)  $132^\circ$       E)  $135^\circ$

**Solución:**

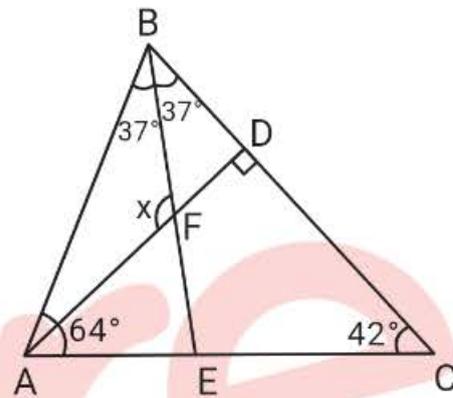
- $\Delta ABC$ : Teorema de suma ángulos interiores

$$m\hat{ABC} = 74^\circ$$

- $\Delta BDF$ : Teorema del ángulo exterior

$$x = 37^\circ + 90^\circ$$

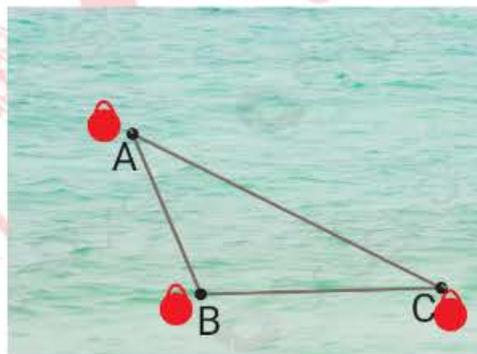
$$x = 127^\circ$$



Rpta.: A

14. En un determinado instante las boyas se encuentran ubicadas en los puntos A, B y C, unidas por sogas formando el triángulo ABC como se muestra en la figura. Si las bisectrices de los ángulos exteriores de los vértices A y C es  $36^\circ$ ; si  $AB = 12$  m. Halle el menor valor entero de la distancia entre las boyas ubicadas en A y C.

- A) 8 m  
B) 9 m  
C) 11 m  
D) 13 m  
E) 14 m



**Solución:**

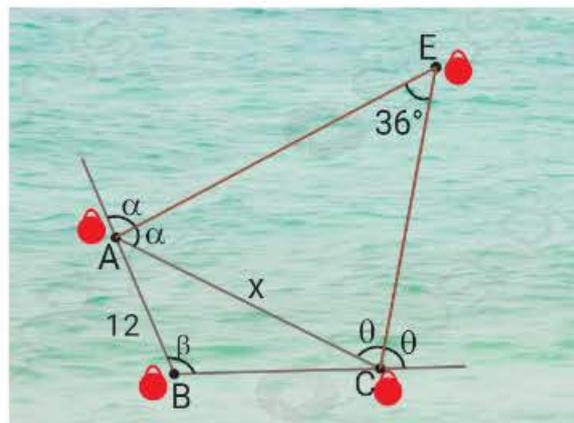
- $\Delta ABC$ : Teorema

$$36^\circ = 90^\circ - \frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta = 108^\circ$$

- $\Delta ABC$ : obtusángulo

$$x = AC > 12$$

$\therefore AC$  menor entero = 13 m

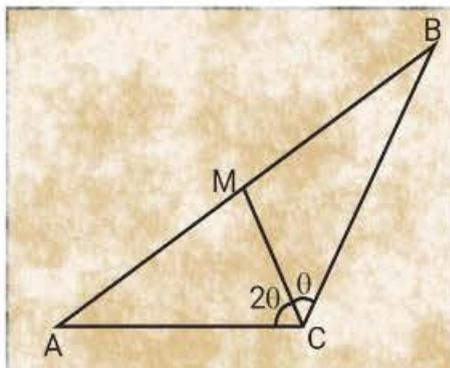


Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

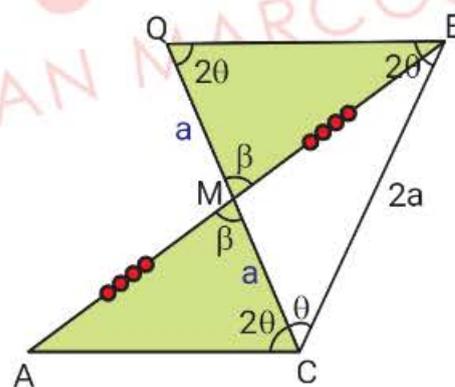
1. Un terreno de forma triangular ABC es dividido por el lindero  $\overline{CM}$ , como muestra en la figura. Si  $BC = 2MC$  y  $\overline{CM}$  es mediana, halle la medida del ángulo formado por los linderos  $\overline{AC}$  y  $\overline{CM}$ .

- A)  $36^\circ$
- B)  $72^\circ$
- C)  $54^\circ$
- D)  $78^\circ$
- E)  $60^\circ$



**Solución:**

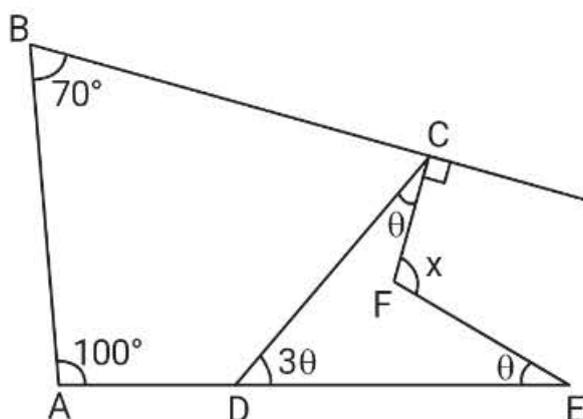
- Prolongamos  $\overline{CM}$  hasta el punto Q tal que  $CM = MQ = a$
- $\triangle AMC \cong \triangle BMQ$  (LAL)  $\Rightarrow m\widehat{BQM} = 2\theta$
- $\triangle QCB$ : isósceles  $\Rightarrow m\widehat{QBC} = m\widehat{BQC} = 2\theta$
- $\triangle QCB$ :  $\theta + 2\theta + 2\theta = 180^\circ$   
 $2\theta = 72^\circ$



Rpta.: B

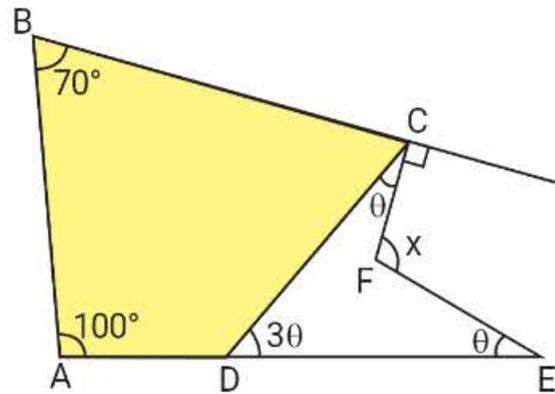
2. En la figura, halle x.

- A)  $100^\circ$
- B)  $105^\circ$
- C)  $110^\circ$
- D)  $115^\circ$
- E)  $120^\circ$



**Solución:**

- Por teorema  $\triangle$  :  $x = 5\theta$
  - ABCD: Teorema
- $$100^\circ + 70^\circ = 3\theta + \theta + 90^\circ$$
- $$\theta = 20^\circ$$
- Entonces:  $x = 100^\circ$



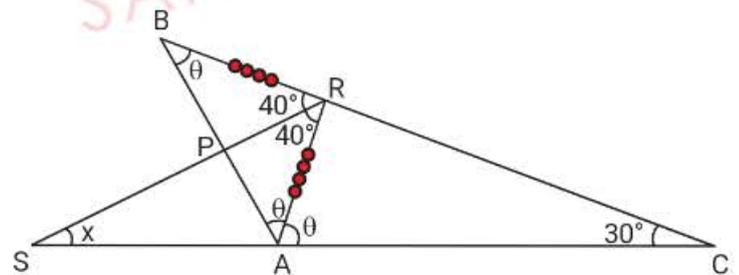
Rpta.: A

3. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior  $\overline{AR}$  y la bisectriz exterior  $\overline{RS}$  del triángulo ARC (S en la prolongación de  $\overline{CA}$ ). Si  $m\hat{ACB} = 30^\circ$  y  $BR = RA$ , halle  $m\hat{RSC}$ .

- A)  $10^\circ$       B)  $12^\circ$       C)  $15^\circ$       D)  $18^\circ$       E)  $20^\circ$

**Solución:**

- $\triangle BRA$ : isósceles  $\Rightarrow m\hat{RBA} = m\hat{RAB} = \theta$
  - $\triangle ABC$ : Teorema suma de ángulos interiores
- $$\theta + 2\theta + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 50^\circ$$
- $\triangle ARC$ : Teorema del ángulo exterior
- $$m\hat{ARB} = 80^\circ$$
- $\triangle SRA$ : Teorema del ángulo exterior
- $$x + 40^\circ = 50^\circ$$
- $$\therefore x = 10^\circ$$



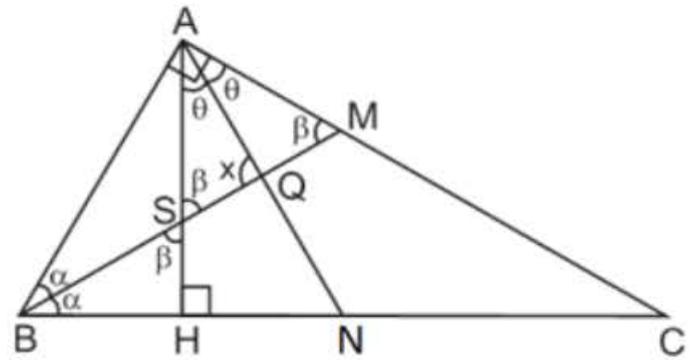
Rpta.: A

4. En un triángulo rectángulo BAC, se trazan la altura  $\overline{AH}$  y la bisectriz interior  $\overline{BM}$ . Halle la medida del ángulo formado por la bisectriz interior  $\overline{AN}$  del triángulo AHC y  $\overline{BM}$ .

- A)  $70^\circ$       B)  $80^\circ$       C)  $85^\circ$       D)  $90^\circ$       E)  $95^\circ$

**Solución:**

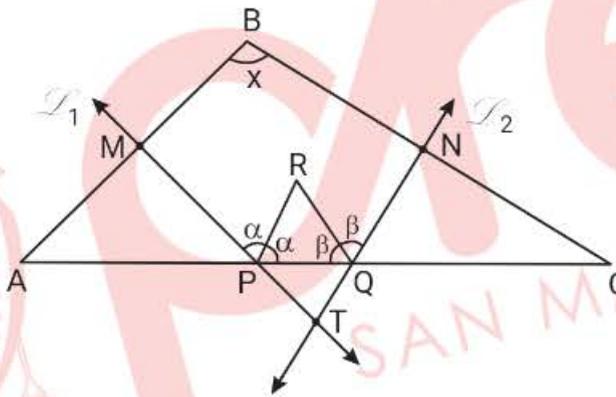
- $\triangle BHS$ :  $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow m\widehat{BMA} = \beta$
- $\triangle SAM$ :  $2\beta + 2\theta = 180^\circ$   
 $\beta + \theta = 90^\circ$
- $\triangle AQM$ :  $x = \theta + \beta$   
 $x = 90^\circ$



Rpta.: D

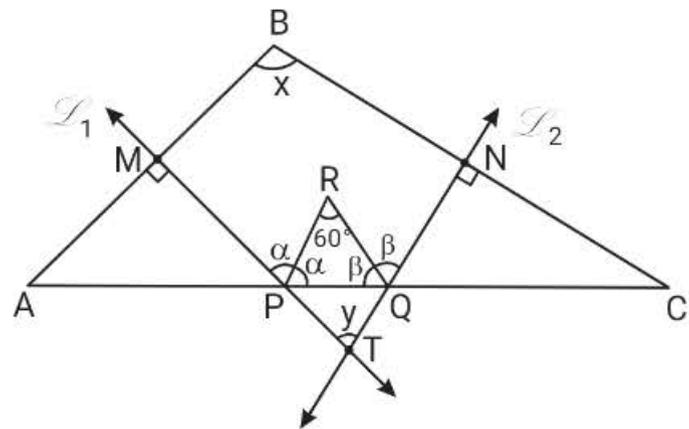
5. En la figura,  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$  son mediatrices de  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$ . Si  $m\widehat{PRQ} = 60^\circ$ , halle  $x$ .

- A)  $100^\circ$
- B)  $105^\circ$
- C)  $110^\circ$
- D)  $115^\circ$
- E)  $120^\circ$



**Solución:**

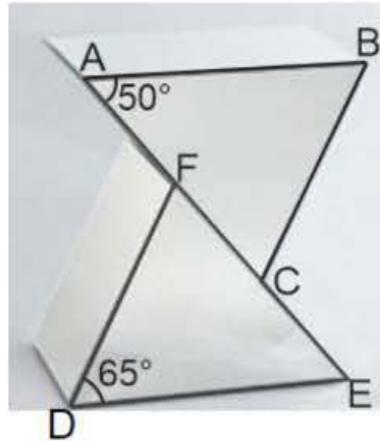
- $\triangle PTQ$ : Teorema  
 $60^\circ = 90^\circ - \frac{y}{2} \Rightarrow y = 60^\circ$
- Teorema  $\sphericalangle$ :  $90^\circ + 90^\circ = x + 60^\circ$   
 $\therefore x = 120^\circ$



Rpta.: E

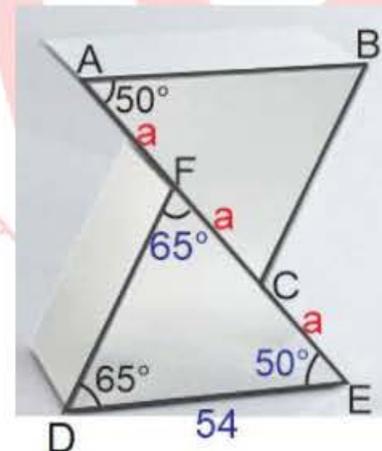
6. En la figura se muestra el diseño de un mueble de sala de vidrio, donde las piezas triangulares BAC y DEF son congruentes (A, F, C y E son colineales). Si  $FC = CE$  y  $DE = 54$  cm, halle la longitud del lado común entre dichas piezas.

- A) 15 cm  
B) 20 cm  
C) 18 cm  
D) 27 cm  
E) 30 cm



**Solución:**

- $\triangle BAC \cong \triangle DEF$   
 $AC = FE = 2a$  y  $m\widehat{FED} = 50^\circ$
  - $\triangle FED$ : Teorema de suma de ángulos interiores  
 $m\widehat{DFE} + 65^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow m\widehat{DFE} = 65^\circ$
  - $\triangle FED$ : isósceles  
 $2a = 54 \Rightarrow a = 27$  cm
- $\therefore$  La longitud del lado  $\overline{FC}$  es 27 cm



Rpta.: D

# Álgebra

## EJERCICIOS DE CLASE

1. El Dr. Navarro tiene cierta cantidad de dinero para realizar 3 pagos en el mes de setiembre. Con la tercera parte de su dinero paga el alquiler de su consultorio, con la cuarta parte de lo que le queda paga la cuota de su departamento y con la sexta parte de lo que le queda cancela la cuota de su auto. Si luego de realizar esos 3 pagos, tiene en efectivo 1200 dólares, determine la suma de cifras del valor numérico de la cuota (en dólares) que pagó el Dr. Navarro por el alquiler del consultorio.

A) 10                  B) 13                  C) 15                  D) 19                  E) 22

### Solución:

Sea «x» la cantidad de dinero (en dólares) que tiene el Dr. Navarro.

Por dato, tenemos:

Cuota	Paga	Le queda
Consultorio	$\frac{1}{3}x$	$\frac{2}{3}x$
Departamento	$\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)$	$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)$
Auto	$\frac{1}{6}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)\right]$	$\frac{5}{6}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)\right]$

$$\text{Planteamos: } \frac{5}{6}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)\right] = 1200 \rightarrow \frac{x}{12} = 240 \rightarrow x = 2880$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}(2880) = 960$$

Luego la cuota por el alquiler del consultorio fue de 960 dólares.

∴ La suma de cifras es  $9 + 6 + 0 = 15$ .

**Rpta.: C**

2. Si las edades de los gemelos Joshejo y Juanjo están dadas por las soluciones de la ecuación,  $x^2 - (3m+3)x + 2m+7 = 0$ ,  $m > 0$ ; determine la suma de sus edades.
- A) 4 años      B) 6 años      C) 8 años      D) 10 años      E) 12 años

**Solución:**

Como los gemelos tienen la misma edad entonces las soluciones de la ecuación cuadrática deben ser iguales y eso ocurre cuando  $\Delta = 0$ .

$$\rightarrow (3m+3)^2 - 4(1)(2m+7) = 0$$

$$\rightarrow 9(m+1)^2 - 8m - 28 = 0$$

$$\rightarrow 9(m+1)^2 - 8(m+1) - 20 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (m+1) & & -2 \\ 9(m+1) & & +10 \end{array}$$

$$\rightarrow [(m+1) - 2][9(m+1) + 10] = 0$$

$$\rightarrow (m-1)(9m+19) = 0$$

$$\rightarrow m-1 = 0 \text{ pues } 9m+19 > 0$$

$$\rightarrow m = 1$$

Reemplazando  $m = 1$  en la ecuación dada, tenemos;

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

$\therefore$  La suma de sus edades es 6 años.

**Rpta.: B**

3. Un triángulo cuyas longitudes de sus lados, en cm, son  $\frac{x-9}{x-12}$ ,  $\frac{x+6}{x-8}$  y  $\frac{7x-21}{x^2-20x+96}$ , tiene 9 cm de perímetro; halle la longitud del lado mayor.

- A) 3 cm      B) 4 cm      C) 5 cm      D) 7 cm      E) 9 cm

**Solución:**

Por dato, planteamos:  $\frac{x-9}{x-12} + \frac{x+6}{x-8} + \frac{7x-21}{x^2-20x+96} = 9$

$$\rightarrow \frac{x-9}{x-12} + \frac{x+6}{x-8} + \frac{7x-21}{(x-8)(x-12)} = 9$$

Observemos que el MCM de los denominadores es:  $(x-8)(x-12)$

$$\rightarrow \frac{(x-9)(x-8) + (x+6)(x-12) + 7x-21}{(x-8)(x-12)} = 9$$

$$\rightarrow x^2 - 17x + 72 + x^2 - 6x - 72 + 7x - 21 = 9(x^2 - 20x + 96)$$

$$\rightarrow 2x^2 - 16x - 21 = 9x^2 - 180x + 864$$

$$\rightarrow 0 = 7x^2 - 164x + 885$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 7x & & -59 \\ & \nearrow & \searrow \\ & x & -15 \end{array}$$

$$\rightarrow (7x-59)(x-15) = 0$$

$$\rightarrow (7x-59=0 \vee x-15=0)$$

$$\rightarrow \left(x = \frac{59}{7} \vee x = 15\right)$$

Reemplazando en los lados, para  $x = 15$ , ellos miden en cm:

$$\bullet \frac{x-9}{x-12} = \frac{15-9}{15-12} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\bullet \frac{x+6}{x-8} = \frac{15+6}{15-8} = \frac{21}{7} = 3$$

$$\bullet \frac{7(x-3)}{(x-8)(x-12)} = \frac{7(15-3)}{(15-8)(15-12)} = \frac{7 \times 12}{7 \times 3} = 4$$

Observemos que para  $x = \frac{59}{7}$  la longitud del lado es negativo.

$\therefore$  La longitud del mayor lado del triángulo es 4 cm.

**Rpta.: B**

4. Pedro compra cierto número de cuadernos del mismo precio, por los que paga 120 soles. Si cada cuaderno costara S/ 2 menos, hubiese comprado 2 cuadernos más (gastando la misma cantidad de dinero). ¿Cuánto le costó a Pedro cada cuaderno?

A) S/12      B) S/14      C) S/16      D) S/20      E) S/24

**Solución:**

Sea «x» el número de cuadernos que compró Pedro. Entonces por dato:

El precio (en soles) de cada cuaderno es:  $\frac{120}{x}$

$$\text{Planteamos: } (x+2)\left(\frac{120}{x}-2\right)=120$$

$$\rightarrow (x+2)\left(\frac{120-2x}{x}\right)=120$$

$$\rightarrow (x+2)(60-x)=60x$$

$$\rightarrow -x^2+58x+120=60x$$

$$\rightarrow 0=x^2+2x-120$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x & & +12 \\ x & & -10 \end{array}$$

$$\rightarrow (x+12)(x-10)=0$$

$$\rightarrow (x+12=0 \vee x-10=0)$$

$$\rightarrow (x=-12 \vee x=10)$$

$$\rightarrow x=10 \text{ pues } x \in \mathbb{Z}^+$$

$\therefore$  A Pedro cada cuaderno le costó 12 soles.

**Rpta.: A**

5. Un deportista apuesta a tirar al blanco con la condición de que por cada tiro que acierta recibirá 18 dólares y por cada tiro que falla pagará 12 dólares. Si después de 25 tiros obtuvo de ganancia tantos dólares como el producto de tiros que acertó y falló, ¿cuántos tiros dio en el blanco?

A) 11      B) 12      C) 15      D) 17      E) 20

**Solución:**

Sea «x» el número de tiros que acertó el deportista.

Entonces por dato, tenemos que:

- El número de tiros que falló es  $(25-x)$
- Por los tiros acertados recibió  $18x$  dólares.
- Por los tiros fallados pagó  $12(25-x)$  dólares.
- La ganancia que obtuvo fue  $x(25-x)$  dólares.

Luego, planteamos:  $x(25-x)=18x-12(25-x)$

$$\rightarrow 25x - x^2 = 18x - 300 + 12x$$

$$\rightarrow 0 = x^2 + 5x - 300$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x & & -15 \\ x & & +20 \end{array}$$

$$\rightarrow (x - 15)(x + 20) = 0$$

$$\rightarrow (x - 15 = 0 \vee x + 20 = 0)$$

$$\rightarrow (x = 15 \vee x = -20)$$

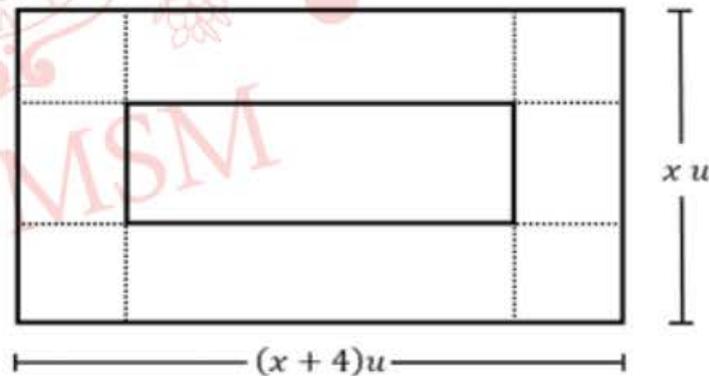
$$\rightarrow x = 15$$

$\therefore$  El deportista dio 15 tiros en el blanco.

**Rpta.: C**

6. Gleia Pastelería S.A. requiere cajas para entregar sus nuevos postres temáticos, para esto ha solicitado cajas de  $(5700 + 90x)u^3$  de capacidad. Cada caja se hace a partir de un cartón corrugado de forma rectangular y que cumpla las siguientes condiciones en sus medidas:

- El largo es 4 unidades más que su ancho.
- Se debe cortar cuadrados de 10 unidades de lado en las esquinas del cartón rectangular (como se muestra en la figura), doblar y pegar los bordes formando así la caja.

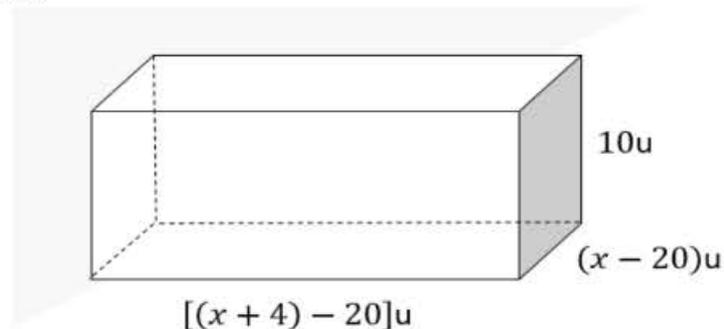


Determine cuál es la capacidad de la caja.

- A)  $7800 u^3$     B)  $10\,200 u^3$     C)  $11\,200 u^3$     D)  $13\,650 u^3$     E)  $14\,250 u^3$

**Solución:**

Observemos que teniendo en cuenta las condiciones i) y ii), la caja queda de la siguiente manera:



Por dato: Volumen = Capacidad

$$\rightarrow (x - 16)(x - 20)(10) = 5700 + 90x$$

$$\rightarrow (x - 16)(x - 20) = 570 + 9x$$

$$\rightarrow x^2 - 36x + 320 = 570 + 9x$$

$$\rightarrow x^2 - 45x - 250 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x & & -50 \\ x & & +5 \end{array}$$

$$\rightarrow (x - 50)(x + 5) = 0$$

$$\rightarrow x = 50$$

Luego las dimensiones de la caja son:

Largo  $(50 - 16)u = 34u$ , ancho  $(50 - 20)u = 30u$ , altura  $10u$

$\therefore$  La capacidad de la caja es el volumen:  $(34)(30)(10)u^3 = 10\,200u^3$ .

**Rpta.: B**

7. Un número capicúa de 3 cifras es tal que la suma de la cifra de unidades con la de las decenas es 9. Si la tercera parte de la suma de la cifra de las decenas con el quíntuplo de la cifra de las centenas es mayor que 7 y la cifra de las decenas es mayor que 4, halle la suma de cifras de dicho número.

