



**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**  
*Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA*  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**

**SEMANA N.º 2**

# ***Habilidad Verbal***

## **SECCIÓN A**

### **EVALUACIÓN DE LA COMPRENSIÓN LECTORA: TIPOS DE ÍTEMS**

Dado que la lectura es una herramienta esencial del aprendizaje significativo, es fundamental garantizar el avance en la comprensión lectora. En virtud de esta consideración, la didáctica de la lectura debe anclarse en las formas idóneas que logren una adecuada evaluación de la comprensión de textos. Los principales tipos de