A) 10      B) 11      C) 13      D) 15      E) 17

**Solución:**

Sea  $\overline{x(9-x)x}$  el número buscado.

Por dato:

$$\begin{cases} \frac{(9-x)+5x}{3} > 7 \quad \dots(I) \\ 9-x > 4 \quad \dots(II) \end{cases}$$

$$\text{De (I): } \frac{9+4x}{3} > 7 \rightarrow 4x+9 > 21 \rightarrow 4x > 12 \rightarrow x > 3 \quad \dots(III)$$

$$\text{De (II): } x < 5 \quad \dots(IV)$$

$$\text{De (III) y (IV): } 3 < x < 5 \rightarrow x = 4$$

Luego el número es 454.

$\therefore$  La suma de cifras es  $4+5+4=13$ .

**Rpta.: C**

8. Se registró las temperaturas promedio (en grados Celsius) de dos días, las cuales fueron respectivamente de  $\frac{x}{x+2}$  y  $\frac{x+2}{x-1}$ , ( $x \in \mathbb{Z}$ ). Si la suma de esas temperaturas fue menor que  $0^\circ\text{C}$ , determine la temperatura registrada en el segundo día, sabiendo que en uno de esos dos días la temperatura promedio no fue menor a  $0^\circ\text{C}$ .

A)  $-2^\circ\text{C}$       B)  $-1^\circ\text{C}$       C)  $0^\circ\text{C}$       D)  $3^\circ\text{C}$       E)  $4^\circ\text{C}$

**Solución:**

Por dato, planteamos:

$$\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-1} < 0 \rightarrow \frac{x^2 - x + (x^2 + 4x + 4)}{(x+2)(x-1)} < 0 \rightarrow \frac{2x^2 + 3x + 4}{(x+2)(x-1)} < 0 \quad \dots(*)$$

Calculemos el discriminante de  $2x^2 + 3x + 4$ .

$$\Delta = (3)^2 - 4(2)(4) = 9 - 32 = -23$$

$$\rightarrow \Delta < 0$$

Y como el coeficiente principal es positivo, por el teorema del trinomio positivo:

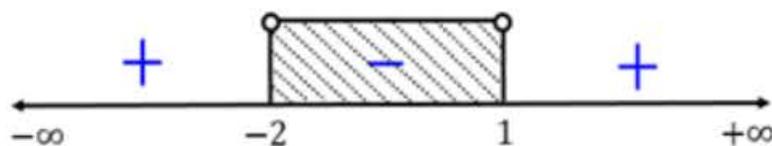
$$2x^2 + 3x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Luego, volviendo a la inecuación (\*), sigue que:

$$\frac{1}{(x+2)(x-1)} < 0 \rightarrow (x+2)(x-1) < 0$$

Usando el método de los puntos críticos:

Los puntos críticos son  $-2$  y  $1$ . Observemos que ninguno de estos puntos críticos es solución de la inecuación. Luego,



$$\rightarrow \text{C.S.} = \langle -2; 1 \rangle \rightarrow x \in \text{C.S.} \cap \mathbb{Z} = \{-1; 0\}$$

- Si  $x = -1$ :  $\frac{-1}{-1+2} = -1$ ;  $\frac{-1+2}{-1-1} = -0,5$  (ambas temperaturas son negativas).

- Si  $x = 0$ :  $\frac{0}{0+2} = 0$ ;  $\frac{0+2}{0-1} = -2$ .

$\therefore$  La temperatura registrada en el segundo día fue de  $-2^\circ\text{C}$ .

Rpta.: A

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con respecto a las edades actuales de un abuelito y su nieto, se sabe que el cuádruple de la edad del nieto, aumentado en 5 años, coincide con la edad del abuelito; y la suma de dichas edades es 105 años, ¿hace cuántos años la suma de las edades del abuelito y su nieto fue de 75 años?

A) 10 años    B) 12 años    C) 15 años    D) 18 años    E) 20 años

#### Solución:

- i) Sea «x» años la edad actual del nieto, entonces su abuelito tiene  $(4x + 5)$  años.  
Planteamos:  $x + (4x + 5) = 105 \rightarrow 5x = 100 \rightarrow x = 20$

$\therefore$  Las edades del abuelito y su nieto son respectivamente 85 años y 20 años.

- ii) Hace «t» años las edades del abuelito y su nieto fueron respectivamente  $(85 - t)$  años y  $(20 - t)$  años. Planteamos:  $(85 - t) + (20 - t) = 75$   
 $105 - 2t = 75 \rightarrow 2t = 30 \rightarrow t = 15$

$\therefore$  Hace 15 años la suma de las edades del abuelito y su nieto fue de 75 años.

Rpta.: C

2. Determine el valor de verdad (V o F) en el orden dado de las proposiciones:

- I. Las soluciones de una ecuación cuadrática mónica cuyos coeficientes están en progresión aritmética de razón 2, no pertenecen a los reales.
- II. Si el discriminante de,  $x^2 + (n-2)x + 4 = 0$ , es positivo, entonces la suma de cifras del cuadrado del menor valor entero positivo que toma n es 10.
- III. El mínimo valor que puede tomar  $M = (x-2)^2 + 2(x-3)$  es  $-2$ .
- IV. La diferencia del producto de soluciones con la suma de soluciones de la ecuación,  $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3} = 1$ , es 4.

- A) VVFF      B) FVVF      C) VFFF      D) FFVF      E) FVFF

**Solución:**

I. La ecuación cuadrática mónica de coeficientes de razón 2 es:  $x^2 + 3x + 5 = 0$

$$\Delta = 3^2 - 4(1)(5) = 9 - 20 = -11$$

Como  $\Delta < 0$  entonces las soluciones son no reales.

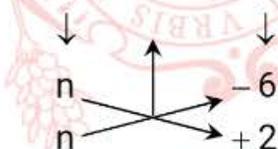
$\therefore$  I es V.

II. Si el discriminante de,  $x^2 + (n-2)x + 4 = 0$ , es positivo, tenemos  $\Delta > 0$ ,

$$(n-2)^2 - 4(1)(4) > 0$$

$$\rightarrow n^2 - 4n + 4 - 16 > 0$$

$$\rightarrow n^2 - 4n - 12 > 0$$



$$\rightarrow (n-6)(n+2) > 0$$

Los puntos críticos son  $-2$  y  $6$ . Observemos que cada uno de estos puntos críticos no son soluciones de la inecuación. Luego,



Entonces:  $n \in \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 6; +\infty \rangle$

$$\rightarrow n_{\text{mín} \in \mathbb{Z}^+} = 7 \rightarrow 7^2 = 49 \rightarrow 4 + 9 = 13$$

$\therefore$  II es F

III. Tenemos:  $M = (x-2)^2 + 2(x-3)$

$$\begin{aligned} \rightarrow M &= x^2 - 4x + 4 + 2x - 6 \\ \rightarrow M &= x^2 - 2x - 2 \\ \rightarrow M &= (x^2 - 2x + 1) - 2 - 1 \\ \rightarrow M &= (x - 1)^2 - 3 \rightarrow M_{\min} = -3 \\ \therefore \text{III es F} \end{aligned}$$

IV. Resolviendo:  $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3} = 1$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{x-3+2(x-2)}{(x-2)(x-3)} &= 1 \\ \rightarrow x-3+2x-4 &= (x-2)(x-3) \\ \rightarrow 3x-7 &= x^2-5x+6 \\ \rightarrow x^2-8x+13 &= 0 \dots (*) \end{aligned}$$

Sea  $m$  y  $n$  respectivamente la suma y el producto de soluciones de (\*), se cumplen:

$$\left( m = -\frac{-8}{1} = 8 \wedge n = \frac{13}{1} = 13 \right) \rightarrow n - m = 13 - 8 = 5$$

$\therefore$  IV es F.

**Rpta.: C**

3. Thiago es delegado del equipo de fútbol de su hijo menor. Para el fin de semana, el equipo debe jugar un campeonato, por el cual cada papá de cada niño del equipo debe realizar su aporte en cantidades iguales para obtener un total de  $2(a+b)(a-b)$  soles, que cubrirá los gastos del arbitraje y viáticos para el entrenador. Llegado el día del partido,  $(a-b)$  padres no asisten y entonces cada uno de los padres restantes deben aportar  $(a+b)$  soles más. ¿Cuántos padres al inicio iban a aportar para los gastos del partido?, siendo  $a > b > 0$ .

A)  $(a+b)$       B)  $(a-b)$       C)  $2(a+b)$       D)  $2(a-b)$       E)  $(2a+b)$

**Solución:**

Sean « $x$ » el número de padres al inicio. Entonces por dato:

El aporte (en soles) de cada padre es:  $\frac{2(a+b)(a-b)}{x}$

Como el día del partido no asisten  $(a-b)$  padres, entonces, los padres restantes deben aportar en soles:  $\frac{2(a+b)(a-b)}{x-(a-b)}$ .

Planteamos:  $\frac{2(a+b)(a-b)}{x-(a-b)} - \frac{2(a+b)(a-b)}{x} = a+b$

$$\rightarrow 2(a-b) \left[ \frac{1}{x-(a-b)} - \frac{1}{x} \right] = 1$$

$$\rightarrow 2(a-b) \left\{ \frac{x - [x - (a-b)]}{x[x - (a-b)]} \right\} = 1$$

$$\rightarrow 2(a-b)(a-b) = x[x - (a-b)]$$

$$\rightarrow 2(a-b)^2 = x^2 - (a-b)x$$

$$\rightarrow x^2 - (a-b)x - 2(a-b)^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x & & -2(a-b) \\ x & & +(a-b) \end{array}$$

$$\rightarrow [x - 2(a-b)][x + (a-b)] = 0$$

$$\rightarrow x = 2(a-b) \text{ pues, } x + (a-b) > 0.$$

$\therefore$  Al inicio  $2(a-b)$  padres debían aportar para los gastos del partido.

**Rpta.: D**

4. Alonso va a comprar el álbum del mundial de fútbol Qatar 2022, cuyo precio es 320 soles. Si su tío Mirko le da como propina «a» soles, donde «a» es seis veces el producto de los elementos del conjunto  $T = \left\{ \frac{4x-12}{x-5} \in \mathbb{Z} / 7 \leq x < 9 \right\}$ . ¿Cuánto dinero le sobra a Alonso después de comprar dicho álbum?

A) 10 soles    B) 13 soles    C) 16 soles    D) 19 soles    E) 21 soles

**Solución:**

$$i) \frac{4x-12}{x-5} = \frac{4(x-5)+8}{x-5} = \frac{4(x-5)}{x-5} + \frac{8}{x-5} = 4 + \frac{8}{x-5}$$

$$\rightarrow \frac{4x-12}{x-5} = 4 + \frac{8}{x-5}$$

$$ii) \text{ Como } 7 \leq x < 9$$

$$\rightarrow 2 \leq x-5 < 4$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \geq \frac{1}{x-5} > \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow 4 \geq \frac{8}{x-5} > 2$$

$$\rightarrow 8 \geq 4 + \frac{8}{x-5} > 6$$

$$\rightarrow \left(4 + \frac{2}{x-5}\right) \in \langle 6; 8 \rangle$$

$$\rightarrow \left(4 + \frac{2}{x-5}\right) \cap \mathbb{Z} = \langle 6; 8 \rangle \cap \mathbb{Z} = \{7; 8\}$$

$$\rightarrow T = \{7; 8\}$$

Luego por dato:  $a = 6(7 \times 8) = 336$  entonces Alonso tiene en total 336 soles para comprar el álbum.

$\therefore$  Como el precio del álbum es 320 soles, le sobra  $(336 - 320)$  soles = 16 soles.

**Rpta.: C**

5. Marilyn es la administradora de una empresa y sabe que recuperar la inversión es insuficiente para que la empresa perdure y prospere a lo largo del tiempo. Por ello, estableció que la utilidad en el mes de diciembre debe ser de por lo menos el 20% y menos del 30% del precio de costo; determine la diferencia positiva entre la producción mínima y máxima (en unidades de artículos) de la empresa en dicho mes, sabiendo que el precio de venta unitario es 5 soles, el precio de costo es 2 soles menos que el precio de venta y el costo fijo es de 4500 soles.

A) 1458 artículos

B) 1460 artículos

C) 1462 artículos

D) 1464 artículos

E) 1468 artículos

**Solución:**

Sea «x» la producción en el mes de diciembre. Luego por dato:

El ingreso en soles es:  $5x$

El costo (C) en soles es:  $3x + 4500$

La utilidad (U) en soles es:  $2x - 4500$

Planteamos:  $20\%(C) \leq U < 30\%(C)$

$$\Leftrightarrow 0.2(C) \leq U < 0.3(C) \Leftrightarrow [0.2(C) \leq U \wedge U < 0.3(C)]$$

Resolviendo:

i).  $0.2(C) \leq U$

$$\rightarrow (0.2)(3x + 4500) \leq 2x - 4500$$

$$\rightarrow 0.6x + 900 \leq 2x - 4500$$

$$\rightarrow 1.4x \geq 5400$$

$$\rightarrow x \geq 3857.14$$

$\therefore$  El mínimo de producción debe ser 3858 artículos.

ii).  $U < 0.3(C)$

$$\rightarrow 2x - 4500 < 0.3(3x + 4500)$$

$$\rightarrow 2x - 4500 < 0.9x + 1350$$

$$\rightarrow 1.1x < 5850$$

$$\rightarrow x < 5318.18$$

$\therefore$  El máximo de producción debe ser 5318 artículos.

La diferencia entre la máxima y mínima producción en diciembre fue de  $(5318 - 3858)$  artículos, es decir, 1460 artículos.

**Rpta.: B**

6. Camila tiene un local de venta de camisas, ella compra cada camisa a S/ 60 y los vende a S/ 100. En el mes de setiembre por el alquiler de local de venta pagó S/ 1800 y por otros gastos S/ 2200. Determine el mínimo número de camisas que debió vender Camila en ese mes si obtuvo ganancia.

- A) 85 camisas                      B) 93 camisas                      C) 99 camisas  
D) 101 camisas                    E) 103 camisas

**Solución:**

Sean:

- «q» la cantidad de camisas que vendió en el mes de setiembre.
- C: el costo total en soles.
- I: el ingreso en soles.
- G: ganancia en soles

Por dato, tenemos:  $C = 60q + 1800 + 2200 = 60q + 4000$  y  $I = 100q$

Sabemos que: Ganancia = Ingreso - Costos

$$\rightarrow G = 100q - (60q + 4000)$$

$$\rightarrow G = 40q - 4000$$

Como se obtuvo ganancia en ese mes:  $G > 0$

$$\rightarrow 40q - 4000 > 0 \rightarrow 40q > 4000 \rightarrow q > 100$$

$\therefore$  Camila en ese mes debió vender 101 camisas.

**Rpta.: D**

7. Un jardín rectangular de 50 m de largo por 36 m de ancho, debe estar rodeado por un camino de arena de ancho uniforme. Determine el ancho máximo de dicho camino, si se sabe que el área del camino no debe exceder los  $552 \text{ m}^2$ .

- A) 2,5 m      B) 3 m                      C) 3,5 m                      D) 4 m                      E) 4,5 m

**Solución:**

Sea «x» metros el ancho del camino uniforme. Luego por dato tenemos:

Área total,  $A_T$ , en metros cuadrados, es:  $(50 + 2x)(36 + 2x)$

Área del jardín,  $A_J$ , en metros cuadrados, es:  $(50)(36) = 1800$

Si denotamos el área del camino, en metros cuadrados, por  $A_C$ .

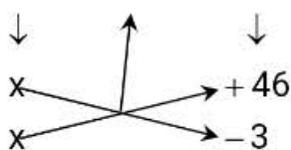
Planteamos:  $A_C \leq 552$  pero  $A_C = A_T - A_J$  entonces  $A_T - A_J \leq 552$

$$\rightarrow (50 + 2x)(36 + 2x) - 1800 \leq 552$$

$$\rightarrow 1800 + 100x + 72x + 4x^2 - 1800 \leq 552$$

$$\rightarrow 4x^2 + 172x - 552 \leq 0$$

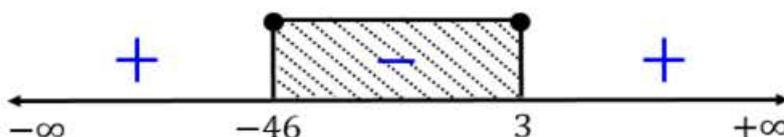
$$\rightarrow x^2 + 43x - 138 \leq 0$$



$$\rightarrow (x + 46)(x - 3) \leq 0$$

Usando el método de los puntos críticos:

Los puntos críticos son  $-46$  y  $3$ . Observemos que cada uno de estos puntos críticos son soluciones de la inecuación. Luego,



$$\rightarrow x \in [-46; 3] \rightarrow x_{\text{máx}} = 3$$

Observemos que también podemos proceder de esta otra forma:

$$(x + 46)(x - 3) \leq 0 \rightarrow x - 3 \leq 0 \quad (\text{como } x > 0 \rightarrow x + 46 > 0)$$

$$\rightarrow x \leq 3 \rightarrow x \in (-\infty; 3] \rightarrow x_{\text{máx}} = 3$$

Evitando trabajar con el método de los puntos críticos.

$\therefore$  El ancho máximo del camino es 3 m.

**Rpta.: B**

8. La edad de Franchesca es  $(a - b)$  años donde «a» es el producto de las dos menores soluciones enteras positivas y «b» es el producto de las dos mayores soluciones enteras negativas de la inecuación,  $\frac{6}{x^2 - x - 6} + \frac{2}{x - 3} \geq -1$ . ¿Cuántos años le falta a Franchesca para pueda participar en una elección presidencial o municipal?

A) 2 años  
D) 8 años

B) 4 años  
E) 10 años

C) 6 años

**Solución:**

$$\frac{6}{x^2 - x - 6} + \frac{2}{x - 3} \geq -1 \rightarrow \frac{6}{(x - 3)(x + 2)} + \frac{2}{x - 3} + 1 \geq 0 \rightarrow \frac{6 + 2(x + 2) + (x - 3)(x + 2)}{(x - 3)(x + 2)} \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{6 + 2x + 4 + x^2 - x - 6}{(x - 3)(x + 2)} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2 + x + 4}{(x - 3)(x + 2)} \geq 0 \quad \dots (*)$$

Calculemos el discriminante de  $x^2 + x + 4$ .

$$\Delta = 1^2 - 4(1)(4) = 1 - 16 = -15$$

$$\rightarrow \Delta < 0$$

Y como el coeficiente principal es positivo, por el teorema del trinomio positivo:

$$x^2 + x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Luego, volviendo a la inecuación (\*), sigue que:

$$\frac{1}{(x-3)(x+2)} \geq 0 \rightarrow (x-3)(x+2) > 0$$

Usando el método de los puntos críticos:

Los puntos críticos son  $-2$  y  $3$ . Observemos que cada uno de estos puntos críticos no son soluciones de la inecuación. Luego,



$$\rightarrow \text{C.S.} = \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 3; +\infty \rangle$$

Entonces:  $a = (4)(5) = 20$  y  $b = (-4)(-3) = 12$ .

Luego, Francesca tiene 8 años, por lo tanto, le faltan 10 años para que pueda participar en una elección.

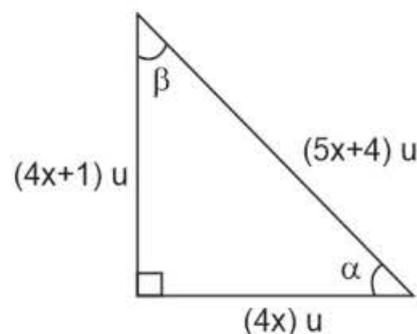
Rpta.: E

## Trigonometría

### EJERCICIOS DE CLASE

1. En la figura, se representa una lámina metálica con forma de triángulo rectángulo. Si el costo por pintarla es  $96(\sec \alpha + \cot \beta)$  soles, halle dicho costo.

- A) 200 soles  
 B) 180 soles  
 C) 240 soles  
 D) 190 soles  
 E) 220 soles



**Solución:**

Por el Teorema de Pitágoras:

$$\Rightarrow (5x+4)^2 = (4x+1)^2 + (4x)^2$$

$$\Rightarrow 7x^2 - 32x - 15 = 0$$

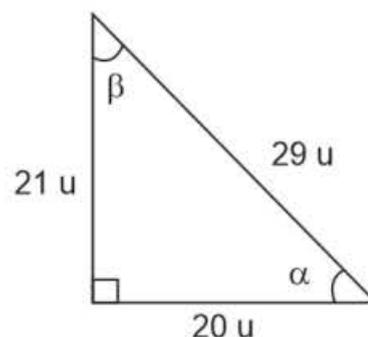
$$\Rightarrow (7x+3)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{3}{7} \vee x = 5$$

Sea C soles el costo, entonces:

$$C = 96(\sec \alpha + \cot \beta) \Rightarrow C = 96\left(\frac{29}{20} + \frac{21}{20}\right) = 240$$

Por lo tanto; el costo es 240 soles.

**Rpta.: C**

2. En la figura, se representa una asta de bandera asegurada por dos tensores de alambre, opuestos entre sí, la longitud de cada tensor es 9,5 pies más la mitad de la longitud de la asta. Si  $\tan(\alpha) = \frac{15}{8}$ , determine la longitud de la asta de bandera.

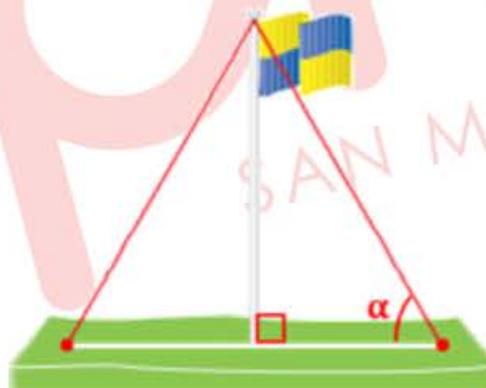
A) 15 pies

B) 12 pies

C) 18 pies

D) 20 pies

E) 14 pies

**Solución:**

Del enunciado:

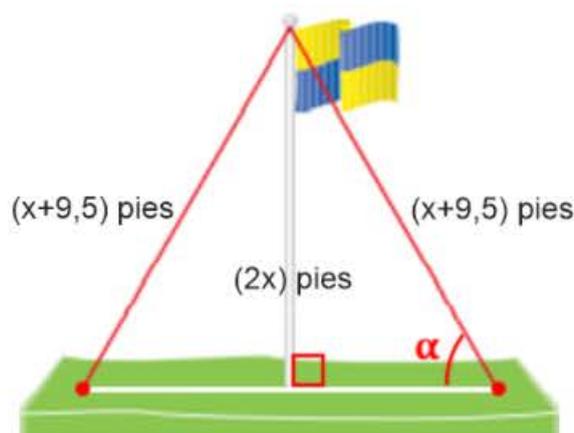
$$\tan(\alpha) = \frac{15}{8} \Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{15}{17}$$

Del gráfico:

$$\sin(\alpha) = \frac{2x}{x+9,5} \Rightarrow \frac{15}{17} = \frac{2x}{x+9,5}$$

$$\Rightarrow 15x + 15(9,5) = 34x$$

$$\Rightarrow 2x = 15$$

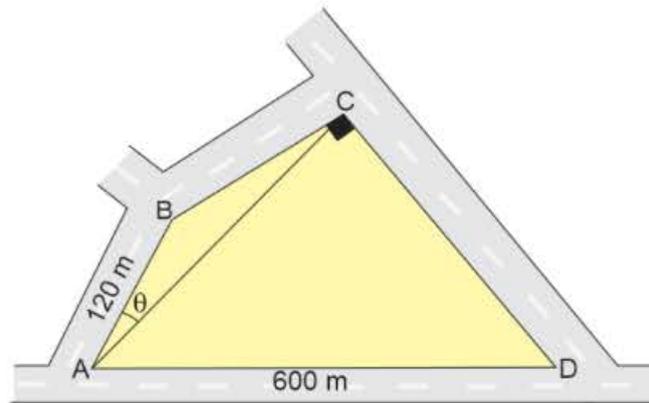


Por lo tanto, la longitud de la asta de bandera es 15 pies.

**Rpta.: A**

3. La figura representa un terreno ABCD donde se construirá un centro comercial, por tal motivo se va cercar dicho terreno. Si  $AC = 40\sqrt{58}$  m,  $15BD = 13AD$  y  $\tan\theta = \frac{3}{7}$ , halle la mínima longitud de la cerca.

- A) 18 hm
- B) 16 hm
- C) 12 hm
- D) 14 hm
- E) 20 hm



**Solución:**

Tenemos:  $\tan\theta = \frac{3}{7} \Rightarrow \cos\theta = \frac{7}{\sqrt{58}}$

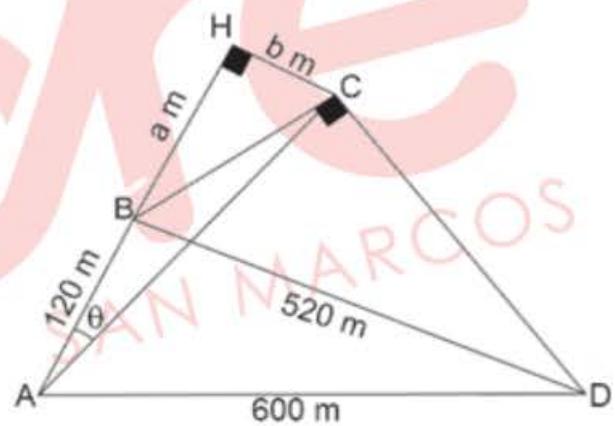
De la figura:

$$\frac{120 + a}{40\sqrt{58}} = \frac{7}{\sqrt{58}}$$

$\Rightarrow a = 160 \wedge b = 120$

Así:

$BC = 200 \text{ m} \wedge CD = 480 \text{ m}$

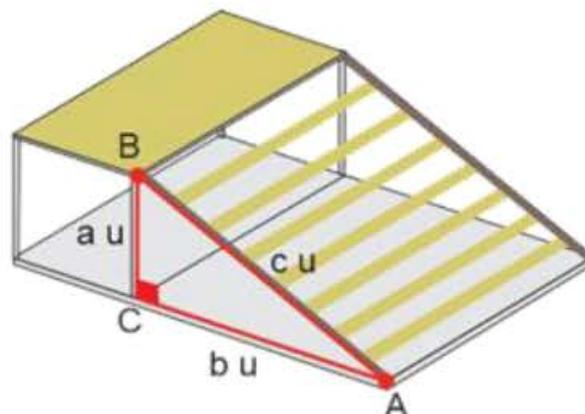


Por lo tanto; la mínima longitud de la cerca es 14 hm.

**Rpta.: D**

4. Un mecánico compró 4 rampas idénticas para su taller, cuyo modelo se representa en la figura. Si  $a + c = \frac{4b}{3}$  y el precio de cada rampa es  $\frac{24}{5} \left( \csc\left(\frac{B}{2}\right) + 8 \sec A \right)$  soles, ¿cuánto pagó el mecánico?

- A) 180 soles
- B) 192 soles
- C) 216 soles
- D) 204 soles
- E) 188 soles



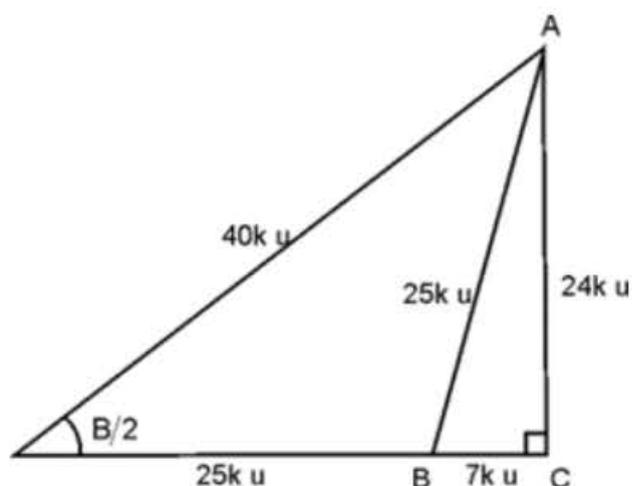
**Solución:**

$$\text{Tenemos: } a^2 + b^2 = c^2 \text{ y } a + c = \frac{4b}{3},$$

$$\text{entonces: } (c + a)^2 = \frac{16b^2}{9}$$

$$\Rightarrow (c + a)^2 = \frac{16}{9}(c^2 - a^2)$$

$$\Rightarrow c + a = \frac{16}{9}(c - a) \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{25k}{7k}$$



Luego de la figura:

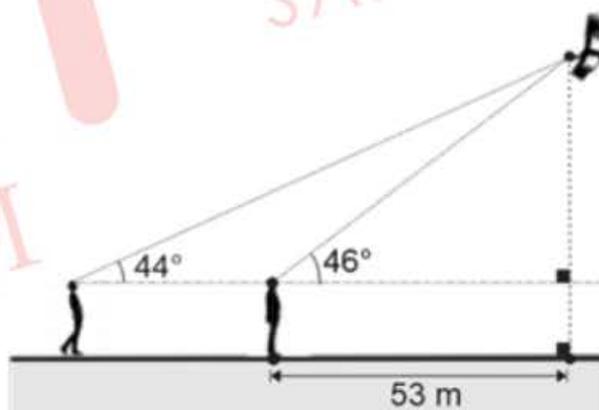
$$\text{Precio}_{C/\text{rampa}} = \frac{24}{5} \left( \csc\left(\frac{B}{2}\right) + 8 \sec A \right) \text{ soles} = \frac{24}{5} \left( \frac{40}{24} + 8 \left( \frac{25}{24} \right) \right) \text{ soles} = 48 \text{ soles}$$

Por lo tanto, el mecánico pagó en total 192 soles.

**Rpta.: B**

5. En la figura se representa el instante en que dos personas de igual estatura observan un cóndor. Halle la distancia que separa a dichas personas.

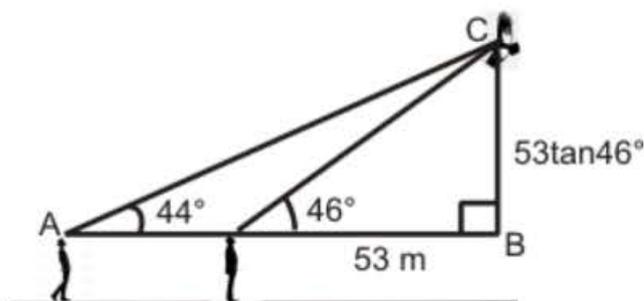
- A)  $53(\tan^2 44^\circ + 1)$  m  
 B)  $53(\tan^2 23^\circ + 1)$  m  
 C)  $53(\tan^2 46^\circ - 1)$  m  
 D)  $53(\cot^2 46^\circ - 1)$  m  
 E)  $53(\cot^2 23^\circ - 1)$  m

**Solución:**

De la figura tenemos:

$$AB = 53 \tan 46^\circ \cdot \cot 44^\circ \text{ m}$$

$$AB = 53 \tan^2 46^\circ \text{ m}$$



Por lo tanto; la distancia entre las personas es:  $53(\tan^2 46^\circ - 1)$  m

**Rpta.: C**

6. Para medir la altura de la cubierta de nubes, en un aeropuerto un empleado dirige un reflector hacia arriba con ángulo de inclinación  $\beta$  respecto a la horizontal y otro empleado mide el ángulo de elevación hasta el punto de luz y obtiene que es  $\alpha$ , como se representa en la figura. Determine la altura del punto de luz respecto al suelo en términos de  $\alpha$  y  $\beta$ .

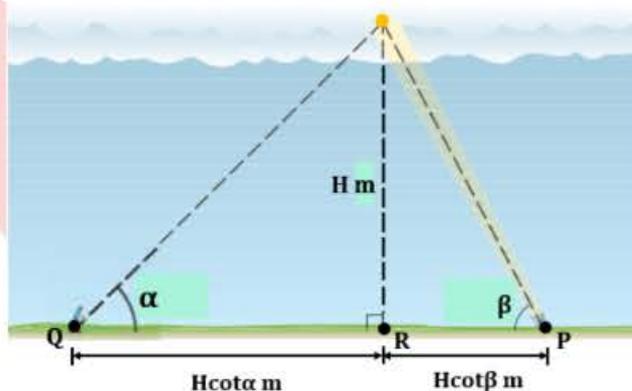
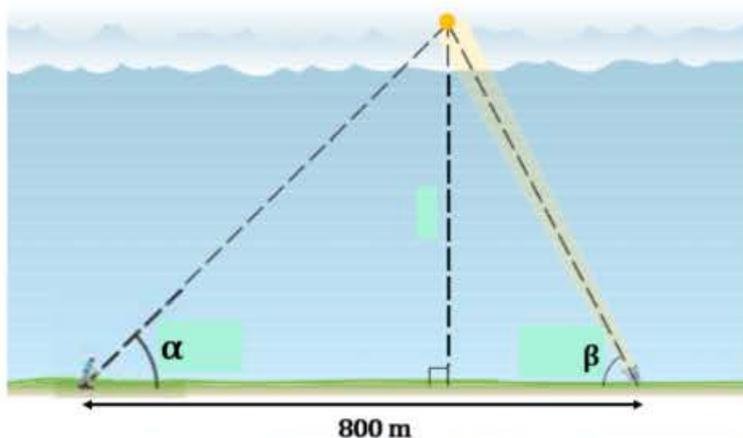
A)  $\left(\frac{800}{\cot \alpha + \cot \beta}\right) \text{ m}$

B)  $\left(\frac{800}{\tan \alpha + \tan \beta}\right) \text{ m}$

C)  $400(\tan \alpha + \tan \beta) \text{ m}$

D)  $\left(\frac{800}{\cos \alpha + \cos \beta}\right) \text{ m}$

E)  $400(\cot \alpha + \cot \beta) \text{ m}$



**Solución:**

Del gráfico:

$$H \cot \alpha + H \cot \beta = 800$$

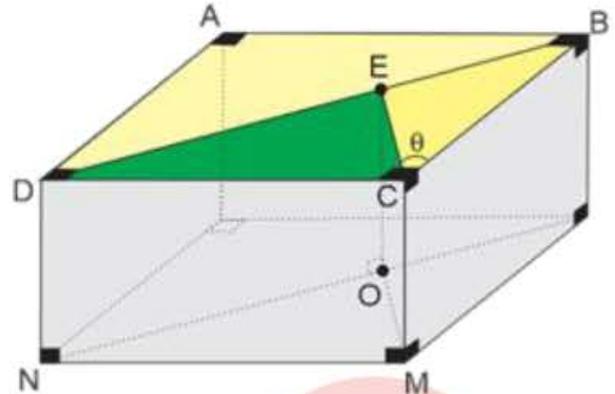
$$H = \frac{800}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

Por lo tanto, la altura del punto de luz respecto al suelo es  $\left(\frac{800}{\cot \alpha + \cot \beta}\right) \text{ m}$ .

**Rpta.: A**

7. En la figura, se representa una caja que tiene forma de prisma rectangular recto que está dividida en tres partes y cada una de ellas tiene forma de prisma triangular recto. Si  $AB = m u$ ,  $CE = n u$  y  $EO = (n^{-1} \sec \theta) u$ , determine el volumen de la caja en términos de  $m$ ,  $n$  y  $\theta$ .

- A)  $\left(\frac{m^2 \sec \theta \cdot \sec \theta}{m - n \cos \theta}\right) u^3$     B)  $\left(\frac{mn \sec \theta}{m + n \sec \theta}\right) u^3$   
 C)  $\left(\frac{m^2}{m - n \sec \theta}\right) u^3$     D)  $\left(\frac{mn}{m + n \sec \theta}\right) u^3$   
 E)  $\left(\frac{m \cdot n \sec \theta \cdot \sec \theta}{m - n \cos \theta}\right) u^3$



**Solución:**

De la figura:

$$\tan x = \frac{n \cos \theta}{m - n \sec \theta} = \frac{L}{m}$$

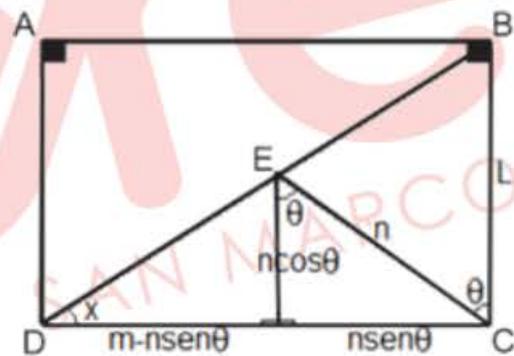
$$\Rightarrow L = \frac{m n \cos \theta}{m - n \sec \theta}$$

$$\Rightarrow \text{Área}_{\text{Base}} = \frac{m^2 n \cos \theta}{m - n \sec \theta} u^2$$

Luego,

$$\text{Volumen}_{\text{Caja}} = \left(\frac{m^2 n \cos \theta}{m - n \sec \theta}\right) (n^{-1} \sec \theta) u^3$$

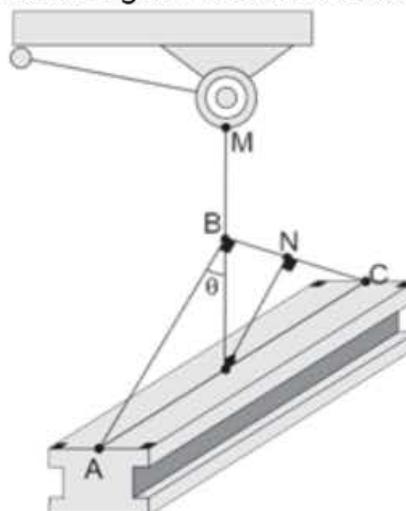
Por lo tanto; el volumen de la caja es  $\left(\frac{m^2}{m - n \sec \theta}\right) u^3$ .



Rpta.: C

8. La figura representa parte de una grúa transportando una columna de hierro compacta y uniforme. Si  $BM = NC = b$  m, determine la longitud de dicha columna en términos de  $b$  y  $\theta$ .

- A)  $(b \sec^2 \theta \cdot \tan \theta)$  m  
 B)  $(b \csc^3 \theta)$  m  
 C)  $(b \sec^2 \theta \cdot \tan \theta)$  m  
 D)  $(b \sec^3 \theta)$  m  
 E)  $(b \tan^2 \theta \cdot \csc \theta)$  m

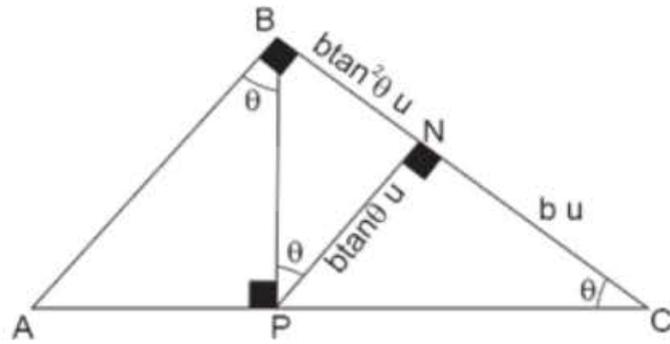


**Solución:**

Sea:  $AC = d$  m

De la figura:  $\sec \theta = \frac{d}{b(\tan^2 \theta + 1)}$

$\Rightarrow d = b \sec^3 \theta$



Por lo tanto; la longitud de dicha columna es  $(b \sec^3 \theta)$  m.

**Rpta.: D**

9. Daniel tiene un terreno rectangular cuyas medidas son  $(18 \tan \theta)$  m y  $(8 \cot \theta)$  m, donde  $\theta$  es un ángulo agudo. Si Daniel desea cercar todo el borde de su terreno, ¿cuántos metros de cerca necesita Daniel como mínimo?

- A) 52 m      B) 42 m      C) 48 m      D) 53 m      E) 50 m

**Solución:**

Sea  $L_\theta$  m perímetro del terreno entonces  $L_\theta = 2(18 \tan \theta + 8 \cot \theta)$

Como  $\theta$  es un ángulo agudo:

$18 \tan \theta + 8 \cot \theta \geq 2\sqrt{(18 \tan \theta)(8 \cot \theta)}$

$\Rightarrow 18 \tan \theta + 8 \cot \theta \geq 2\sqrt{144}$

$\Rightarrow 2(18 \tan \theta + 8 \cot \theta) \geq 48$

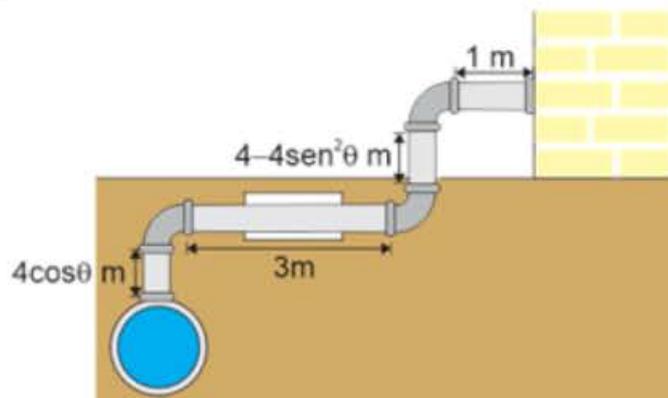
Luego:  $L_\theta \geq 48$

Por lo tanto, la longitud mínima de la cerca es 48 m.

**Rpta.: C**

10. La figura representa el diseño de un sistema de tuberías para la instalación de agua potable. Cuando se instale se usará un tubo de  $R$  m de longitud, el cual se cortará y se colocará en el sistema sin desperdiciar nada. Si  $\theta$  es un ángulo agudo, determine el máximo valor entero de  $R$ .

- A) 11  
B) 10  
C) 12  
D) 9  
E) 13



**Solución:**

De la figura tenemos:  $R = 4\cos\theta + 3 + (4 - 4\sin^2\theta) + 1$

$$\Rightarrow R = (2\cos\theta + 1)^2 + 3$$

Como  $\theta$  es un ángulo agudo, entonces:

$$0 < \cos\theta < 1 \Rightarrow 1 < 2\cos\theta + 1 < 3$$

$$\Rightarrow 4 < (2\cos\theta + 1)^2 + 3 < 12$$

Por lo tanto, el mayor valor entero de  $R$  es 11.

Rpta.: A

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. La figura muestra el primer doblez de una hoja de papel que realizó una persona, el cual consistió en unir el punto C con el punto A. Si  $\sin\theta = \frac{4}{5}$  y  $7MN = 30BN$ , halle el área de una cara de la hoja.

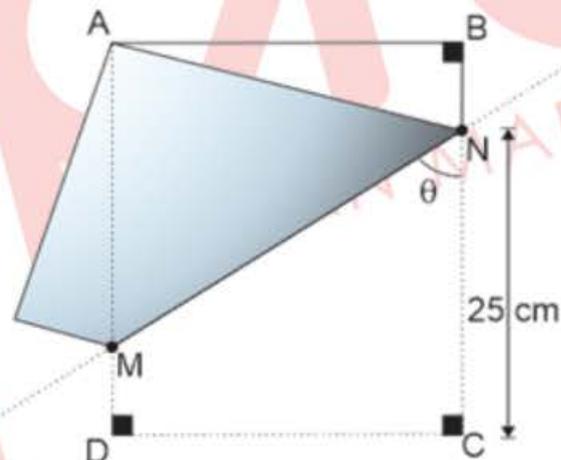
A)  $384 \text{ cm}^2$

B)  $768 \text{ cm}^2$

C)  $576 \text{ cm}^2$

D)  $824 \text{ cm}^2$

E)  $638 \text{ cm}^2$

**Solución:**

Tenemos:  $\sin\theta = \frac{4}{5} = \frac{24k}{30k}$

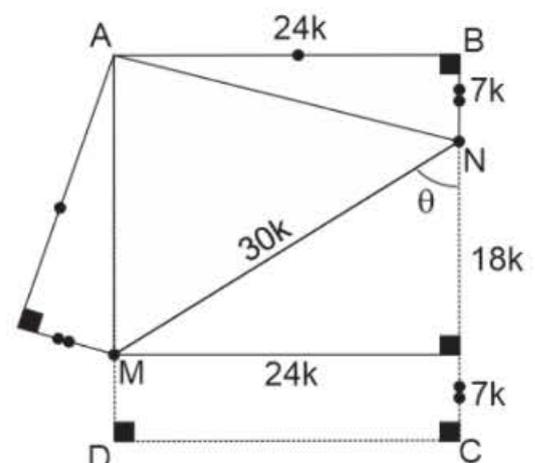
De la figura:

$$NC = 25k \Rightarrow k = 1$$

Como:

$$\text{Área}_{\text{Hoja}} = (24k)(32k) \text{ cm}^2$$

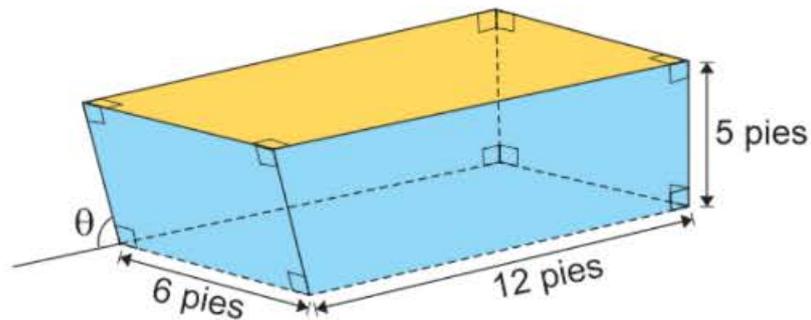
Por lo tanto; el área de la hoja es  $768 \text{ cm}^2$



Rpta.: B

2. La figura muestra un bebedero de agua con base rectangular. Si  $\tan\theta = 15$  y un pie cúbico de agua tiene un costo de 0,4 soles, ¿cuánto costará llenar el bebedero?

- A) S/ 160
- B) S/ 144
- C) S/ 146
- D) S/ 136
- E) S/ 156



**Solución:**

De la figura, se tiene que:

$$LM = (5\cot\theta) \text{ pies}$$

Sea: V el volumen del bebedero.

$$V = \left( 5 \cdot 12 \cdot 6 + 6 \cdot \left( \frac{5x(5\cot\theta)}{2} \right) \right) \text{ pies}^3$$

$$V = \left( 360 + 75 \left( \frac{1}{15} \right) \right) \text{ pies}^3$$

$$V = 365 \text{ pies}^3$$

Sea: P soles el precio que costará el bebedero lleno de agua.

$$P = (0,4) \cdot V \Rightarrow P = (0,4) \cdot 365 = 146$$

Por lo tanto; el bebedero lleno con agua costará S/ 146.

**Rpta.: C**

3. María va de compras al mercado llevando 50E soles en efectivo y su tarjeta de débito. Al hacer cuentas, ha gastado  $35(E^2 + 1)$  soles, donde

$$E = \frac{\tan\left(\frac{2\pi}{9} + \alpha\right) \sin\left(\frac{5\pi}{14} - \alpha\right) \sec\left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right)}{\csc\left(\frac{5\pi}{12} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{7} + \alpha\right) \cot\left(\frac{5\pi}{18} - \alpha\right)}, \text{ con } 0 < \alpha < \frac{\pi}{12}. \text{ ¿Cuánto tuvo que}$$

retirar de su tarjeta de débito como mínimo para completar los gastos?

- A) 10 soles
- B) 20 soles
- C) 40 soles
- D) 30 soles
- E) 50 soles

**Solución:**

Se tiene que:  $\frac{2\pi}{9} + \frac{5\pi}{18} = \frac{\pi}{2}$ ,  $\left(\frac{5\pi}{14} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{7} + \alpha\right) = \frac{\pi}{2}$  y  $\left(\frac{5\pi}{12} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right) = \frac{\pi}{2}$ , entonces

son ángulos complementarios

De donde reemplazando resulta que  $E = 1$

Luego  $35(1^2 + 1) = 70$  soles

Por lo tanto, retiró como mínimo 20 soles para completar lo gastado.

**Rpta.: B**

4. La figura muestra la vista superior de un parque con forma triangular ABC y una piscina con forma circular de centro O que está inscrita en el triángulo ADC. Si  $AB = L$  u y  $AD = CD$ , determine la longitud del radio de dicha piscina en términos de  $L$  y  $x$ .

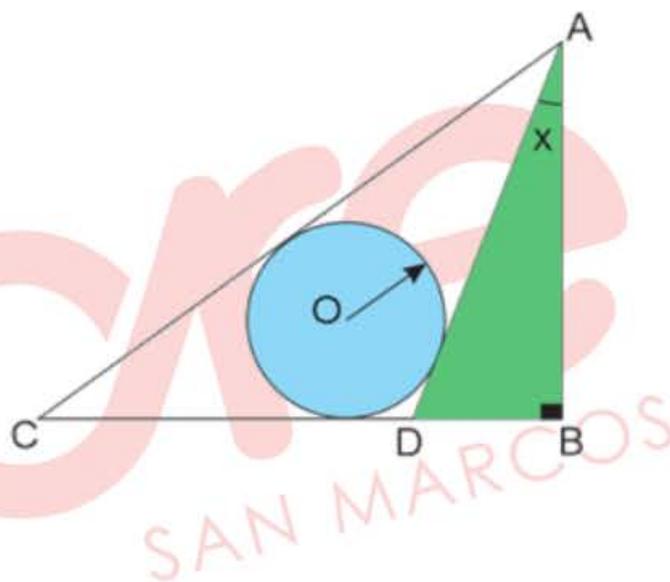
A)  $\frac{L}{2} \tan\left(\frac{\pi - x}{8} - \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi - x}{4} - \frac{x}{2}\right) u$

B)  $\frac{L}{4} \cot\left(\frac{\pi - x}{8} - \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi - x}{4} - \frac{x}{2}\right) u$

C)  $\frac{L}{2} \cot\left(\frac{\pi - x}{8} - \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi + x}{4} + \frac{x}{2}\right) u$

D)  $\frac{L}{4} \tan\left(\frac{\pi - x}{8} - \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi + x}{4} + \frac{x}{2}\right) u$

E)  $L \cot\left(\frac{\pi + x}{8} + \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi + x}{4} + \frac{x}{2}\right) u$



**Solución:**

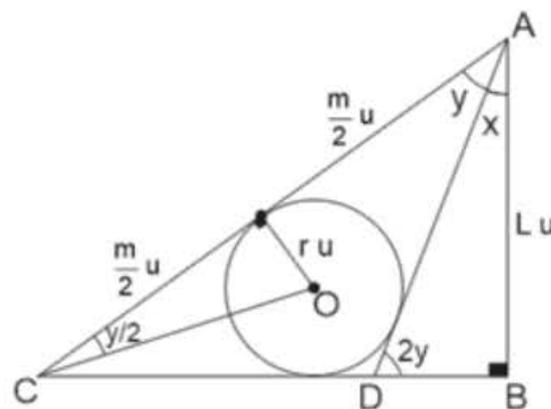
De la figura tenemos:

$$\tan\left(\frac{y}{2}\right) = \frac{r}{m} \wedge \csc y = \frac{m}{L} \wedge x + 2y = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{m}{2} \left( \tan\left(\frac{y}{2}\right) \right)$$

$$\Rightarrow r = \frac{L}{2} \left( \tan\left(\frac{\pi - x}{8} - \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi - x}{4} - \frac{x}{2}\right) \right)$$

Por lo tanto; el radio de la pileta es:  $\frac{L}{2} \left( \tan\left(\frac{\pi - x}{8} - \frac{x}{4}\right) \csc\left(\frac{\pi - x}{4} - \frac{x}{2}\right) \right) u$ .



**Rpta.: A**

5. En la figura, se muestra una pared, donde se ha colocado una ventana de forma rectangular ABCD. Si  $AB = (2(\sec \theta + \cos \theta) - 1)$  m ,  $BC = (2(\sec \theta + \cos \theta) + 1)$  m y  $\theta$  es un ángulo agudo, determine el menor número entero de metros cuadrados de la cara frontal de la ventana.

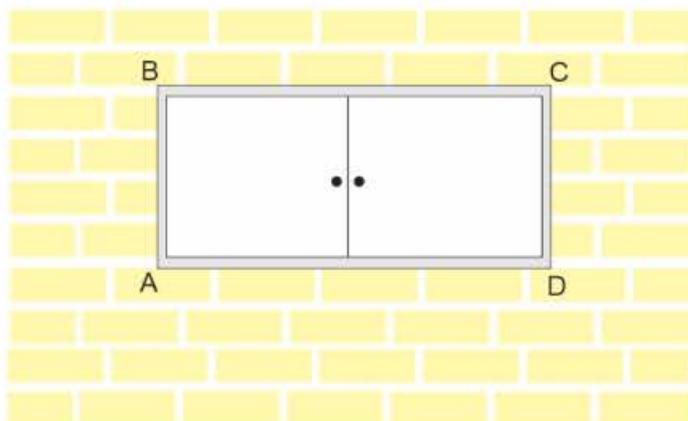
A)  $10 \text{ m}^2$

B)  $18 \text{ m}^2$

C)  $20 \text{ m}^2$

D)  $12 \text{ m}^2$

E)  $16 \text{ m}^2$

**Solución:**

Sea  $A \text{ m}^2$  el área de la cara frontal de la ventana

$$A = (2(\sec \theta + \cos \theta) - 1) \cdot (2(\sec \theta + \cos \theta) + 1)$$

$$A = (4(\sec \theta + \cos \theta)^2 - 1)$$

Como  $\theta$  es un ángulo agudo, entonces

$$2 < \sec \theta + \cos \theta \Rightarrow 4 < (\sec \theta + \cos \theta)^2 \Rightarrow 15 < 4(\sec \theta + \cos \theta)^2 - 1$$

Luego  $15 < A$

Por lo tanto; el menor número entero de metros cuadrados de la cara frontal de la ventana es  $16 \text{ m}^2$ .

**Rpta.: E**

# Lenguaje

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La gramática es el conjunto de reglas que permite la codificación y descodificación de mensajes lingüísticos. Según lo indicado, determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados referidos a la gramática.
- I. Rige la estructura y el funcionamiento de las lenguas naturales.
  - II. Es característica solamente de las lenguas con tradición escrita.
  - III. Su adquisición se da únicamente a través de la educación formal.
  - IV. Posee componentes fonológico, morfológico, semántico y sintáctico.
- A) VFFV      B) FFVV      C) VFVV      D) FVVV      E) VFVF

### Solución:

La gramática es un sistema de reglas que rige la estructura y el funcionamiento de las lenguas naturales y está constituido por cuatro componentes: fonológico, morfológico, semántico y sintáctico.

**Rpta.: A**

2. La gramática normativa prescribe el uso correcto de la lengua. De acuerdo con lo señalado, elija la alternativa que corresponde a enunciados estructurados según lo establecido por esta gramática.
- I. Su presentación satisfizo sus expectativas.
  - II. En el lugar, hay una exhuberante vegetación.
  - III. Estamos seguros de que lograrás tus metas.
  - IV. Debí prever las consecuencias de sus actos.
- A) II y III      B) I y IV      C) III y IV      D) I y III      E) I y II

### Solución:

Las formas consideradas correctas, según la gramática normativa, son I, donde hay adecuada conjugación del verbo *satisfacer*, y III, que presenta uso apropiado de la expresión *de que*.

**Rpta.: D**

3. Los fonemas son unidades mínimas abstractas que cumplen función distintiva. Tomando en cuenta ello, identifique la alternativa donde se evidencia dicha función entre fonemas consonánticos oclusivos.
- A) Colocó la parra en aquella jarra grande.
  - B) Ricardo dejó en su casa la capa marrón.
  - C) Con calma, frotaba la palma de su mano.
  - D) A la niña le encanta beber jugo de piña.
  - E) En aquella tina, hallará una jugosa tuna.

**Solución:**

En el par mínimo calma y palma, hay función distintiva entre los fonemas oclusivos /k/ y /p/.

**Rpta.: C**

4. Los fonemas segmentales de la lengua se organizan en sucesión, es decir, unos tras de otros. Se clasifican en vocales y consonantes. Elija la alternativa que corresponde a una característica de los fonemas consonánticos.
- A) A veces, su producción va acompañada de ruido audible.
  - B) Durante su articulación, no vibran las cuerdas vocales.
  - C) Estos siempre aparecen en la estructuración de la sílaba.
  - D) Se pronuncian con o sin vibración de las cuerdas vocales.
  - E) Nunca presentan obstáculo en la salida del aire pulmonar.

**Solución:**

Durante la articulación de algunos fonemas consonánticos, las cuerdas vocales vibran intensamente, por ello, son sonoros; en otros, no, por lo que son sordos.

**Rpta.: D**

5. Según el desplazamiento horizontal de la lengua, los fonemas vocálicos se clasifican en anteriores, central y posteriores. Tomando en cuenta esta información, señale la alternativa en la que aparecen, exclusivamente, vocales anteriores.
- A) Se reunieron anoche.
  - B) Reían alegremente.
  - C) Le diré que regrese.
  - D) Nadie se acercó hoy.
  - E) El líder está en Ica.

**Solución:**

Según la posición horizontal de la lengua, las vocales /e, i/ son anteriores. En la referida alternativa, hay 7 fonemas vocálicos anteriores.

**Rpta.: C**

6. Según el modo de articulación, los fonemas consonánticos fricativos presentan obstrucción parcial de la salida del aire pulmonar. De acuerdo con ello, marque la alternativa en la que hay más fonemas diferentes de esta clase.
- A) Ricardo acompañó a su amigo a cenar.
  - B) Génesis trajo azucenas para Ximena.
  - C) Ahí él gozaba de una gran aceptación.
  - D) Máximo forró el fólter de color amarillo.
  - E) Seguiremos avanzando cada vez, Ana.

**Solución:**

En esta alternativa, hay predominio de los fonemas consonánticos fricativos: /x/ /s/ y /θ/.

**Rpta.: B**

7. Según la altura de la lengua, los fonemas vocálicos del castellano se clasifican en altos, medios y bajo; por la posición horizontal de la lengua, en anteriores, central y posteriores. Considerando lo señalado, elija la alternativa que correlaciona adecuadamente la columna de palabras con la clasificación de sus vocales.

I. Increíble	a. Posteriores	
II. Cuórum	b. Medias	
III. Roedor	c. Anteriores	
A) Ic, Ila, IIIb	B) Ib, IIc, IIIa	C) Ia, IIc, IIIb
D) Ic, IIb, IIIa	E) Ib, Ila, IIIc	

**Solución:**

I. Increíble	c. Anteriores
II. Cuórum	a. Posteriores
III. Roedor	b. Medias

**Rpta.: A**

8. Según el punto de articulación, las consonantes de la lengua española son clasificadas en bilabiales, labiodental, interdental, dentales, alveolares, palatales y velares. De acuerdo con lo indicado, en el enunciado *Mabel recién irá a visitar a Inés*, las consonantes finales son

A) velares.	B) palatales.	C) bilabiales.
D) dentales.	E) alveolares.	

**Solución:**

En el enunciado, de acuerdo con el punto de articulación, las consonantes finales son alveolares /l, n, r, s/, ya que se producen mediante el contacto del ápice de la lengua con la zona alveolar.

**Rpta.: E**

9. De la representación fonológica de la palabra *exhausto*, es correcto afirmar que

- A) presenta más letras que fonemas.
- B) carece de vocales anteriores.
- C) hay ocho fonemas segmentales.
- D) todos los fonemas son fricativos.
- E) hay consonantes sordas y sonoras.

**Solución:**

La palabra *exhausto* presenta ocho fonemas segmentales /eksausto/, que coinciden con el número de letras; hay fonemas oclusivos /k, t/ y fricativo /s/, y aparecen las siguientes vocales: alta /u/, anterior /e/, central /a/ y posteriores /u, o /.

**Rpta.: C**

10. Cuando dos palabras difieren únicamente por un segmento fonológico y se genera el cambio de significado de estos términos, se denomina par mínimo. Tomando en cuenta esta aseveración, elija la opción donde se evidencia la función distintiva de fonemas vocálicos.
- A) Aquella dama reza sobre la mesa.  
 B) En las peñas, contaba sus penas.  
 C) Ensució todo su buzo en el lodo.  
 D) Terminó la sopa y cogió esa copa.  
 E) Entre risas, dibujó aquellas rosas.

**Solución:**

En esta opción, la función distintiva se da a nivel de las vocales /i/, /o/, clasificadas como alta anterior y media posterior, respectivamente.

**Rpta.: E**

11. Los fonemas consonánticos se clasifican según el modo de articulación, el punto de articulación y la acción de las cuerdas vocales. Tomando en cuenta estos criterios, identifique la opción que presenta, respectivamente, una semejanza y una diferencia en cuanto a los rasgos fonológicos presentes en el par mínimo *estrechar* y *estrellar*.
- I. El punto de articulación  
 II. La salida libre del aire  
 III. La sonoridad de ambos  
 IV. El modo de articulación
- A) III y IV      B) II y III      C) I y II      D) I y IV      E) I y III

**Solución:**

El par mínimo *estrechar* y *estrellar* tienen en común el punto de articulación, pues /č/ y /ʎ/ son palatales y se diferencian por el modo de articulación africado y lateral respectivamente.

**Rpta.: D**

12. Represente fonológicamente las siguientes palabras:

- A) Excusa      \_\_\_\_\_  
 B) Aguerrido      \_\_\_\_\_  
 C) Homenaje      \_\_\_\_\_  
 D) Callejón      \_\_\_\_\_  
 E) Hechizo      \_\_\_\_\_

**Solución:**

Rpta.: A) /ekskusa/, B) /ageñido/, C) /omenaxe/, D) /kaʎexon/, E) /ečieo/

# Literatura

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Sobre los movimientos culturales de la Edad Moderna, el momento posterior a la crisis del orden feudal en el que surge el humanismo es el \_\_\_\_\_, mientras que el Siglo de las Luces se caracterizó por su \_\_\_\_\_.
- A) Barroco – gran complejidad en el plano artístico  
B) Iluminismo – interés en la cultura grecolatina  
C) Renacimiento – fe en el progreso y en la razón  
D) Neoclasicismo – apego por la religión y la historia  
E) Medioevo – pesimismo sobre la humanidad

### Solución:

El Renacimiento es el periodo histórico en el cual aparece una perspectiva humanista y ocurre como consecuencia de la crisis del viejo orden feudal y la visión teocéntrica del mundo. Ya en el siglo XVIII, el Siglo de las Luces o Ilustración pone su confianza en el progreso, la razón y el pensamiento lógico; de ahí que se desarrollen disciplinas como la ciencia y la filosofía.

Rpta.: C

2. ¿Qué tema de la tragedia *Romeo y Julieta*, de William Shakespeare, se aprecia en el siguiente fragmento de la obra?

ROMEO

[...] Cuando el baile acabe, me acercaré a ella, y estrecharé su mano con la mía. No fue verdadero mi antiguo amor, que nunca belleza como ésta vieron mis ojos.

TEBALDO

Por la voz parece Montesco. (AL CRIADO.) Tráeme la espada. ¿Cómo se atreverá ese malvado a venir con máscara a perturbar nuestra fiesta? Juro por los huesos de mi linaje que sin cargo de conciencia le voy a quitar la vida.

- A) El resentimiento causado por el vil oportunismo de Romeo Montesco  
B) La pasión juvenil que logra imponerse a todos los obstáculos sociales  
C) El amor casto y verdadero como vehículo que permite la reconciliación  
D) La rivalidad instaurada entre dos nobles familias que viven en Verona  
E) La violencia que caracterizaba a los integrantes de la familia Capuleto

### Solución:

En el fragmento citado de la tragedia *Romeo y Julieta*, se aprecia la indignación que causa en Tebaldo la presencia de Romeo en la fiesta de los Capuleto. Para Tebaldo esto representa una afrenta, por ello quiere enfrentarse a Romeo con una espada. Todo esto revela la rivalidad que existía entre los integrantes de las familias Montesco y Capuleto, en la ciudad de Verona.

Rpta.: D

3. Respecto al siguiente fragmento de la tragedia *Romeo y Julieta*, de William Shakespeare, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto que se colige en cuanto al argumento.

**PRÍNCIPE**

¡Rebeldes, enemigos de la paz, derramadores de sangre humana! ¿No queréis oír? Humanas fieras que apagáis en la fuente sangrienta de vuestras venas el ardor de vuestras iras, arrojad en seguida a tierra las armas fraticidas, y escuchad mi sentencia. Tres veces, por vanas quimeras y fútiles motivos, habéis ensangrentado las calles de Verona, haciendo a sus habitantes, aun los más graves e ilustres, empuñar las enmohecidas alabardas, y cargar con el hierro sus manos envejecidas por la paz. Si volvéis a turbar el sosiego de nuestra ciudad, me responderéis con vuestras cabezas.

- A) Enfatiza la rivalidad demencial de los hijos de los Capuleto y los Montesco.  
 B) Menciona la condena de Romeo por haber matado a Tebaldo con alevosía.  
 C) Refiere el constante conflicto entre las familias enemigas que genera odios.  
 D) Muestra la sorpresa del príncipe ante las peleas fraticidas del joven Romeo.  
 E) Señala la divulgación del edicto del gobernante para apaciguar la violencia.

**Solución:**

En el fragmento citado de *Romeo y Julieta*, se configura el eterno conflicto entre las familias enemigas, por lo que el gobernador de Verona aprueba un edicto para castigar al sujeto que, en una próxima ocasión, dé inicio a las peleas acostumbradas.

**Rpta.: E**

4. Con respecto al argumento de *Romeo y Julieta*, de William Shakespeare, ¿qué idea se colige del fragmento citado?

**ROMEO**

Bien; pues en ese blanco erraste, porque no hay modo de que haga blanco la saeta de Cupido. Tiene el espíritu de Diana, y bien armada, a prueba de su resistente castidad, vive fuera del alcance del infantil y endeble arco del amor. No se dejará asediar de propuestas amorosas, ni sufrirá el encuentro de asaltadores ojos, ni abrirá su seno al oro, seductor de santos. ¡Oh! Es rica en belleza, y solo pobre porque, cuando muera, con su hermosura morirá su tesoro.

- A) Estamos al inicio de la obra y Romeo está enamorado de Rosalía.  
 B) Romeo acaba de conocer a Julieta en la fiesta de los Montesco.  
 C) Romeo se ha enterado de la muerte de Julieta y decide suicidarse.  
 D) El personaje se marcha de Mantua, confiando en la fidelidad de Julieta.  
 E) El joven Romeo dialoga con Julieta en el balcón de su habitación.

**Solución:**

El fragmento expresa el sentimiento amoroso que experimenta el personaje hacia otra mujer que no es Julieta, pues en el fragmento describe una cualidad del sujeto femenino de rechazo a las relaciones amorosas, lo cual no se condice con el actuar del personaje de Julieta, quien en la obra se muestra pasional.

**Rpta.: A**

5. En el fragmento citado de *Romeo y Julieta*, tragedia de William Shakespeare, ¿qué característica formal de la obra se evidencia?

JULIETA

Corred, corred a casa de Febo, alocados corceles del sol. El látigo de Faetón os lance al caos. Venga la dulce noche a tender sus espesas cortinas. Cierra, ¡oh sol!, tus penetrantes ojos, y deja que en el silencio venga a mí mi Romeo [...] ven, Romeo, tú que eres mi día en medio de esta noche [...]

- A) La abundancia de comparaciones típicas del arte barroco
- B) El uso de un lenguaje poético con la inserción de metáforas
- C) La inclusión de una prosa adornada de hipérbolos y epítetos
- D) El desarrollo de una perspectiva de tipo antropocéntrica
- E) El empleo de diálogos para darle emotividad a los sucesos

**Solución:**

En el fragmento citado de *Romeo y Julieta* es posible apreciar el empleo de un lenguaje de gran riqueza lírica y la inserción de metáforas («Venga la dulce noche a tender sus espesas cortinas», «tú que eres mi día»).

**Rpta.: B**

6. Señale qué característica del romanticismo sobresale en el fragmento citado, perteneciente a la novela *Las cuitas del joven Werther*, de Johann W. Goethe.

Reina en mi espíritu una alegría admirable muy parecida a las dulces alboradas de primavera, de que gozo aquí con delicia. Cuando el valle se vela en torno mío como un encaje de vapores; cuando el sol del mediodía centellea sobre la impenetrable sombra de mi bosque sin conseguir otra cosa que filtrar entre las hojas algunos rayos hasta el fondo del santuario y cuando tendido sobre la crecida hierba, cerca de la cascada, mi vista, más próxima a la tierra, descubre multitud de menudas y diversas plantas [...].

- A) Interés por los tiempos pasados
- B) Idealización del paisaje natural
- C) Individualismo o culto al yo
- D) Predominio de la racionalidad
- E) Exaltación de la libertad creadora

**Solución:**

Una característica importante del movimiento romántico es la relevancia que se le da a la naturaleza, cuyos componentes se idealizan y, además, muchas veces reflejan el sentir de los personajes.

**Rpta.: B**

7. ¿Cuál es la característica del Romanticismo presente en los versos citados del poema «Consenso público», de Friedrich Hölderlin?

*¡Ah! La muchedumbre prefiere lo que se cotiza,  
las almas serviles sólo respetan lo violento.  
Únicamente creen en lo divino  
aquellos que también lo son.*

- A) Estética de lo grotesco
- B) Libertad creadora
- C) Apego a la leyenda
- D) Intimismo
- E) Individualismo

**Solución:**

Los versos citados establecen una contraposición entre la muchedumbre y el individuo. Para el poeta, la masa es descrita como sometida y caótica, en tanto su imagen se exalta como una divinidad.

**Rpta.: E**

8. En el siguiente fragmento de *Las cuitas del joven Werther*, novela de Goethe, ¿qué tema desarrollado en la obra se puede colegir?

*¡Ella, mi esposa! ¡Estrechar en mis brazos a la criatura más peregrina que vive bajo el Sol! Un temblor mortal se apodera de mí, Guillermo, cuando Alberto se permite ceñir con su brazo su cintura pequeña.  
¿Y me atreveré a decirlo? ¿Por qué no? Sí, amigo mío, ella habría sido más feliz conmigo de lo que es con él. ¡Oh! No es hombre propicio para satisfacer todos los anhelos de un corazón como el de ella. Carece de cierta sensibilidad [...]*

- A) El deseo amoroso por parte del protagonista
- B) La pasión correspondida entre Carlota y Werther
- C) El amor desdichado por la traición de Carlota
- D) La crítica a la vida burguesa del mundo rural
- E) La exaltación de la naturaleza por Werther

**Solución:**

En el fragmento citado, el protagonista manifiesta a su amigo Guillermo el deseo amoroso que lo embarga por Carlota, su anhelo o ilusión por estrecharla entre sus brazos, y que ella sería más feliz con él que con Alberto.

**Rpta.: A**

9. El fragmento citado a continuación pertenece a la novela *Las cuitas del joven Werther*, de Goethe. Se trata de un extracto de una carta de fecha 14 de diciembre. Marque la alternativa que indique a qué parte del argumento de la obra pertenece.

¡Carlota! ¡Carlota! Hace una semana que mis sentidos se han trastornado; ya no tengo fuerzas ni para pensar; mis ojos se llenan de lágrimas. No estoy bien en ningún lugar y, no obstante, estoy en todas partes. No espero nada, nada deseo. ¿No sería mejor que partiera?

- A) Werther se enamora de una mujer que está comprometida.
- B) El protagonista ha sufrido el rechazo de la mujer que ama.
- C) Werther escribe su carta de despedida antes de suicidarse.
- D) Carlota ha abandonado a Alberto y se fugará con Werther.
- E) El personaje expresa su sufrimiento e insinúa el suicidio.

**Solución:**

El fragmento citado muestra a un Werther angustiado hasta sentirse trastornado. Carlota es la razón de su angustia, ella ya está casada y el protagonista entiende lo imposible de su amor. Sin embargo, no se trata de la última carta de Werther, porque nos indican que está fechada en un 14 de diciembre.

**Rpta.: E**

10. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre la obra *Las cuitas del joven Werther*, de Johan W. Goethe: «En esta novela epistolar, a la configuración detallada de la vida burguesa se contraponen

- A) el sufrimiento supremo de Werther, quien termina suicidándose».
- B) el idealismo de un hombre sin principios que destruye una relación».
- C) la pasión exaltada del protagonista y su emoción por la naturaleza».
- D) la postura intrascendente de un joven atormentado por una mujer».
- E) la figura del antihéroe suicida, Werther, que crítica a la frialdad burguesa».

**Solución:**

En esta novela modélica, la crítica valoró cómo el autor contrasta la vida materialista de la burguesía y el idealismo del protagonista, quien vive una pasión exaltada y que es capaz de emocionarse ante la naturaleza.

**Rpta.: C**

# Psicología

## EJERCICIOS DE CLASE

1. A pesar de que cada vez más reos se reinseran adecuadamente en la sociedad, aún son muchos los que reinciden en conductas delictivas a causa de, por ejemplo, amistades que también son delincuentes y los retornan por el mal camino, o a la estigmatización que reciben en las publicaciones de diversos medios de comunicación y les dificulta así encontrar trabajo. Respecto a los agentes y tipos de socialización, se puede referir que estos agentes \_\_\_\_\_ dificultan la socialización \_\_\_\_\_ de las personas que ya han cumplido sus condenas.

A) informales – terciaria  
C) informales – secundaria  
E) formales – terciaria

B) formales – secundaria  
D) informales – primaria

### Solución:

Los agentes informales son aquellos que ejercen una influencia intermitente en el individuo como, por ejemplo, las amistades o los medios de comunicación. En tanto que la socialización terciaria o resocialización alude a la adaptación del individuo a un nuevo entorno social o al regreso a este producto de haber sido recluido en un centro de inserción.

Rpta.: A

2. Inés le dice a su amigo: «quién como tú, que tienes unos padres amorosos, que están atentos a ayudarte con las tareas y cada vez que deciden algo te piden tu opinión, en cambio los míos llegan por las noches y de frente se van a dormir, ni preguntan cómo estoy, como si no les importara». De acuerdo con las características de los estilos de crianza, indique el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. En el hogar de Inés se manifiesta el estilo de crianza permisivo.  
II. Inés siente que el control y el afecto que le brindan sus padres son equilibrados.  
III. El estilo de crianza asociado al amigo de Inés coincide con el autoritativo.

A) VFV      B) FFV      C) VVF      D) FFF      E) FVF

### Solución:

- I. (F) El estilo de crianza asociado a Inés es el estilo negligente o desapegado, puesto que sus padres no prestan atención a sus necesidades.  
II. (F) En el estilo desapegado, existe ausencia de control y afecto por parte de los padres.  
III. (V) El equilibrio de afecto y control que se le está asociando a la crianza del amigo de Inés es propio del estilo autoritativo o democrático.

Rpta.: B



5. Durante los meses iniciales de la pandemia, Rita tuvo que mudarse con su hija a la casa de sus padres en su provincia natal porque allí recibió la ayuda de ellos, además de sus tíos y otros familiares que también vivían allí, logrando así solventar sus necesidades durante ese tiempo. Sin embargo, recientemente ha vuelto a Lima solo con su niña porque tuvo una oferta laboral interesante, pero ahora siente que no le puede dedicar mucho tiempo a ella. Respectivamente se puede referir que Rita ha integrado los tipos de familia denominados

- A) ampliada y uniparental.
- B) elemental y extensa.
- C) monoparental y fusionada.
- D) ampliada y ensamblada.
- E) elemental y uniparental.

**Solución:**

En una familia ampliada o extensa, los diferentes miembros de la familia como padres, hijos, tíos, sobrinos, etc., pueden apoyarse mutuamente para cubrir aspectos económicos. En tanto que en varias familias uniparentales o monoparentales, solventar ello resulta difícil o se logra en perjuicio de reducir el tiempo que se brinda a los hijos.

**Rpta.: A**

6. Cada uno de los estilos de crianza está caracterizado por diversas intensidades de control y afecto en la relación entre padres e hijos, manifestándose estas en la comunicación cotidiana que mantienen en el día a día. Relacione correctamente cada uno de los estilos con la referencia comunicacional que lo ejemplifica.

- |                        |   |
|------------------------|---|
| I. Estilo autoritario  | a. Al negarle el permiso para ver a su amiga, el padre de Xiomara le dice: «¡Estás loca, ni se te ocurra decirme nada más! No vas a estar saliendo a la calle como si fueras una cualquiera».                                     |
| II. Estilo negligente  | b. Un mes después de haberle comprado el play station 4, Rosa le dice a su hijo: «No te preocupes hijito, a fin de mes te compro el play 5, más bien discúlpame por no tener siempre el dinero para ti».                          |
| III. Estilo indulgente | c. Luego de varios minutos en los que su hija le había pedido ayuda con la tarea del colegio, Héctor le dice: «Tu mamá y yo estamos ocupados, venimos cansados del trabajo y no tenemos tiempo para eso, anda busca a tu abuela». |

- A) Ic, IIb, IIIa
- D) Ic, IIa, IIIb

- B) Ia, IIb, IIIc
- E) Ia, IIc, IIIb

- C) Ib, IIc, IIIa

**Solución:**

(Ia) En el estilo autoritario se aprecia una comunicación agresiva que manifiesta un ejercicio desmedido del control y poco afecto.

(IIc) En el estilo negligente o desapegado, los padres se desvinculan de sus roles evadiendo responsabilidades como el apoyo educativo del niño.

(IIIb) En el estilo indulgente o permisivo, los padres tienden a cumplir todos los requerimientos de los hijos de forma desmedida, ejerciendo poco control.

**Rpta.: E**

7. Rocío llegó llorando al puesto comercial de su madre. Al verla, ella detuvo sus actividades y le preguntó por la razón de su llanto. Finalizada la conversación, Rocío se sintió mejor y recuperó su tranquilidad. ¿Qué función de la familia prioriza la madre en el relato anterior?

- A) Protección económica  
 B) Educativa  
 C) Socializadora  
 D) Recreativa  
 E) Afectiva

**Solución:**

La función afectiva proporciona a los miembros de la familia amor, respeto, comunicación, procurando generarles bienestar y contribuyendo con el desarrollo de su autoconfianza.

**Rpta.: E**

8. Gabriela trabaja duro para poder comprarles a su hija adolescente y a su hijo de dos años, ropa exclusiva y celulares de alta gama. A su hija le encanta vestir a la moda y subir videos a sus redes sociales. Su hijo en cambio persigue al gato y salta sobre el sofá todo el tiempo pues nadie juega con él. Lo que hace el pequeño enfada a Gabriela pues así arruina la ropa y ensucia el sofá. Considerando las relaciones familiares en la infancia, pubertad y adolescencia, señale el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Gabriela atiende las necesidades de sus hijos teniendo en cuenta sus edades.  
 II. La actitud de Gabriela hacia lo que hace su hijo no favorece la motricidad de él.  
 III. Gabriela cree que los infantes y los adolescentes tienen las mismas necesidades.

- A) FVV      B) VFF      C) FVF      D) FFV      E) VVF

**Solución:**

- I. (F) Gabriela no está considerando que, por estar en una etapa de vida diferente, sus hijos requieren de una atención diferenciada. Por ejemplo, el pequeño necesita actividades lúdicas para mejorar sus destrezas motoras, cognitivas y sociales.  
 II. (V) El juego cumple en el infante un rol fundamental para mejorar su motricidad gruesa al saltar y correr. La familia debe procurar brindar al pequeño un espacio y estimulación suficiente para que desarrolle, entre otras, sus habilidades motoras gruesas, su lenguaje, y amplíe su área de exploración en un entorno seguro.  
 III. (V) Dado que el comportamiento descrito de Gabriela es idéntico para sus hijos que atraviesan por etapas diferentes, se podría afirmar que ella los considere con las mismas necesidades y desconozca que cada etapa de vida exige una atención diferenciada.

**Rpta.: A**

9. Las actitudes poseen tres componentes diferenciados (afectivo, cognitivo y conductual) y que se expresan en cada individuo de forma singular. Asocie correctamente cada componente con los siguientes enunciados.

- |                 |   |
|-----------------|---|
| I. Cognitivo    | a. Experimentar alegría al acercarse la hora del curso de matemática                |
| II. Afectivo    | b. Preguntar para salir de las dudas cuando hay un ejercicio de matemática complejo |
| III. Conductual | c. Creer que las matemáticas son divertidas y fáciles de aprender                   |

A) Ic, Iib, IIIa

B) Ia, Iib, IIIc

C) Ib, Iic, IIIa

D) Ic, IIa, IIIb

E) Ia, Iic, IIIb

**Solución:**

Ic: El componente cognitivo se refiere a las creencias y opiniones que sustentan la toma de posición valorativa. En el enunciado c se describe ideas que generan una disposición valorativa favorable hacia las matemáticas.

Iia: El componente afectivo se refiere a la emoción intensa asociada o experimentada ante el objeto de la actitud.

IIIb: El componente conductual está dado por las acciones que se pueden calificar como de acuerdo o desacuerdo hacia el objeto de la actitud. En la descripción habría una aproximación o actitud favorable hacia las matemáticas.

**Rpta.: D**

10. Jorge expresaba un rechazo hacia los productos asiáticos y evitaba comprarlos, pero eso cambió recientemente. Hace poco leyó en su semanario económico favorito una reseña sobre cómo los países de ese continente innovaron tecnologías y ahora son toda una seria competencia para los productos europeos. En el caso descrito, se observa \_\_\_\_\_ ocasionado por \_\_\_\_\_ relacionado con el componente \_\_\_\_\_.

A) un cambio de actitud – información nueva – cognitivo

B) un prejuicio – un estereotipo negativo – conductual

C) una actitud negativa – estereotipo positivo – afectivo

D) una actitud positiva – la experiencia propia – conductual

E) un acto discriminatorio – un prejuicio recurrente – cognitivo

**Solución:**

El rechazo de Jorge hacia los productos asiáticos evidenciaba una actitud negativa. Sin embargo, esta actitud cambió al recibir información nueva que influyó en el componente cognitivo de su actitud, tornándola positiva.

**Rpta.: A**

# Educación Cívica

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Un candidato presidencial, durante su cierre de campaña, expresó «nuestras políticas públicas anhelan una universalidad donde todos los menores de edad y los adultos mayores tengan sus necesidades básicas cubiertas; donde los problemas de salud integral y el establecimiento de pensiones por jubilación no queden desprotegidas».

De lo mencionado por el candidato y en base a la Declaración Universal de los Derechos Humanos, esto hace referencia a que

- A) nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia.
- B) toda persona, como miembro de la sociedad, tiene derecho a la seguridad social, habida cuenta de los recursos de cada Estado.
- C) todo individuo tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.
- D) nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre, la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.
- E) la población requiere una política asistencial adecuada en vivienda, saneamiento y acceso al agua potable.

### Solución:

En el artículo 22 de la Declaración Universal de los Derechos Humanos se establece que toda persona, como miembro de la sociedad, tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, mediante el esfuerzo nacional y la cooperación internacional, habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

**Rpta.: B**

2. Los países signatarios de la Convención Americana sobre los Derechos Humanos van consolidando sus instituciones democráticas, gracias a la acción de los órganos que componen el Sistema Interamericano de Protección a los Derechos Humanos. A partir de lo descrito, identifique los enunciados correctos sobre las funciones correspondientes a cada órgano.

- I. La Comisión Interamericana de Derechos Humanos realiza el monitoreo y defensa de los derechos humanos en los Estados parte.
- II. La Corte Interamericana de Derechos Humanos informa las controversias entre sus Estados miembros.
- III. Los casos de violaciones de los derechos humanos ocurridos a nivel global son resueltos por la Corte Interamericana de DD. HH
- IV. La función de la Corte Interamericana de Derechos Humanos implica juntar a las partes involucradas en audiencia pública.

- A) III y IV      B) I y II      C) I y III      D) I y IV      E) Solo III

**Solución:**

- I. **Correcto.** La función principal de la Comisión es la de promover la observancia y la defensa de los derechos humanos además de estimular la conciencia de los derechos humanos en los pueblos de América y formular recomendaciones, a los gobiernos de los Estados miembros para que adopten medidas progresivas en favor de los DDHH.
- II. **Incorrecto.** La Corte Internacional de Justicia es el principal órgano judicial de la Organización de las Naciones Unidas. Tiene su sede en el Palacio de la Paz en la Haya (Países Bajos) y está encargada de decidir las controversias jurídicas entre Estados.
- III. **Incorrecto.** La organización, procedimiento y función de la Corte se encuentran regulados en la Convención Americana. Además, el Tribunal cuenta con un Estatuto aprobado por los Estados mediante Asamblea General de la Organización de los Estados Americanos.
- IV. **Correcto.** La Corte es una institución judicial autónoma cuyo objetivo es aplicar e interpretar la Convención Americana. La Corte Interamericana ejerce una función contenciosa, dentro de la que se encuentra la resolución de casos contenciosos y el mecanismo de supervisión de sentencias; una función consultiva; y la función de dictar medidas provisionales.

**Rpta.: D**

3. La Carta Democrática Interamericana establece que los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla. Sustentado en ella, un analista internacional afirma que durante un proceso electoral de un Estado parte, se puede intervenir a este y observar libremente los escrutinios, aplicando este instrumento democrático. De lo mencionado por el analista, ¿es correcta su afirmación?
- A) Sí, porque es un derecho exclusivo de la Organización de los Estados Americanos.
  - B) No, porque los pueblos originarios buscan el permiso de la Naciones Unidas.
  - C) Sí, porque su observación será objetiva, transparente y con capacidad técnica.
  - D) No, porque la observación electoral es por solicitud del Estado miembro interesado.
  - E) Sí, porque uno de los propósitos de las Comisión Interamericana es la paz regional.

**Solución:**

El propósito principal de la Carta Democrática Interamericana es fortalecer y preservar a las instituciones democráticas de las naciones de las Américas. La Carta define los elementos esenciales de la democracia y su relación al desarrollo integral y al combate a la pobreza; también establece cómo debería ser defendida cuando está bajo amenaza. Además, promueve una cultura democrática, así como las misiones de observación electoral. Pero, las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el secretario general celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate.

**Rpta.: D**

4. En nuestro país, la Coordinadora Nacional de Derechos Humanos (CNDDHH) reúne a un colectivo de organismos de la sociedad civil que contribuyen en la defensa, promoción y difusión de los derechos de la persona en nuestro país. Teniendo en cuenta lo anterior, relacione a las instituciones que la constituyen con los principales problemas que abordan.
- |  |  |
|--|--|
| I. Movimiento Manuela Ramos  | a. Ayudamos a combatir los abusos contra los derechos humanos en el Perú y en todo el mundo.           |
| II. Amnistía Internacional – Perú                                    | b. La falta de políticas inclusivas sobre los derechos humanos en ámbitos rurales.                     |
| III. Asociación Negra de Defensa y Promoción de los Derechos Humanos | c. La impunidad y normalización en casos de violencia contra la mujer y la discriminación contra ella. |
| IV. Asociación pro-Derechos Humanos                                  | d. Los estereotipos que realizan algunos programas televisivos a la población afrodescendiente.        |

A) Ic, Ila, IIIId, IVb  
D) Ic, IIb, IIIa, IVd

B) Id, IIc, IIIa, IVb  
E) Ib, IIId, IIIa, IVc

C) Ic, Ila, IIIb, IVd

**Solución:**

- Ic. Movimiento Manuela Ramos: contribuye a la vigencia efectiva de los derechos de las mujeres y a eliminar toda forma de discriminación y violencia.
- Ila. Amnistía Internacional – Perú: Ayudamos a combatir los abusos contra los derechos humanos en el Perú y en todo el mundo.
- IIIId. Asociación Negra de Defensa y Promoción de los Derechos Humanos: es una organización de la sociedad civil afroperuana que viene trabajando desde el año 1990 en contra del racismo, la discriminación y por el fortalecimiento de los derechos humanos de las comunidades afrodescendientes en el Perú.
- IVb. Asociación pro Derechos Humanos: aspira a que en el Perú la ética inspirada en los derechos humanos se transforme en manifestaciones, expresiones culturales y políticas públicas inclusivas que se expresen en todos los ámbitos de la vida social, cultural y política.

**Rpta.: A**

# Historia

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Con respecto a las características de las grandes civilizaciones de la antigüedad, establezca el valor de verdad (V o F) y marque la alternativa correcta.
- Las grandes civilizaciones fueron desde el punto de vista geográfico fluviales y en el aspecto social esclavistas.
  - Mesopotamia se caracterizó por establecerse en un terreno muy fértil, entre los ríos Tigris y Éufrates.
  - En el antiguo Egipto, edificaron grandes pirámides, mastabas e hipogeos como centros administrativos.
  - Durante la Edad de Hierro, se realizaron violentas invasiones por parte de las grandes civilizaciones.

A) VVVV      B) VVFV      C) VFFF      D) FVFV      E) FVVV

### Solución:

Las grandes civilizaciones se asentaron preferentemente en las márgenes de los ríos para provechar el recurso hídrico, por lo cual se les denomina fluviales, mientras que desde el punto de vista social es notoria la explotación de miles de personas bajo el sistema de esclavitud. La antigua Mesopotamia recibía aquel nombre dado a que era «una tierra entre ríos», como lo fueron el Éufrates y el Tigris. Las mastabas, grandes pirámides e hipogeos de Egipto causaron gran impacto por el uso masivo de mano de obra en sus construcciones, estas eran tumbas funerarias. La Edad del Hierro fue un periodo de violentas invasiones por parte de las grandes civilizaciones que buscaban ampliar sus dominios.

**Rpta.: B**

2. La civilización egipcia ha pasado por diferentes periodos históricos: el Predinástico, el Arcaico y el Dinástico. En ellas han producido y nos han legado una serie de logros culturales hasta hoy utilizados y admirados, además de una serie de hechos históricos estudiados por generaciones. Con respecto a ello, ordene cronológicamente los hechos ocurridos durante su historia.

- I. Instauración del culto a Atón, representado como un disco solar.
- II. Construcción de las pirámides en la altiplanicie de Gizeh.
- III. Invasión de los hicsos y fundación de Ávaris en el Bajo Egipto.
- IV. Grandes conquistas territoriales por Tutmosis III.

A) IV, II, III, I      B) II, IV, III, I      C) IV, III, II, I  
D) III, I, IV, II      E) II, III, IV, I

**Solución:**

Durante el denominado periodo Imperio Antiguo o Menfítico se construyeron las pirámides de Gizeh, pertenecientes a faraones de la cuarta dinastía. La invasión de los hicsos en el antiguo Egipto se produjo durante el Imperio Medio o tebano. Durante el Imperio Nuevo, Egipto logró importantes conquistas territoriales bajo el liderazgo de Tutmosis III. Finalmente, cuando el faraón Amenofis IV hereda el trono durante el Imperio Nuevo, se convierte en sacerdote del dios Atón e implanta el monoteísmo hacia esa divinidad.

**Rpta.: E**

3. China fue una civilización del lejano oriente, caracterizada por sus importantes aportes a la humanidad, destacando, entre ellos, la construcción de la Gran Muralla China. Señale el valor de verdad (V o F) sobre dicha civilización en relación a sus siguientes características.

- I. Los mandarines eran funcionarios preparados para la administración estatal.
- II. La dinastía Shang tuvo un gran desarrollo de la metalurgia del bronce.
- III. El taoísmo y el confucionismo surgieron en el periodo de la dinastía Zhou.
- IV. El emperador Shi Huang Ti realizó la primera unificación histórica en China.

- A) VVFV      B) VFFF      C) FFFV      D) VFVV      E) VVVV

**Solución:**

Los mandarines eran funcionarios letrados del gobierno chino, formaban parte de la administración pública bajo el código moral confucionista. Durante el periodo de la dinastía Shang, china tuvo un destacado manejo de la piedra jade y el bronce. Las filosofías taoísta y confucionista, surgieron en el periodo de la dinastía Zhou como una crítica las guerras internas de dicho periodo. El emperador Shi Huang Ti es un personaje muy importante de la historia de China, pues la unificó y encargó la construcción de la Gran Muralla China, frente a las invasiones de pueblos nortños.

**Rpta.: E**

4. \_\_\_\_\_ es una región del Asia occidental ubicada entre los ríos \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_, así como en sus terrenos circundantes. Esta civilización tuvo importantes inventos para la civilización humana como la rueda, el cultivo de cereales, el desarrollo de la escritura cuneiforme, las matemáticas y la astronomía. Es una referencia importante en el estudio de la antigüedad humana, pues de ella provienen relatos como el mito de \_\_\_\_\_, episodios bíblicos como en diluvio universal, o el conjunto de leyes conocido como el Código de \_\_\_\_\_.

- A) Mesopotamia – Éufrates – Tigris – Gilgamesh – Hammurabi
- B) India – Indo – Ganges – Ramayana – Brahma
- C) Medio oriente – Tigris – Éufrates – Shamash – Manu
- D) Bajo Egipto – Nilo – Moeris – Ramsés II – Ur Nammu
- E) Mesopotamia – Indo – Ganges – Sísifo – las XII Tablas



# Geografía

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La parte sólida de la Tierra está constituida por diversas capas concéntricas, desde la corteza hasta el núcleo terrestre, cuyas características se conocen, principalmente, a través del análisis de las ondas sísmicas. De lo descrito, identifique los enunciados correctos referido a la capa geosférica más superficial.
- Está conformada por síntesis de rocas de mayores densidades.
  - Experimenta cambios por los agentes endógenos y exógenos.
  - Interactúa con una capa esencialmente sólida y de baja plasticidad.
  - Contiene rocas de mayor antigüedad, pero también de reciente formación.
- A) I y IV      B) II y IV      C) II y III      D) I y III      E) I y II

### Solución:

La capa en referencia es la corteza terrestre.

- Incorrecto. Esta capa está conformada de rocas de menor densidad: Sial ( $2,7 \text{ gr/cm}^3$ ) y Sima ( $2,9 \text{ gr/cm}^3$ ). La densidad de las rocas se incrementa con la profundidad.
- Correcto. Al entrar en contacto con la atmósfera e hidrosfera, experimenta un modelado por los agentes exógenos; también, por divergencia y convergencia de las placas, experimenta construcción y destrucción, respectivamente.
- Incorrecto. La corteza terrestre interactúa con la astenosfera, que es una capa de alta plasticidad y se encuentra en estado magmático.
- Correcto. Contiene rocas de mayor antigüedad en la corteza continental y de reciente formación límite de divergencia de placas (corteza oceánica).

**Rpta.: B**

2. Un docente de Geografía Física sostiene que, la teoría de la deriva continental fue propuesta originalmente por Alfred Wegener en 1915; quien la formuló basándose, entre otros fundamentos, en la manera en que las formas de los continentes parecen acoplarse. Esto es más evidente a cada lado
- del océano Atlántico, como África y Sudamérica.
  - de placas tectónicas de límites transformantes.
  - del supercontinente Pangea con restos fósiles similares.
  - del océano Pacífico, como el Cinturón de Fuego.
  - del mar Mediterráneo entre Europa y África.

### Solución:

La teoría de la deriva continental fue propuesta por Alfred Wegener en 1915, quien la formuló basándose, entre otras cosas, en la manera en que parecen encajar las formas de los continentes a cada lado del océano Atlántico, como África y Sudamérica. También tuvo en cuenta el parecido de la fauna fósil de los continentes septentrionales y ciertas formaciones geológicas. Más en general, Wegener conjeturó que el conjunto de los continentes actuales estuvo unido en el pasado remoto de la Tierra, formando un supercontinente, denominado Pangea.

**Rpta.: A**

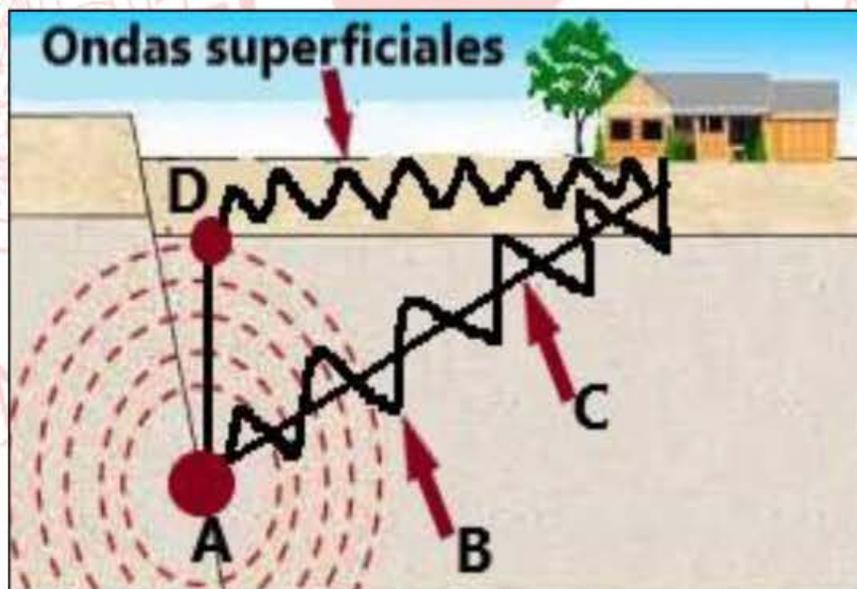
3. Las zonas de contacto y fricción entre placas son áreas de intensa actividad geológica, y en ellas se registran la mayor parte de los terremotos y erupciones volcánicas. Además, la formación de fracturas, plegamientos y fosas marinas. Estas últimas geformas se relacionan directamente con
- los movimientos isostáticos por diferencia de densidades.
  - las zonas de convergencia de placas en subducción.
  - los movimientos epirogénicos y orogénicos diastróficos.
  - el choque de placas tectónicas en áreas de obducción.
  - las dorsales oceánicas en límites transformantes.

**Solución:**

La corteza terrestre no es una superficie uniforme, sino que está formada por una serie de placas que encajan entre sí como las piezas de un rompecabezas. Estas placas se desplazan sobre la superficie semifluida del manto superior (astenosfera), lo que da lugar a choques e intensos rozamientos denominados tectónica de placas. En una zona de convergencia de placas de diferentes densidades; es decir, entre una placa oceánica y una placa continental la corteza experimenta fracturas, plegamientos y formación de fosas marinas

**Rpta.: B**

4. En la siguiente imagen, A, B, C y D están relacionados con los movimientos sísmicos. A partir de ella, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.



- Los puntos A y D generan destrucción en sus zonas de desplazamiento.
- En D se originan las ondas Love y Rayleigh que generan mayor destrucción.
- Las líneas B y C representan a ondas sísmicas que tienen origen en el foco.
- La onda C atraviesa sólidos y líquidos, propagándose a menor velocidad.

A) VVFV      B) VVFF      C) FVVF      D) VFVF      E) FFVV

**Solución:**

FVVF

- I. Falso. El punto A representa al hipocentro donde tiene origen las ondas internas P y S; en cambio D, representa al epicentro o epifoco. Por lo tanto, los puntos en mención no generan destrucción en sus zonas de desplazamiento.
- II. Verdadero. D representa al epifoco donde nace las ondas Love y Rayleigh que generan mayor destrucción.
- III. Verdadero. B y C ejemplifica a ondas sísmicas que tiene origen en el hipocentro o foco.
- IV. Falso. La onda C es la onda longitudinal u ondas P, esta onda atraviesa sólidos y líquidos y se propagan a mayor velocidad.

**Rpta.: C**

## ***Economía***

### **EJERCICIOS DE CLASE**

1. En setiembre último el Ministerio de Trabajo defendió las políticas, en cuestiones laborales, que estaba impulsando el gobierno, principalmente la que se refiere al cambio de reglamentación de la tercerización laboral, estableciendo que no se podrá contratar bajo esta modalidad a personal que labora en el núcleo central del negocio y solo puede seguir dándose para actividad complementarias, como limpieza y vigilancia. Desde el lado empresarial ya se muestra oposición a esta nueva reglamentación, señalando que se incrementarán los costos laborales, porque las empresas se ahorran pagos como de bonificaciones y derechos laborales si se contrata a través de un intermediario. El tipo de empleo al que se hace mención en el enunciado es del
  - A) multipartita.
  - B) encubierto.
  - C) improductivo.
  - D) ilegal.
  - E) parcial.

**Solución:**

El empleo multipartita se da cuando no hay una relación directa entre trabajador y empleador, la relación es a través de un intermediario que cubre todos los sobrecostos y riesgos que implica contratar a un trabajador.

**Rpta.: A**

2. Hay muchas redes sociales que son utilizadas por los buscadores de empleo, para publicar sus experiencias laborales, capacidades y logros académicos, queriendo encontrar una propuesta que colme sus expectativas. Muchas empresas revisan estas páginas para buscar candidatos que se ajusten a sus necesidades. De acuerdo al enunciado se podría señalar que
  - A) las empresas solo buscan trabajadores para que estén en planilla.
  - B) los logros académicos y experiencia se relacionan con trabajos calificados.
  - C) todos los publican en estas redes buscan ser trabajadores dependientes.
  - D) los candidatos buscados por las empresas pertenecen a la PEI.
  - E) las empresas buscan trabajadores sin experiencia para capacitarlos.

**Solución:**

El trabajo calificado comprende las actividades (físicas o mentales) complejas que requieren entrenamiento especial.

**Rpta.: B**

3. La empresa ABC SA está reuniendo personal que se encarguen del mantenimiento y la limpieza, sin ningún requisito de preparación, experiencia o estudio. La empresa CDE SA sí requiere personal con amplia trayectoria en el manejo logístico para procesar y ordenar la mercadería de los proveedores. Los empleos que se requieren respectivamente son

- A) simple y manual.                      B) simple y calificado.                      C) ejecutor y director.  
D) ejecutor y empleado.                      E) manual y director.

**Solución:**

Comprende las actividades sencillas y repetitivas que pueden realizarse con las habilidades cognitivas básicas del ser humano.

El trabajo calificado comprende las actividades (físicas o mentales) complejas que requieren entrenamiento especial.

**Rpta.: B**

4. En el Perú los trabajadores dependientes tienen derechos amparados por ley, que les permite acceder a ciertos beneficios sociales, como vacaciones pagadas y seguro social de salud. Pero para los empresarios estos beneficios sociales representan sobre costos laborales, por esta razón la relación con sus trabajadores es bajo contratos de vendedores de servicios y no los ponen en planilla. Lo señalado se refiere al empleo

- A) simple.                      B) encubierto.                      C) improductivo.  
D) multipartita.                      E) a tiempo parcial.

**Solución:**

Cuando una persona realiza una actividad productiva a dedicación exclusiva para otra persona o empresa, legalmente debería estar en condiciones de empleado y recibir beneficios, pero en el caso del empleo encubierto realmente a nivel salarial la empresa lo considera como independiente.

**Rpta.: B**

5. A través de diversas convocatorias una empresa que invierte en el mercado de valores está solicitando personal que cumpla los siguientes requisitos: título universitario en matemática pura, para realizar el análisis de datos en las inversiones del mercado de capitales. Además, la convocatoria señala que se debe un cumplir un horario diario y se brindar un sueldo acorde al cargo y beneficios de ley. El tipo de trabajo que se realiza es

- A) director y manual.                      B) independiente y calificado.  
C) calificado y encubierto.                      D) calificado y dependiente.  
E) especializado y a tiempo parcial.

**Solución:**

Los trabajos calificados son aquellos en los que se requiere de una preparación académica previa. En el trabajo dependiente se cumple una jornada completa y se recibe beneficios sociales.

**Rpta.: D**

6. La tasa de desempleo en la mayoría de países del mundo no llega a niveles de pre pandemia, debido a la insuficiente inversión pública y privada. Los gobiernos tratan de contrarrestar esta situación llevando a cabo diferentes proyectos que fueron postergados debido a las restricciones. Señale que hecho u ocurrencia generaría una disminución de dicha tasa.

- A) Disminución de la cantidad de subempleados
- B) Aumento de los salarios y beneficios
- C) reactivación de la economía
- D) disminución del empleo calificado
- E) aumento de presupuesto en educación

**Solución:**

El desempleo disminuirá con una mayor inversión y nuevos proyectos que demanden fuerza laboral. El Gobierno puede tomar medidas para impulsar esto y se conoce como reactivación económica.

**Rpta.: C**

7. El presidente del BCRP Julio Velarde señaló: «El crecimiento que se dará en nuestro país de 3%, no permitirá absorber a cerca de las 300 mil personas que entran a la fuerza laboral, y claramente tampoco se reducirá la informalidad que afecta a 12 millones de personas, afectando todo esto a la población más vulnerable». Según el enunciado la fuerza laboral se refiere a

- A) los desempleados.
- B) solo la PEI.
- C) solo la PEA.
- D) los mayores de 14.
- E) los no PET.

**Solución:**

La fuerza laboral es todas las personas dispuestas y con la capacidad para trabajar, conocida como la PEA que pueden ser ocupados o desempleados.

**Rpta.: C**

8. En el trimestre junio-julio-agosto del 2022 la población ocupada de Lima Metropolitana de Lima, donde vive un tercio de la población, alcanzó los 5 millones 15 400 personas, incrementándose en 7,9% (369100 personas) al compararla con similar trimestre del 2021, según datos del INEI. Según el enunciado la población ocupada se refiere a

- A) todos los que están en edad de trabajar, pero no buscan trabajo.
- B) todos los que tienen más de 14 años y tiene la capacidad suficiente.
- C) solo los mayores de 14 años que realizan actividades productivas.
- D) solo los que trabajan igual o más de 35 horas semanales.
- E) todos los mayores de 65 años que están jubilados.

**Solución:**

La PEA ocupada está integrada por las personas mayores de 14 años que están trabajando o realizando alguna actividad productiva, pudiendo ser adecuadamente empleados o subempleados.

**Rpta.: C**

9. El fenómeno de los «ninis» está presente en todos los países del mundo incluyendo en el club de países ricos llamado OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico). En el Perú, aquellos que están entre 14 y 29 años y cumplen con dos condiciones, no quieren trabajar y tampoco estudiar llega casi a 1 500 000 de un universo de 6 millones aproximadamente. De estos ninis alrededor del 20 por ciento se cansaron de buscar trabajo, pero lo estaban buscando y se desanimaron, por no colmar sus expectativas o no cumplir los requisitos. El restante 80% de los ninis son los que no tienen ninguna intención de buscar trabajo. En base a la información brindada se podría concluir que

- A) todos los ninis son desempleados porque no trabajan.
- B) el 20% de los ninis se considera como desempleo oculto.
- C) todos los ninis son inactivos plenos y están en la PEA.
- D) la PEA incluye al 20% de los ninis porque buscaron empleo.
- E) todos los ninis que trabajan son parte de la PEA.

**Solución:**

El desempleo oculto comprende a las personas que, teniendo deseos de trabajar, no realizan búsqueda activa, porque no creen posible encontrarlo, ya sea por falta de motivación, oportunidades o porque el mercado impone ciertos requisitos.

**Rpta.: B**

10. Según la Organización de las Naciones Unidas «el calentamiento global es una amenaza multiplicadora. Amplifica las amenazas existentes, exacerba los problemas económicos ambientales y sociales, Tiene un impacto negativo sobre la naturaleza ya que el aumento de la temperatura afecta la biodiversidad, pone en peligro los ecosistemas y frena el desarrollo de la agrícola». Según la ONU los recursos afectados son los \_\_\_\_\_ como, por ejemplo \_\_\_\_\_.

- A) no renovables – bosques
- B) no renovables – tierras cultivables
- C) renovables – fauna marina
- D) renovables – petróleo crudo
- E) renovables – minerales

**Solución:**

La calidad de regeneración de los recursos naturales renovables como la flora y la fauna están siendo afectado por el aumento de las temperaturas y por la sobreexplotación.

**Rpta.:C**

# Filosofía

## LECTURA COMPLEMENTARIA

Para Locke, la mente está siempre presente ante sí misma (conciencia de sí); por tanto, intuye su propia existencia (sin que para ello parezca necesitar el intermediario de ninguna idea) Locke, admite pues, la existencia de una mente humana substancial que tiene plena conciencia de sí misma, y en esa conciencia de sí fundamenta la identidad personal, que no es sino la conciencia de todo su pasado.

En cambio, las cosas materiales son conocidas a través de ideas. Y Locke reconoce que «tener la idea de una cosa en nuestro espíritu no prueba su existencia». Por tanto, la sensación no prueba, sin más, que existe la cosa sentida, con la certeza que dan la intuición o la demostración. Pero si nos da un conocimiento suficiente. Las sensaciones no son producidas por nuestros órganos sensoriales. Luego, han de ser debidas a una causa exterior, una cosa real existente.

Tejedor C, César. (1986). *Historia de la filosofía en su marco cultural*. Madrid. Ediciones SM. p. 234

1. Se puede inferir del texto, que con respecto a Locke
  - A) los objetos mantienen independencia con respecto a las ideas.
  - B) las sensaciones son originadas por la influencia de la razón.
  - C) la mente humana no necesita de las ideas para su existencia.
  - D) las sensaciones justifican la existencia de los diversos objetos.
  - E) las ideas son fuente de conocimiento seguro para la mente.

### Solución:

En el texto se menciona que la mente está siempre presente ante sí misma (conciencia de sí); por tanto, intuye su propia existencia (sin que para ello parezca necesitar el intermediario de ninguna idea).

**Rpta.: C**

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Un sociólogo plantea una estrategia para que sus nuevas investigaciones sean seguras. Ya no va a partir de supuestos, de las tradiciones ni de los conocimientos sensoriales. En sus investigaciones pondrá énfasis en las ideas y asignará correctamente cada una de ellas al objeto de estudio mediante la razón. Para el investigador, la razón es la facultad de juzgar y de discernir lo verdadero de lo falso.

Se puede establecer que lo afirmado por el sociólogo, con respecto a la investigación, se relaciona con

- A) la noción de verdad basada en lo sensorial.
- B) la asociación de ideas plateada por Hume.
- C) los juicios sintéticos *a priori* del criticismo.
- D) el criterio de autoridad de los escolásticos.
- E) el método cartesiano para llegar a la verdad.

**Solución:**

La forma de investigar del sociólogo coincide con el método cartesiano. Para Descartes, La duda metódica es el camino correcto para alcanzar la verdad. Da seguridad en el proceso de investigación y disminuye el riesgo de cometer errores.

**Rpta.: E**

2. Abelardo dice: «Cuando observo una granadilla, empiezo a tener una serie de sensaciones acerca de dicha fruta». Las sensaciones que se le aparecen son sobre su color anaranjado, su forma esférica, y su frescura. Luego, empieza a preguntarse si se puede comer o no y si será dulce o ácida.

La forma en que Abelardo procesa la información sobre la fruta en base a su experiencia se relaciona con

- A) la intensidad de como captamos la idea de fruta en Hume.
- B) el proceso de formación de las ideas simples en Locke.
- C) la formación de las ideas simple y complejas en Locke.
- D) la idea de fruta formada en nuestra mente según Descartes.
- E) el nacimiento de ciertas estructuras mentales según Kant.

**Solución:**

Según Locke, las ideas simples se forman mediante la experiencia mediante la sensación y la reflexión. Con estas ideas se constituyen todos los demás elementos del conocimiento.

**Rpta.: B**

3. Zacarías afirma que los conocimientos se construyen con el paso del tiempo y la experiencia se encarga de proporcionar información a nuestra mente para procesarla. Por el contrario, Antonieta dice lo siguiente: «Hoy día se ha demostrado que los niños no vienen al mundo a adquirir información, sino que nuestro cerebro viene con ciertas predisposiciones a asociar ciertos tipos de información de una manera determinada». Se puede establecer que lo dicho por Antonieta coincide con

- A) Locke al cuestionar a la razón como origen de las ideas.
- B) Descartes sobre habilidades mentales innatas en los niños.
- C) Kant al sostener el conocimiento en la razón y experiencia.
- D) Descartes al afirmar a las ideas facticias como origen del saber.
- E) Hume sobre las impresiones como fuente generadora de ideas.

**Solución:**

Descartes afirmaba que en el hombre existen, desde su nacimiento, determinadas ideas que no provienen de los sentidos ni de la imaginación.

**Rpta.: B**

4. Desde temprana edad a los niños les enseña a obedecer y tomar como verdaderas las palabras que profieren los padres, familiares, profesores o adultos en general. Esta actitud se extiende en personas adultas cuando toman como apropiado las sugerencias de doctores o influyentes personajes.  
La forma de inculcar a los niños y adultos verdades basadas en recomendaciones es
- A) diferente al principio de autoridad de la escolástica.
  - B) congruente con el pensamiento de los empiristas.
  - C) contrario al criterio de certidumbre de Descartes.
  - D) antagónico con los principios empiristas de Hume.
  - E) coherente con la expresión *sapere aude* de Kant.

**Solución:**

Descartes rechaza el uso del principio de autoridad porque afirmaba que negaba el proceder de la razón y su reflexión, dejando todo a la verdad en lo dicho por una persona influyente.

**Rpta.: C**

5. Genaro le dice a su amigo Humberto que hoy por la tarde faltó a su clase de inglés porque se sentía mal debido a la comida. Aprovechando su inasistencia, su madre le pidió que cuidara a su hermano menor, pues este no se podía quedar solo en casa. Genaro, como la mayoría de las personas, cree que hay una conexión entre ambos acontecimientos.  
Con respecto a estos hechos sucesivos que le ocurren a Genaro, Hume afirmaría que
- A) las personas logran asociar eventos para demostrar sus conexiones.
  - B) los conocimientos adquiridos por nuestro raciocinio son confiables.
  - C) las conexiones sucesivas son datos proporcionados por la experiencia.
  - D) las personas no pueden decir que un acontecimiento causó al otro.
  - E) las conexiones de acontecimientos no son influidas por las creencias.

**Solución:**

Hume dice que, aunque percibimos que un elemento suceda al otro, no percibimos ninguna condición necesaria y suficiente entre dos eventos. Por eso, la idea de causalidad no existe.

**Rpta.: D**

6. Un psicólogo examina de manera analítica y minuciosa las condiciones dentro de las cuales es posible el conocimiento. Señala que, si bien el conocimiento empieza con las percepciones, no todo procede de ella. Por ende, necesitamos de categorías del entendimiento para organizar la realidad y así poder construir el conocimiento.  
En base a lo dicho anteriormente, se puede colegir que el psicólogo
- A) realiza una síntesis entre el racionalismo y el empirismo.
  - B) cuestiona algunos postulados de los filósofos empiristas.
  - C) desmerece los aportes del empirismo y del racionalismo.
  - D) niega todas las ideas innatas del racionalismo cartesiano.
  - E) valora las impresiones e ideas desarrolladas por Hume.

**Solución:**

Kant sostiene que el conocimiento empieza con la experiencia, aunque no todo procede de ella, ya que necesitamos del entendimiento para ordenar los datos sensibles. Por ende, su filosofía representa una síntesis entre el racionalismo y el empirismo.

**Rpta.: A**

7. En una clase de Matemáticas, el profesor afirma que, si las nociones de esta ciencia fueran innatas, los niños sabrían antes de ir a la escuela que la suma interna de los ángulos de un triángulo es 180 grados. Luego dice que, los estudios científicos han establecido que en la mente de los niños no hay ninguna verdad matemática y que estos son aprendidos recién en los colegios.

En base a lo afirmado por el profesor, se puede deducir que

- A) las investigaciones confirman el respaldo a los racionalistas.
- B) la matemática es el modelo de ciencias para el empirismo.
- C) los estudios científicos apoyan la tesis de los empiristas.
- D) las nociones matemáticas son decisivas en el aprendizaje.
- E) los estudios demuestran un escepticismo en la matemática.

**Solución:**

El hecho de que estudios actuales muestran que los niños no conocen las verdades matemáticas antes de ir a la escuela representa una crítica al innatismo cartesiano y un sustento a favor de la tesis de John Locke.

**Rpta.: C**

8. Pablo les dice a sus alumnos: «Nosotros conocemos el mundo a través de nuestras propias estructuras mentales con lo cual configuramos los datos que nos llegan del mundo exterior. No somos solo receptores sino también constructores de las imágenes que aparecen en nuestra mente provenientes del exterior».

Lo expresado por Pablo guarda similitud con la propuesta Kantiana sobre

- A) la validez de los juicios sintéticos *a priori*.
- B) el giro copernicano en el conocimiento.
- C) el criterio de certidumbre en la ciencia.
- D) el rol esencial de la antropología filosófica.
- E) el conocimiento del fenómeno y *noúmeno*.

**Solución:**

Kant afirma que el hombre desempeña un papel activo en la relación de conocimiento sujeto-objeto, es decir, él pone las condiciones de posibilidad del conocimiento.

**Rpta.: B**

# Física

## EJERCICIOS DE CLASE

1. Un móvil se desplaza sobre el eje x según la ecuación  $x = 4 - 16t^2$  ( $t \geq 0$ ), donde x se mide en metros y t en segundos. Determine la velocidad media del móvil desde el instante  $t = 0$  que su rapidez hasta el instante en que pasa por el origen de coordenadas.

A) - 2 m/s  
D) - 8 m/s

B) - 4 m/s  
E) - 10 m/s

C) - 6 m/s

### Solución:

Piden  $\vec{v}_m$

De la ecuación x-t:

$$x = 4 - 16t^2$$

La velocidad:

$$v = -32t$$

La rapidez mínima:

$$v = 0 \rightarrow t_1 = 0 \rightarrow x_1 = 4 \text{ m}$$

Cuando pase por el origen:

$$x = 0 = 4 - 16t^2 \rightarrow t_2 = 0.5 \text{ s} \rightarrow x_2 = 0$$

La velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 4}{0.5 - 0}$$

$$\therefore \vec{v}_m = -8 \text{ m/s}$$

**Rpta.: D**

2. La figura muestra la gráfica de la velocidad (v) en función del tiempo (t) de un móvil. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I) De 0 a 4 s el movimiento es uniformemente desacelerado.  
II) De 4 s a 6 s el movimiento es uniformemente desacelerado.  
III) De 8 s a 10 s el movimiento es uniformemente desacelerado.

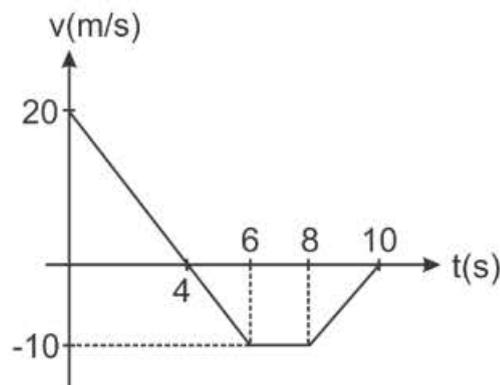
A) VFV

B) VFF

C) FFV

D) VVF

E) FFF



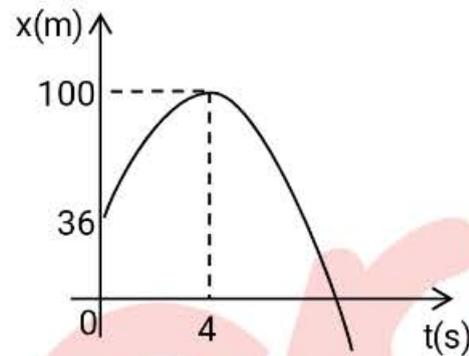
**Solución:**

- I.  $v > 0$  y  $a < 0$  (V)  
 II.  $v < 0$  y  $a < 0$  (F)  
 III.  $v < 0$  y  $a > 0$  (V)

**Rpta.: A**

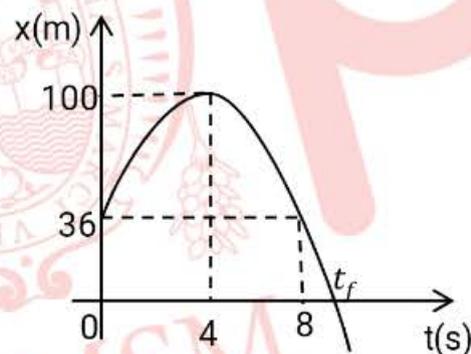
3. Una partícula se desplaza en la dirección del eje  $x$  según la gráfica posición ( $x$ ) – tiempo ( $t$ ). Determine el instante de tiempo en el que pasa por el origen de coordenadas.

- A) 6 s  
 B) 9 s  
 C) 10 s  
 D) 12 s  
 E) 15 s



▪ **Solución:**

Piden  $t_f$



- De  $t = 4$  s a  $t = 8$  s:

$$d = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$64 = 0(4) + \frac{1}{2} a (4)^2 \dots \text{(I)}$$

- De  $t = 4$  s a  $t_f$ :

$$d = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$100 = 0(4) + \frac{1}{2} a (t_f - 4)^2 \dots \text{(II)}$$

(I) / (II):

$$\frac{64}{100} = \left( \frac{4}{t_f - 4} \right)^2$$

$$\frac{16}{25} = \left( \frac{4}{t_f - 4} \right)^2$$

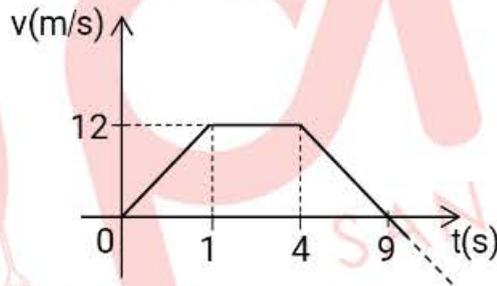
$$\frac{4}{5} = \frac{4}{t_f - 4}$$

$$\therefore t_f = 9 \text{ s}$$

Rpta.: B

4. Un automóvil se desplaza rectilíneamente en la dirección del eje x según la gráfica velocidad (v) – tiempo (t) que se muestra en la figura. Halle el instante en el que el móvil vuelve a pasar por la posición inicial. ( $\sqrt{60} \approx 7,7$ )

- A) 16,7 s
- B) 15,5 s
- C) 21,7 s
- D) 27,0 s
- E) 30,0 s



**Solución:**

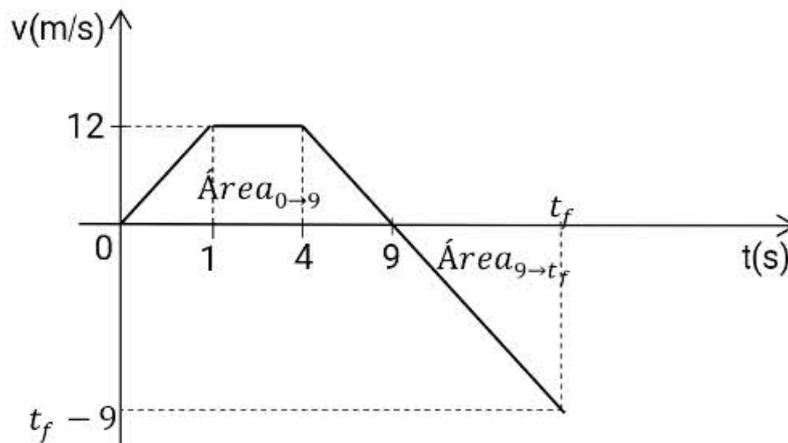
Piden  $t_f$

Para que vuelva a pasar por su posición inicial, el desplazamiento total debe ser nulo:

$$\vec{d}_{t_i \rightarrow t_f} = \vec{0}$$

$$\vec{d}_{0 \rightarrow t_f} = \vec{d}_{0 \rightarrow 9} + \vec{d}_{9 \rightarrow t_f}$$

De la gráfica v–t:



Tenemos:

$$\text{Área}_{0 \rightarrow 9} = \text{Área}_{9 \rightarrow t_f}$$

$$\left(\frac{9+3}{2}\right)12 = \frac{1}{2}(t_f - 9)(t_f - 9)$$

$$12^2 = (t_f - 9)^2$$

$$\therefore t_f = 16,7 \text{ s}$$

**Rpta.: A**

5. Una partícula se mueve rectilíneamente en la dirección del eje x de acuerdo con la ecuación posición en función del tiempo,  $x = -2 + 4t - 3t^2$ , donde x se mide en metros y t en segundos. Determine la posición y la velocidad de la partícula en el instante  $t = 1 \text{ s}$ .

A)  $-1 \text{ m}; -2 \text{ m/s}$

B)  $+2 \text{ m}; -2 \text{ m/s}$

C)  $+3 \text{ m}; -3 \text{ m/s}$

D)  $+2 \text{ m}; -1 \text{ m/s}$

E)  $+2 \text{ m}; +2 \text{ m/s}$

**Solución:**

Comparando con

$$x = x_0 + v_0 t + at^2/2$$

se deduce

$$x_0 = -2 \text{ m} \quad v_0 = 4 \text{ m/s} \quad a = -6 \text{ m/s}^2$$

finalmente

$$x(t=1) = -1$$

además

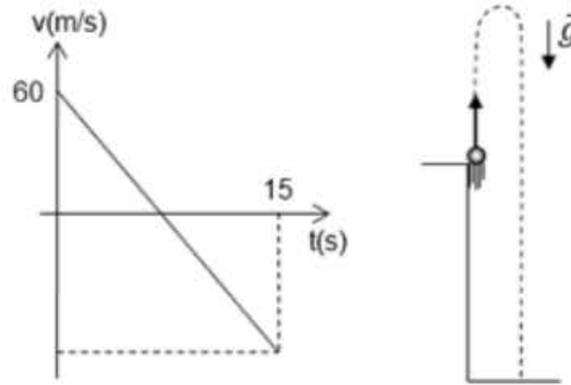
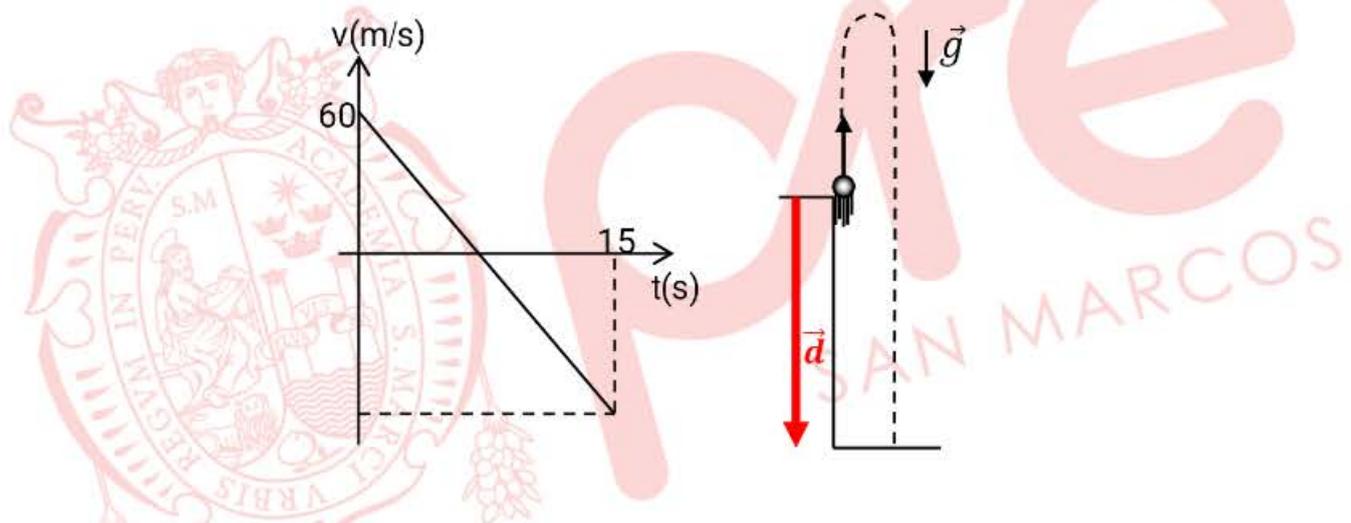
$$v = v_0 + at$$

$$v(t=1 \text{ s}) = -2 \text{ m/s}$$

**Rpta.: A**

6. La figura muestra la gráfica velocidad ( $v$ ) en función del tiempo ( $t$ ) de una esfera lanzada desde la azotea de un edificio. Determine la altura del edificio. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 80 m  
B) 100 m  
C) 120 m  
D) 180 m  
E) 225 m

**Solución:**Piden  $h$ 

- De  $t = 0$  a  $t = 18 \text{ s}$

$$\vec{d} = \vec{v}_i \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a} (\Delta t)^2$$

$$-h\hat{j} = (60\hat{j})(15) + \frac{1}{2} (-10\hat{j})(15)^2$$

$$-h\hat{j} = -225\hat{j} \text{ m}$$

En módulo:

$$\therefore h = 225 \text{ m}$$

**Rpta.: E**

7. Se deja caer un cuerpo desde lo alto de un acantilado, y recorre 200 m durante los dos últimos segundos de su caída. Determine la altura de caída. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- A) 605 m      B) 450 m      C) 500 m      D) 550 m      E) 405 m

**Solución:**

Si  $t$  es el tiempo total de caída:  $h = \frac{g}{2}t^2 \rightarrow h = 5t^2$

Para dos segundos antes, tendremos:  $h_1 = \frac{g}{2}t_1^2 \rightarrow h = 5(t-2)^2$

Distancia recorrida en los dos últimos segundos:  $d = h - h_1$

Reemplazando las dos ecuaciones anteriores:  $d = 5t^2 - 5(t-2)^2$

Reemplazando dato:  $200 = 5t^2 - 5(t-2)^2 \rightarrow t = 11 \text{ s}$

Altura de caída:  $h = 5 \times (11)^2 \rightarrow 605 \text{ m}$

**Rpta.: A**

8. Un proyectil es lanzado verticalmente hacia abajo desde una gran altura. Si luego de 4 s su rapidez se ha triplicado, determine la magnitud de su velocidad luego de 5 s de su lanzamiento.

A) 70 m/s    B) 60 m/s    C) 80 m/s    D) 50 m/s    E) 90 m/s

**Solución:**

Como

$$V_f = V_0 + at$$

$$3v = v + 10t$$

Y se deduce

$$V = 20 \text{ m/s}$$

y para  $t = 5 \text{ s}$

$$V = 20 + 10 \cdot 5 = 70 \text{ m/s}$$

**Rpta.: A****EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Dos móviles se desplazan en la dirección del eje  $x$ . Si las ecuaciones posición – tiempo son  $x_A = 4t + 2t^2$  y  $x_B = -12 + 5t + 3t^2$  donde  $x$  se mide en metros y  $t$  en segundos, determine la velocidad del móvil A en el punto de encuentro de los móviles.

A) 16 m/s    B) 10 m/s    C) 20 m/s    D) 12 m/s    E) 6 m/s

**Solución:**

En el instante que se encuentran:

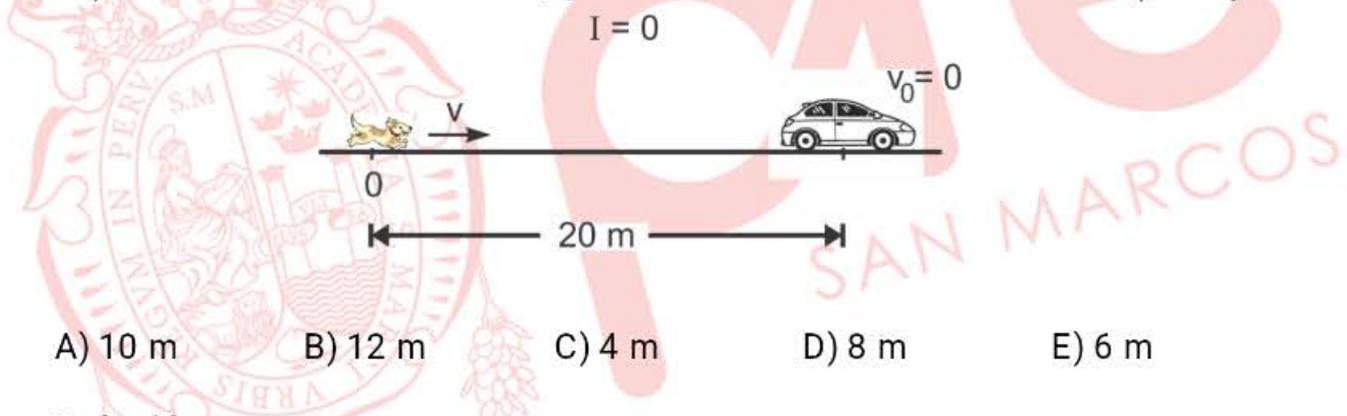
$$\begin{aligned} X_A &= X_B \\ 4t + 2t^2 &= -12 + 5t + 3t^2 \\ 0 &= t^2 + t - 12 \\ \Rightarrow t &= 3s \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} V_A &= V_{0A} + a_A t \\ V_A &= 4 + 4(3) \\ V_A &= 16 \text{ m/s} \end{aligned}$$

**Rpta.: A**

2. La figura muestra un perro persiguiendo a un auto con rapidez constante  $v = 4 \text{ m/s}$ . Si el auto partió del reposo con aceleración constante de magnitud  $a = 1 \text{ m/s}^2$  cuando el perro estaba a 20 m del auto, ¿cuál es la mínima distancia entre el perro y el auto?



- A) 10 m      B) 12 m      C) 4 m      D) 8 m      E) 6 m

**Solución:**

Si la distancia disminuye

$$v_p > v_{\text{auto}}$$

la distancia es mínima si:  $v_p = v_{\text{auto}}$

para un móvil con MRUV

$$v = a t$$

$$4 = 1 t \Rightarrow t = 4 \text{ s.}$$

y para  $t = 4 \text{ s}$

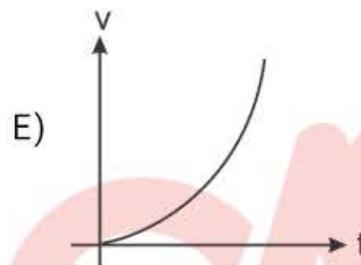
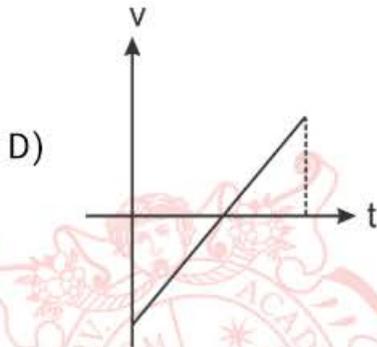
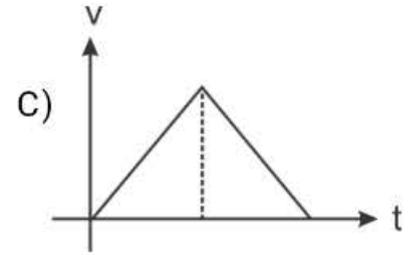
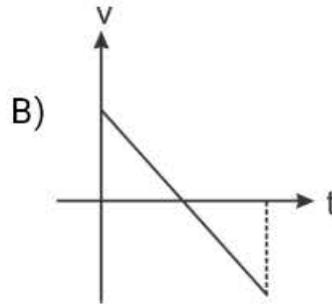
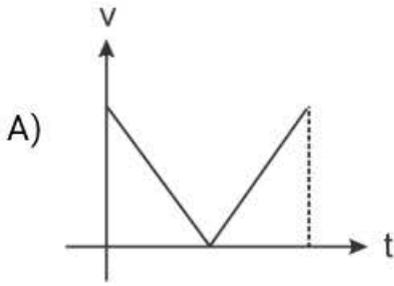
$$x_p = 4 \times 4 = 16$$

$$x_{\text{auto}} = 20 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 28$$

$$\therefore d_{\text{min}} = 28 - 16 = 12 \text{ m}$$

**Rpta.: B**

3. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una rapidez  $v_0$ , tal como se muestra en la figura. Indique la gráfica que corresponde a la velocidad en función del tiempo hasta que el cuerpo retorne a su punto de partida.



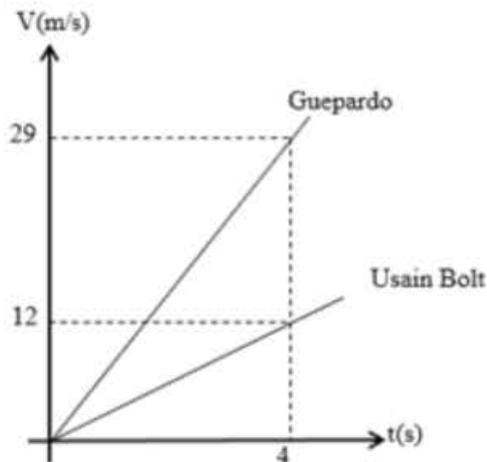
**Solución:**

El cuerpo tiene MRUV donde  $a < 0$ :cte y  $v_0 > 0$

Rpta.: B

4. La gráfica muestra la comparación de las velocidades alcanzadas en un tiempo de 4 s, por Usain Bolt, quien ostenta el récord mundial de velocidad con 12 m/s y el guepardo que alcanza los 29 m/s., ¿qué distancia separa al guepardo y al campeón mundial luego de 4 s?

- A) 44 m
- B) 28 m
- C) 32 m
- D) 34 m
- E) 24 m



**Solución:**

Con la ayuda de la gráfica: la aceleración está dada:

$$a_{\text{guepardo}} = 29/4 = 7,25 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{Usain}} = 12/4 = 3 \text{ m/s}^2$$

$$d_{\text{guepardo}} = (1/2) at^2 = (1/2) (7,25) (4)^2 = 58 \text{ m}$$

$$d_{\text{Usain}} = (1/2) at^2 = (1/2)(3)(4)^2 = 24 \text{ m}$$

La distancia de separación:  $d_{\text{guepardo}} - d_{\text{Usain}} = 34 \text{ m}$

**Rpta.: A**

5. Dos esferas son lanzadas verticalmente en forma simultánea desde las posiciones y con las rapidezces que se indican en la figura. Determine a qué altura con respecto al suelo impactan.

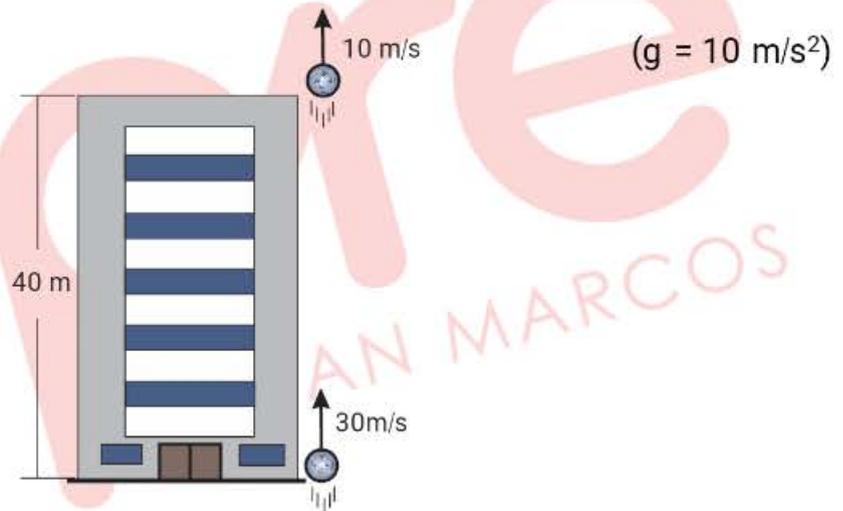
A) 40 m

B) 30 m

C) 20 m

D) 50 m

E) 60 m

**Solución:**

Para los móviles

$$* y_A = y_B \Rightarrow 40 + 10t - 5t^2 = 0 + 30t - 5t^2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$* y = 40 + 10(2) - 5(2)^2 = 40 \text{ m}$$

**Rpta.: A**

6. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba en la dirección del eje +y, siendo su ecuación posición - tiempo  $y = -25 + 30t - 5t^2$ , donde y se mide en metros y t en segundos. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. Su velocidad es nula en el instante  $t = 3 \text{ s}$ .

II. En el instante  $t = 4 \text{ s}$ , la velocidad del cuerpo es  $-10 \text{ m/s}$ .

III. En el instante  $t = 2 \text{ s}$ , la posición del cuerpo es  $y = 0 \text{ m}$ .

A) VVF

B) FFV

C) F V V

D) VVV

E) FFF

**Solución:**

I. (V)  $\vec{v}_0 = 30\text{m/s}$  en 3s su  $v=0$

II. (V)  $\vec{v}_0 = 30\text{m/s}$  en 4s su  $v=-10$

III. (F)  $y=15$

Rpta.: A

7. Dos automóviles A y B se desplazan sobre una pista recta en la dirección del eje x, según las gráficas velocidad (v) – tiempo (t) que se muestra en la figura. Determine el instante en que los automóviles tienen la misma rapidez.

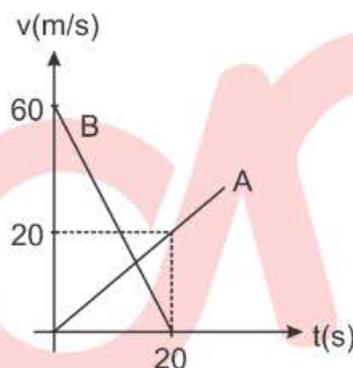
A) 10 s

B) 15 s

C) 12 s

D) 14 s

E) 16 s

**Solución:**

De las gráficas:

$$a_A = +1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_A = t$$

$$a_B = -3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_B = 60 - 3t$$

Si:  $v_A = v_B$

$$t = 60 - 3t$$

$$4t = 60 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

Rpta.: B

# Química

SEMANA N° 3: ÁTOMO, ESTRUCTURA ATÓMICA. NÚMEROS CUÁNTICOS. CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA.

## EJERCICIOS DE CLASE

1. El término *átomo* significa etimológicamente *sin división*, sin embargo, diversos experimentos han demostrado que el átomo tiene una estructura interna en la cual presenta diversas partículas subatómicas. Con respecto al átomo y las partículas fundamentales que lo constituyen, seleccione la alternativa con el enunciado correcto.
- A) Contiene un núcleo atómico, el cual tiene una baja densidad.  
 B) La nube electrónica define el tamaño y la masa del átomo.  
 C) La carga positiva del núcleo atómico se debe a los protones y neutrones.  
 D) Los neutrones son las partículas subatómicas de menor masa del átomo.  
 E) La nube electrónica presenta carga eléctrica negativa debido a los electrones.

### Solución:

- A) **INCORRECTO.** El átomo contiene un núcleo atómico, el cual tiene una alta densidad. La masa de los protones y neutrones es significativa para la masa del átomo.
- B) **INCORRECTO.** La nube electrónica define el tamaño o volumen del átomo, la masa atómica la define el núcleo atómico.
- C) **INCORRECTO.** La carga positiva que presenta el núcleo atómico se debe a la presencia de protones, cuya carga es positiva. Los neutrones no presentan carga eléctrica.
- D) **INCORRECTO.** Los neutrones son las partículas de mayor masa con respecto al electrón, y su masa es ligeramente mayor que la del protón

PARTÍCULA	SÍMBOLO	MASA(g)	CARGA ( C )
Electrón	${}^0_{-1}\text{e}$	$9,109 \times 10^{-28}$	$-1,602 \times 10^{-19}$
Protón	${}^1_{+1}\text{P}$	$1,672 \times 10^{-24}$	$+1,602 \times 10^{-19}$
Neutrón	${}^1_0\text{n}$	$1,674 \times 10^{-24}$	0

- E) **CORRECTO.** La nube electrónica contiene electrones, debido a ello presenta una carga eléctrica negativa.

Rpta.: E

2. Las hemocianinas son proteínas presentes en la sangre de los moluscos, arácnidos y algunos crustáceos, y es la encargada del transporte del oxígeno. A diferencia de la hemoglobina que es roja, la hemocianina es de color azul verdosa debido a la presencia de iones  ${}_{29}\text{Cu}^{1+}$ . Con respecto a dicho ion, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- Si su número de masa es 63, en su núcleo contiene 34 neutrones.
  - Presenta 29 protones en su núcleo y 30 electrones en su corteza electrónica.
  - Si pierde un electrón, se convierte en el ion  ${}_{29}\text{Cu}^{2+}$ .

A) VVF      B) VFF      C) VVV      D) VFV      E) FVF

**Solución:**

I. **VERDADERO.** Si el número de masa:  $A = Z + \#n^0$

$${}_{29}^{63}\text{Cu}^{1+} : \#n^0 = A - Z = 63 - 29 = 34n^0$$

II. **FALSO.** El número de protones del  ${}_{29}\text{Cu}$  o del  ${}_{29}\text{Cu}^{1+}$ , es 29 (Z), así el átomo sea neutro o tenga carga. El ión  ${}_{29}\text{Cu}^{1+}$  es un catión, porque perdió un electrón, como átomo neutro tenía 29 electrones, pero al perder un electrón y al transformarse en un catión monovalente, tiene entonces:  $\#e^- = 29 - 1 = 28 e^-$

III. **VERDADERO.** Si el ion  ${}_{29}\text{Cu}^{1+}$  pierde un electrón se convierte en el ion  ${}_{29}\text{Cu}^{2+}$ , debido a que tendría 29 protones y 27 electrones.

**Rpta.: D**

3. El cromo (Z=24), es un elemento que tiene diversas aplicaciones, por ejemplo, en la elaboración de aleaciones como el acero inoxidable, usado en la fabricación de materiales quirúrgicos, entre otros. Este elemento presenta cuatro isótopos estables:

ISÓTOPO	ABUNDANCIA NATURAL	MASA ISOTÓPICA (u)
${}^{50}\text{Cr}$	4,35 %	49,94
${}^{52}\text{Cr}$	83,79 %	51,94
${}^{53}\text{Cr}$	9,50 %	52,94
${}^{54}\text{Cr}$	2,36 %	53,94

Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- El isótopo más pesado presenta cuatro neutrones más que el isótopo más liviano.
- El isótopo más abundante tiene 24 protones, 24 electrones y 29 neutrones.
- La masa atómica promedio del elemento es 51,99 u.

A) VVV      B) VFV      C) FVF      D) FVV      E) VFF

**Solución:**

$$A = Z + \# n^0 \rightarrow \# n^0 = A - Z$$

**I. VERDADERO:**

En el isótopo más pesado  ${}^{54}_{24}\text{Cr}$ , la cantidad de neutrones es:  $\#n^0 = 54 - 24 = 30$ .

En el isótopo más liviano  ${}^{50}_{24}\text{Cr}$ , la cantidad de neutrones es:  $\#n^0 = 50 - 24 = 26$ .

Por ello el isótopo Cr-54 tiene 4 neutrones más que el isótopo Cr-50

**II. FALSO.** El isótopo más abundante es:  ${}^{52}_{24}\text{Cr}$  (83,79 %), presenta 24 p<sup>+</sup>, 24 e<sup>-</sup>, y su cantidad de neutrones es:  $\#n^0 = 52 - 24 = 28$ .**III. VERDADERO.** La masa atómica promedio es 51,99 u.

$$\text{Masa atómica} = \frac{49,94\text{u}(4,35) + 51,94\text{u}(83,79) + 52,94\text{u}(9,50) + 53,94\text{u}(2,36)}{100} = 51,99\text{u}$$

**Rpta.: B****4.** Los números cuánticos son parámetros que están asociados con la ubicación probable de los electrones en la nube electrónica, y se obtuvieron como consecuencia de las soluciones de ecuaciones complejas que emplean la física cuántica. Respecto a los números cuánticos, seleccione la alternativa con el enunciado correcto.

- A) El valor de «n» indica el subnivel de energía del electrón
- B) El valor de «l» indica el tamaño del orbital.
- C) Los valores de «ml» indican las formas de los orbitales.
- D) El valor de «ms» indica el giro del electrón alrededor del núcleo.
- E) La combinación (3, 2, +1, +1/2) es permitida para un electrón.

**Solución:**

- A) **INCORRECTO:** El valor de «n» indica el nivel de energía del electrón y puede tomar valores enteros:  $n = 1, 2, 3, \dots$
- B) **INCORRECTO:** El valor de «l» (subnivel), indica la forma geométrica de los orbitales.
- C) **INCORRECTO:** Los valores de «ml» indican las orientaciones de los orbitales.
- D) **INCORRECTO:** El valor de «ms» indica el giro del electrón respecto a su eje de rotación.
- E) **CORRECTO:** La combinación (3, 2, +1, +1/2) es permitida para un electrón, porque:

Si  $n = 3$ , entonces  $l = 0, 1, 2$

Si  $l = 2$ , entonces  $ml = -2, -1, 0, +1, +2$

$m_s = +1/2 ; -1/2$

**Rpta.: E**

5. La distribución de los electrones en los niveles y subniveles se basa en el principio de Aufbau o principio de construcción, el cual establece que los electrones se ordenan según su energía creciente. Para los siguientes subniveles: 2s, 6s, 5s, 3d, 6p, 4p, luego de ordenarlos según su energía creciente, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.
- Los subniveles 5s, 3d y 4p tienen igual valor numérico de  $n + \ell$
  - El orden de energías es:  $2s < 5s < 4p < 3d < 6s < 6p$
  - El subnivel de mayor energía tiene  $n = 6$  y  $\ell = 0$
- A) VFF      B) VVF      C) FVF      D) VVV      E) FVV

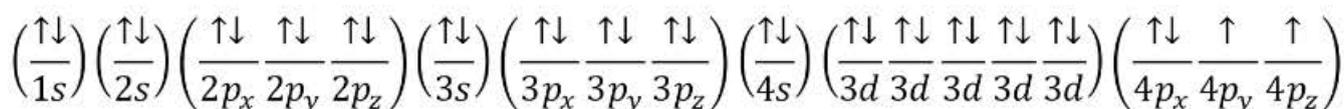
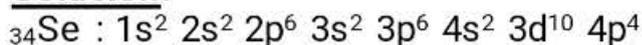
**Solución:**

Subnivel	Valor de «n»	Valor de «ℓ»	Suma de $n + \ell = E_r$
2s	2	0	2
6s	6	0	6
5s	5	0	5
3d	3	2	5
6p	6	1	7
4p	4	1	5

- VERDADERO.** Los subniveles 5s, 3d y 4p tienen igual valor de  $n + \ell = 5$
- FALSO.** El orden de energías es:  $2s < 3d < 4p < 5s < 6s < 6p$
- FALSO.** El subnivel de mayor energía es 6p, es un subnivel con  $n = 6$  y  $\ell = 1$

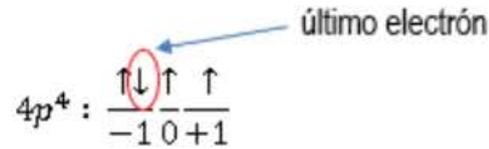
Rpta.: A

6. El selenio ( $Z=34$ ) es un nutriente importante para el funcionamiento del sistema inmunitario, sistema nervioso, músculos y glándula tiroides. Los principales alimentos que contienen selenio son las nueces de Brasil, la carne de cerdo, semillas de girasol, entre otros. Con respecto al elemento, seleccione la alternativa con el enunciado correcto.
- Posee cuatro niveles de energía llenos.
  - Tiene solo doce electrones con  $\ell = 1$ .
  - Presenta ocho subniveles de energía llenos.
  - Posee 17 orbitales llenos y ningún electrón desapareado.
  - Los números cuánticos para su último electrón son  $(4, 1, -1, -1/2)$ .

**Solución:**

- INCORRECTO.** Solo posee tres niveles de energía llenos.
- INCORRECTO.** Tiene 16 electrones en los subniveles p, es decir con  $\ell = 1$ .
- INCORRECTO.** Solo presenta siete subniveles de energía llenos.

- D) **INCORRECTO**. Posee 16 orbitales llenos y dos electrones desapareados.  
 E) **CORRECTO**. Los números cuánticos para su último electrón son (4, 1, -1, -1/2).



Para el último electrón:  $n=4$ ,  $\ell=1$ ,  $m_\ell = -1$ ,  $m_s = -1/2$ .

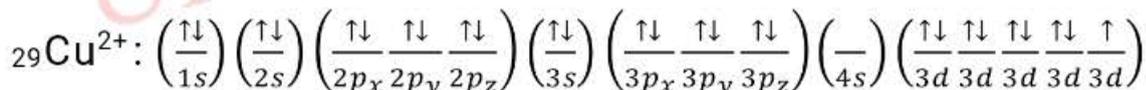
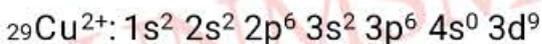
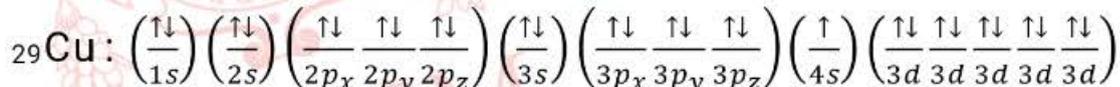
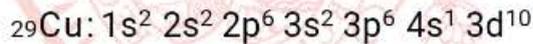
**Rpta.: E**

7. El ion cobre (II),  ${}_{29}\text{Cu}^{2+}$ , es importante para muchas funciones en el cuerpo, tales como la pigmentación de la piel, la obtención de huesos fuertes, entre otros. En el cuerpo humano la ceruloplasmina es la proteína producida en el hígado encargada de almacenar y transportar el ion cobre (II), hacia el torrente sanguíneo. Con respecto a este ion y a su átomo neutro, seleccione la alternativa correcta.

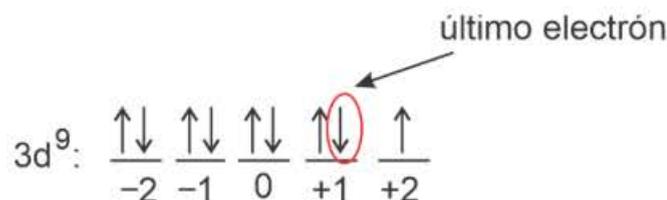
- A) El ion presenta siete electrones en su último subnivel.  
 B) El átomo neutro presenta dos electrones en su último nivel.  
 C) El ion tiene doce orbitales llenos y tres electrones desapareados.  
 D) El átomo neutro contiene ocho electrones con  $\ell = 0$   
 E) Los números cuánticos para el último electrón del ion son (3, 2, +1, -1/2)

**Solución:**

La distribución electrónica del cobre es:



- A) **INCORRECTO**. El ion presenta nueve electrones en su último subnivel.  
 B) **INCORRECTO**. El átomo neutro presenta un electrón en su último nivel.  
 C) **INCORRECTO**. El ion tiene trece orbitales llenos y un electrón desapareado.  
 D) **INCORRECTO**. El átomo neutro contiene siete electrones en el subnivel s, es decir siete electrones con  $\ell = 0$ .  
 E) **CORRECTO**. El último electrón del ion se encuentra en:



Los números cuánticos para el último electrón del ion son (3, 2, +1, -1/2)

Rpta.: E

8. Los metales y sus óxidos tienen diversas aplicaciones, por ejemplo, el níquel (Z=28) se utiliza en aleaciones empleadas en la industria automotriz en la fabricación de motores, engranajes, pistones, entre otros accesorios. En tanto, el óxido de zinc constituido por iones  ${}_{30}\text{Zn}^{2+}$  y ion óxido,  ${}_{8}\text{O}^{2-}$ , se emplea en la elaboración de cosméticos debido a sus efectos en la piel, la protege de los rayos UV, la cicatriza, la desinflama, entre otros. Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El níquel y el ion zinc tienen distribuidos sus electrones en cuatro niveles de energía.
- II. Los números cuánticos del penúltimo electrón del ion óxido son (2, 1, 0, -1/2)
- III. El ion zinc es isoelectrónico con el níquel, ya que ambos tienen 28 electrones.

A) VFV

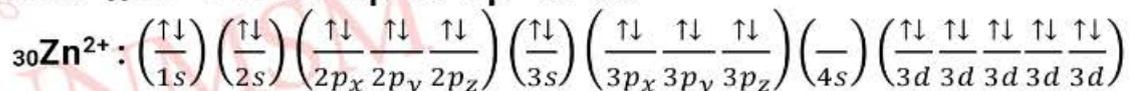
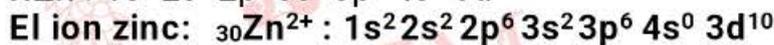
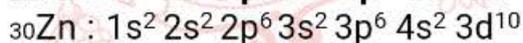
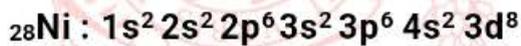
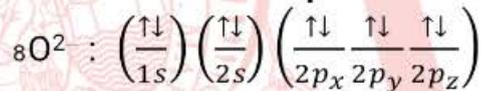
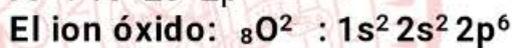
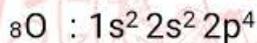
B) FVF

C) FFV

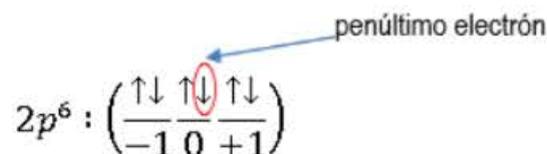
D) VVF

E) VVV

**Solución:**



- I. **FALSO.** El níquel ( ${}_{28}\text{Ni}$ ) presenta cuatro niveles de energía, pero el ion zinc ( ${}_{30}\text{Zn}^{2+}$ ) tiene distribuido sus electrones en tres niveles de energía.
- II. **VERDADERO.** El penúltimo electrón del ion óxido ( ${}_{8}\text{O}^{2-}$ ), se ubica en:



Los números cuánticos del penúltimo electrón del ion óxido ( ${}_{8}\text{O}^{2-}$ ) son (2, 1, 0, -1/2).

- III. **FALSO.** El ion zinc ( ${}_{30}\text{Zn}^{2+}$ ) y el níquel ( ${}_{28}\text{Ni}$ ) tienen igual número de electrones (28 electrones) pero no son isoelectrónicos porque ambos tienen diferente configuración electrónica.

Rpta.: B

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El plomo ( $Z = 82$ ) es un metal con diversas aplicaciones, por ejemplo, se utiliza en la fabricación de baterías, municiones y revestimiento de cables, sin embargo, la intoxicación con este metal pesado produce serios riesgos para la salud, tales como debilidad muscular, anemia, daños en el cerebro, entre otros. Dicho metal presenta cuatro isótopos estables, los cuales se muestran junto con sus abundancias y sus masas isotópicas respectivas en la siguiente tabla:

ISÓTOPO	ABUNDANCIA NATURAL	MASA ISOTÓPICA (u)
${}^{204}\text{Pb}$	1,4 %	204
${}^{206}\text{Pb}$	24,1 %	206
${}^{207}\text{Pb}$	22,1 %	207
${}^{208}\text{Pb}$	52,4 %	208

Al respecto, seleccione la alternativa INCORRECTA.

- A) Los cuatro isótopos tienen 82 protones y 82 electrones.  
 B) El isótopo más liviano presenta 122 neutrones.  
 C) El isótopo más abundante tiene 208 nucleones fundamentales.  
 D) El catión divalente de los cuatro isótopos presenta 80 electrones.  
 E) **La masa atómica promedio del plomo es 208,25 u.**

#### Solución:

- A) **CORRECTO.** Para los cuatro isótopos, su  $Z = 82$ , por ello todos tienen 82 protones y 82 electrones.
- B) **CORRECTO.** En el isótopo más liviano  ${}^{204}_{82}\text{Pb}$ , la cantidad de neutrones es:  
 $\#n^0 = 204 - 82 = 122$ .
- C) **CORRECTO.** El isótopo más abundante es:  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ , presenta 82  $p^+$  y su cantidad de neutrones es:  $\#n^0 = 208 - 82 = 126$ , luego su cantidad de nucleones fundamentales es:  $\#\text{nucleones} = 82 + 126 = 208$ .
- D) **CORRECTO.** El catión divalente de los cuatro isótopos es:  ${}_{82}\text{Pb}^{2+}$ , y su cantidad de electrones es:  $\#e^- = 82 - 2 = 80$ .

E) **INCORRECTO.** La masa atómica promedio es 207,2 u.

$$\text{Masa atómica} = \frac{204 \text{ u}(1,4) + 24,1 \text{ u}(206) + 22,1 \text{ u}(207) + 208 \text{ u}(52,4)}{100} = 207,2 \text{ u}$$

**Rpta.: E**

2. El anión sulfuro es un ion divalente que presenta 18 electrones, y se forma en las aguas termales debido a la descomposición de la materia orgánica. Dicho anión forma minerales de importancia comercial, tales como la galena, blenda, calcopirita, entre otros. Si uno de los iones sulfuro presenta 32 nucleones fundamentales, seleccione la alternativa que contiene la representación del ion.

- A)  ${}_{14}^{32}\text{S}^{2-}$       B)  ${}_{17}^{32}\text{S}^{1+}$       C)  ${}_{16}^{32}\text{S}^{2-}$       D)  ${}_{16}^{32}\text{S}^{2+}$       E)  ${}_{17}^{34}\text{S}^{1-}$

**Solución:**

Cuando un átomo neutro gana electrones adquiere carga negativa y se transforma en un anión, si gana dos electrones ( ${}_{Z}^{A}\text{X}^{2-}$ ), el número de electrones que posee será el que tenía como átomo neutro (equivalente a Z) + N° de e<sup>-</sup> ganados (carga= q)

Para un anión divalente: #e<sup>-</sup> = Z + q → 18 = Z + 2 → Z = 16

Como presenta 32 nucleones fundamentales → A = 32 y Z = 16

entonces  ${}_{Z}^{A}\text{E}^q < > {}_{16}^{32}\text{S}^{2-}$

**Rpta.: C**

3. Los números cuánticos son parámetros obtenidos como consecuencia de las restricciones a la solución de la ecuación de Schrödinger y Paul Dirac. Dichos parámetros tienen información asociada con los electrones y los orbitales de un átomo. A continuación, se muestran conjuntos de números cuánticos para tres electrones:

- a) (2, 1, 0, -1/2)      b) (3, 2, 0, +1, -1/2)      c) (3, 0, 0, +1/2)

Al respecto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El electrón en (a) pertenece a un subnivel 2p.  
 II. El electrón en (b) tiene la mayor energía relativa.  
 III. El electrón en (c) se ubica en el 3p<sup>1</sup>.

- A) FVF      B) VVV      C) VVF      D) VFF      E) VVF

**Solución:**

a) (2, 1, 0, -1/2) → n = 2, ℓ = 1 → 2p

b) (3, 2, 0, +1, -1/2) → n = 3, ℓ = 2 → 3d

c) (3, 0, 0, +1/2) → n = 3 , ℓ = 0 → 3s

Subnivel	Valor de «n»	Valor de «ℓ»	Suma de n + ℓ = E <sub>r</sub>
a) 2p	2	1	3
b) 3d	3	2	5
c) 3s	3	0	3

- I. **VERDADERO.** El electrón en (a) pertenece a un subnivel 2p.
- II. **VERDADERO.** El orden de energías es: 2p < 3s < 3d, el electrón en (b) tiene la mayor energía relativa.
- III. **FALSO.** El electrón en (c) se representa en el 3s<sup>1</sup>

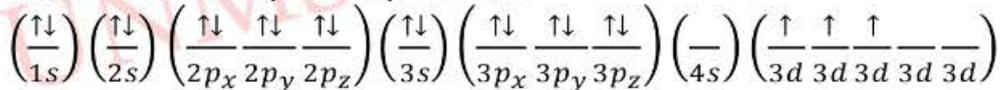
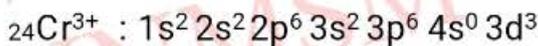
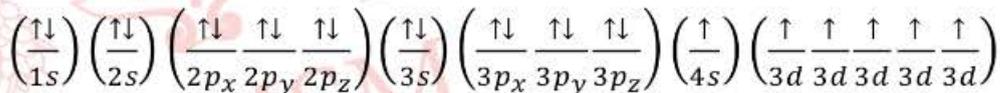
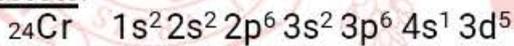
Rpta.: E

4. El curtido consiste en transformar el colágeno de la piel del cerdo en cuero, para ello se emplean sales que contienen al ion cromo trivalente,  ${}_{24}\text{Cr}^{3+}$ . Después de la curtiembre, el cromo que no es absorbido por el cuero es reciclado debido a sus potenciales riesgos si se vierte al ambiente. Con respecto al ion y su átomo neutro, seleccione las proposiciones INCORRECTAS.

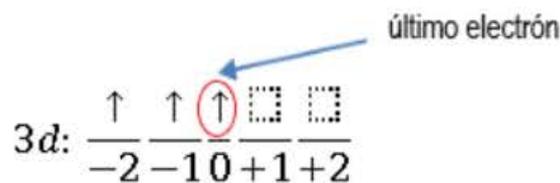
- I. El átomo neutro tiene dos electrones en el último nivel de energía.
- II. El ion presenta nueve orbitales llenos y seis electrones desapareados.
- III. Los números cuánticos para el último electrón del ion son (3, 2, 0, +1/2).

A) Solo I      B) II y III      C) Solo III      D) I y II      E) Solo II

**Solución:**



- I. **INCORRECTO.** El átomo neutro tiene un electrón en el último nivel de energía.
- II. **INCORRECTO.** El ion presenta nueve orbitales llenos y tres electrones desapareados.
- III. **CORRECTO.** El último electrón del ion se encuentra en:



Los números cuánticos para el último electrón del ion son (3, 2, 0, +1/2).

Rpta.: D

5. El ion potasio,  ${}_{19}\text{K}^+$ , es el principal catión del líquido intracelular asociado con el metabolismo de carbohidratos y en la síntesis de proteínas. Una de las causas de su deficiencia son los problemas renales debido a su eliminación excesiva a través de la orina, lo cual a su vez causa también deficiencia de iones cloruro,  ${}_{17}\text{Cl}^-$ , por lo cual una forma de compensar el déficit de dichos iones es consumiendo medicamentos que contengan cloruro de potasio. Con respecto a los iones mencionados, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:
- El catión presenta cuatro niveles de energía y 9 orbitales llenos.
  - El penúltimo electrón del anión tiene los números cuánticos (3, 1, +1,  $-1/2$ )
  - Ambos iones son isoelectrónicos entre sí.

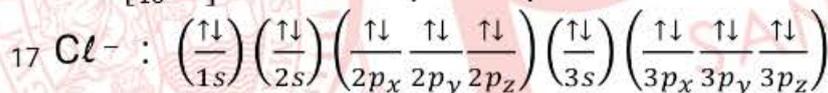
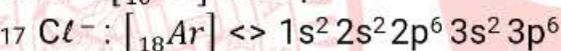
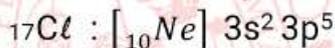
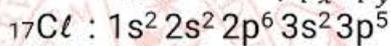
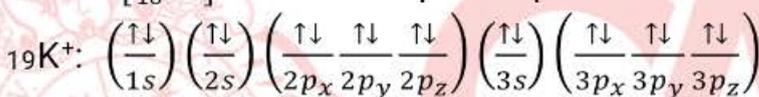
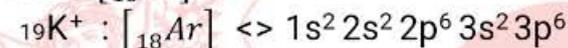
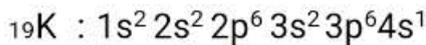
A) VVV

B) FFV

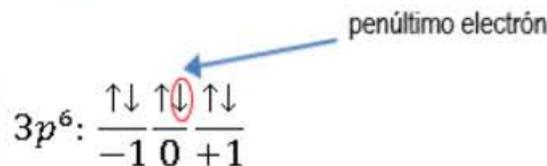
C) FVF

D) VVF

E) VFV

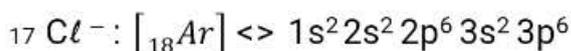
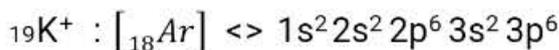
**Solución:**

- FALSO.** El catión presenta tres niveles de energía y 9 orbitales llenos.
- FALSO.** El penúltimo electrón del anión se encuentra en:



Los números cuánticos para el penúltimo electrón del anión son (3, 1, 0,  $-1/2$ ).

- VERDADERO.** Ambos iones son isoelectrónicos entre sí porque presentan cada uno 18 electrones y además de ello presentan la misma configuración electrónica.



Rpta.: B

6. La vitamina B12 tiene un papel muy importante en la formación de glóbulos rojos, la función nerviosa y contribuye a la formación del ADN, sus fuentes más importantes son las carnes de aves, de vaca y pescado, y su deficiencia puede causar anemia, fatiga y debilidad muscular. Una molécula de vitamina B12 contiene a un catión trivalente cuyos números cuánticos de su último electrón son  $(3, 2, -2, -1/2)$ . Respecto a dicho ion y su átomo neutro, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El ion presenta cuatro electrones desapareados.
- II. El átomo neutro tiene doce orbitales llenos y tres semillenos.
- III. El ion tiene dos electrones en su nivel de mayor energía.

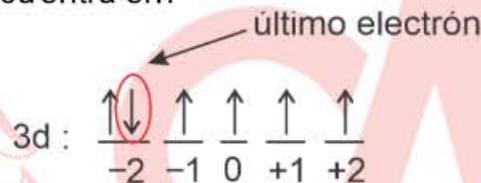
A) FFV      B) FVF      C) VVF      D) VFF      E) VFV

**Solución:**

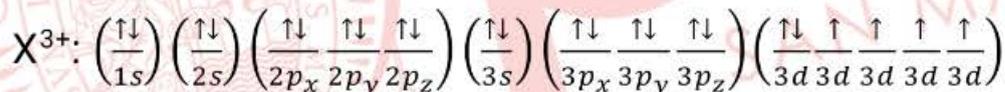
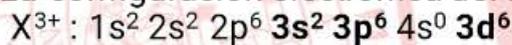
Los números cuánticos del último electrón son:  $(3, 2, -2, -1/2)$ .

Entonces para el último electrón:  $n=3, l=2, m_l = -2, m_s = -1/2$ .

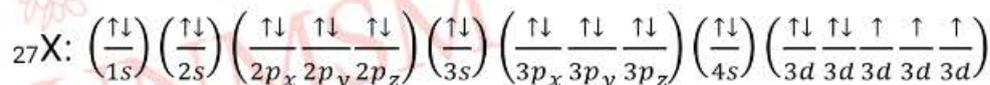
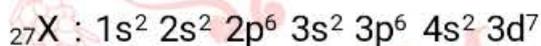
El último electrón se encuentra en:



La configuración electrónica del catión trivalente:



La configuración electrónica del átomo neutro es:



- I. **VERDADERO.** El ion presenta cuatro electrones desapareados.
- II. **VERDADERO.** El átomo neutro ( ${}_{27}X$ ) tiene doce orbitales llenos y tres semillenos.
- III. **FALSO.** El ion tiene catorce electrones en el tercer nivel, su mayor nivel de energía.

La vitamina B12 o cobalamina contiene al cobalto (Co) cuyo  $Z = 27$

**Rpta.: C**

# Biología

## EJERCICIOS DE CLASE

1. La célula está delimitada por una membrana, posee receptores en su superficie; además, tiene varias organelas en su interior, como el núcleo, las mitocondrias, el retículo endoplasmático y el aparato de Golgi. Estas organelas permiten

- A) aminorar el tamaño de la célula
- B) generar abundante energía química.
- C) especializar funciones en la célula.
- D) diferenciar a los vegetales y animales.
- E) que la célula se reproduzca sexualmente.

**Solución:**

El núcleo, las mitocondrias, el retículo endoplasmático y el aparato de Golgi son organelas que se presentan solamente en los eucariotas, y son el resultado de un largo proceso evolutivo que ha permitido **la especialización de funciones** vitales para la célula.

**Rpta.: C**

2. Componente de la membrana que posee una región polar y otra región apolar; asimismo, puede contener grupos químicos distintos (inclusive un aminoácido) distribuidos heterogéneamente en ambos lados de la membrana. Aunque recibe varias denominaciones según los grupos funcionales que contenga, comúnmente este componente es conocido como

- A) colesterol.
- B) cera.
- C) esfingosina.
- D) cerebrocido.
- E) fosfolípido.

**Solución:**

Los **fosfolípidos** son los componentes más conocidos de las células. Poseen diferentes grupos químicos como la colina, lecitina e inclusive pueden contener a la serina, un aminoácido. Existe una distribución heterogénea de los fosfolípidos en la membrana asimismo tienen denominaciones distintas de acuerdo con los grupos que posean, pero se dividen en dos grandes grupos: los fosfoglicéridos y las esfingomielinas.

**Rpta.: E**

3. Con respecto a la membrana celular en los eucariotas, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados:

- En la membrana de plantas existe ergosterol.
- Permite mantener gradientes de solutos y iones.
- Participa en la comunicación celular y transporte.

- A) FVV
- B) FFF
- C) VVF
- D) FFV
- E) FVF

**Solución:**

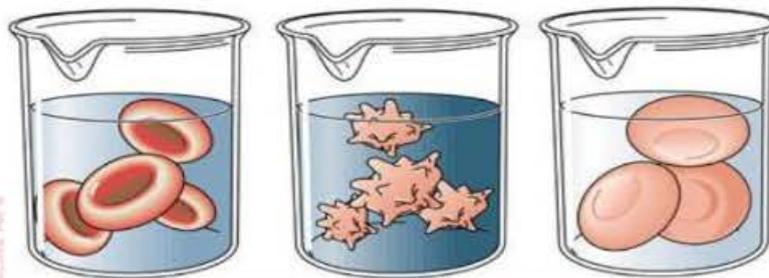
**FALSO.** el ergosterol es un componente de la membrana en hongos no de plantas

**VERDADERO.** la membrana permite mantener las gradientes de solutos y iones gracias su permeabilidad selectiva.

**VERDADERO.** la membrana, a través de sus receptores, canales y bombas, permite la comunicación celular y el transporte.

**Rpta: A**

4. En la siguiente imagen, se muestra tres vasos de laboratorio con glóbulos rojos sumergidos en soluciones a distintas concentraciones de sal. De acuerdo con el efecto, identifique el tipo de solución del vaso en posición central y la denominación del efecto producido.



- A) Hipotónico – turgencia  
 C) Hipertónico – crenación  
 E) Hipotónico – crenación

- B) Hipertónico – plasmólisis  
 D) Isotónico – plasmólisis

**Solución:**

En un medio **hipertónico** las moléculas de agua difunden desde el intracelular (que posee menor concentración de sal) hacia el exterior (donde hay mayor concentración de sal) provocando que el glóbulo rojo se deforme, efecto conocido como **crenación**.

**Rpta.: A**

5. Es una organela con doble membrana, protagonista de una de las teorías de la endosimbiosis, relacionada con células fotosintéticas, y en donde ocurren procesos endergónicos o anabólicos.

- A) Lisosoma  
 D) Centriolo

- B) Golgisoma  
 E) Cloroplasto

- C) Mitocondria

**Solución:**

El **cloroplasto** es la organela vegetal cuyo origen es explicado por la endosimbiosis, y al ser productora de moléculas orgánicas genera enlaces y absorbe energía generando procesos anabólicos o endergónicos.

**Rpta.: E**

6. Correlacione ambas columnas, tomando en cuenta la función o proceso que realizan las siguientes organelas y marque la respuesta correcta.

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| I. Respiración  | a. Ribosoma    |
| II. Autofagia   | b. Golgisoma   |
| III. Traducción | c. Lisosoma    |
| IV. Secreción   | d. Mitocondria |

- A) Id, IIc, IIIa, IVb  
D) Ib, IId, IIIa, IVc

- B) Ia, IIb, IIIc, IVd  
E) Ic, IIa, IIIb, IVd

- C) Id, IIc, IIIb, Iva

**Solución:**

La respiración celular es un proceso que se lleva a cabo en las mitocondrias (**Id**). La autofagia es llevada a cabo por el lisosoma (**IIc**). La traducción es un evento genético molecular que se realiza en los ribosomas (**IIIa**). La secreción, que es el evento por el cual se exporta productos celulares, requiere de la participación del Aparato de Golgi (denominado como también como Golgisoma) (**IVb**).

**Rpta: A**

7. La característica principal de una célula eucariota es la presencia del núcleo que contiene la cromatina en la cual se llevan los eventos de

- A) traducción y reparación.  
B) replicación y traducción.  
C) transcripción y traducción.  
D) duplicación y transcripción.  
E) recombinación y traducción.

**Solución:**

En el núcleo celular se realizan los procesos de **replicación**/duplicación (síntesis del ADN) y la **transcripción** (síntesis de ARN).

**Rpta: C**

8. Con un microscopio, un alumno observó, en el interior de una célula eucariota, una estructura formada por una serie de canales, sacos aplanados y cisternas distribuidas en el citoplasma. Alrededor de los sacos observó numerosos ribosomas que le dan una apariencia rugosa. ¿Qué estructura está observando el alumno?

- A) Mitocondria  
B) Retículo endoplásmico rugoso  
C) Dictiosoma  
D) Lisosomas  
E) Retículo endoplásmico liso

**Solución:**

El **retículo endoplasmático rugoso** es una estructura celular que está formada por una serie de canales, sacos aplanados y cisternas distribuidas en el citoplasma y que presenta numerosos ribosomas que le dan una apariencia rugosa. Al tener ribosomas su función principal es sintetizar proteínas.

**Rpta: B**

9. El transporte celular es pasivo cuando no se requiere energía, mientras que el transporte es activo, cuando requiere de ATP. Al respecto, relacione los siguientes procesos con su denominación y marque la alternativa correspondiente.

- |   |                      |
|---|----------------------|
| I. Paso del agua por una membrana.      | a. Fagocitosis       |
| II. Ingestión de partículas extrañas.   | b. Excreción         |
| III. Ingreso de K con gasto de energía. | c. Ósmosis           |
| IV. Liberación de sustancias de desecho | d. Transporte activo |

A) Ia, IIb, IIIId, IVc

B) Ic, IIa, IIIId, IVb

C) Ib, IIc, IIIId, IVa

D) Ic, IIa, IIIb, IVd

E) Id, IIc, IIIb, IVa

**Solución:**

El paso del agua por una membrana se denomina osmosis (**Ic**)

La ingestión de partículas extrañas se da por la fagocitosis (**IIa**)

El ingreso del K, con gasto de energía, es por transporte activo (**IIIId**)

La liberación de sustancias de desecho es denominada excreción (**IVb**)

**Rpta.: B**

10. Observe el siguiente esquema e identifique el proceso. Luego, marque la alternativa que contenga el lugar donde se lleva a cabo.

AUGAUCUCGUAU



Met - Ile - Ser

A) Carioplasma

B) Cromosomas

C) Ribosomas

D) Nucléolo

E) Citoesqueleto

**Solución:**

La traducción es el segundo proceso de la síntesis proteica y se lleva a cabo en el citoplasma, específicamente en los **ribosomas**.

**Rpta: C**

11. Marque la alternativa que mencione una característica exclusiva del ARN que no comparta con el ADN.

A) Dos cadenas de sentido antiparalelas

B) Anticodones del ARN mensajero

C) Una pentosa denominada ribosa

D) Genes, desoxirribosa y anticodones

E) Timina y dos puentes de hidrógenos



15. Entre los componentes del citoesqueleto, se hallan muchas proteínas, como las que se mencionan a continuación. Indique aquella proteína que pertenece al grupo de los filamentos intermedios.

A) Vimentina  
D) Tubulina

B) Actina  
E) Fibrina

C) Ceramida

**Solución:**

La **vimentina** es una proteína fibrosa que forma parte de los filamentos intermedios del citoesqueleto; se puede hallar en tejido conectivo, en células embrionarias, en células endoteliales y en células sanguíneas.

**Rpta.: A**

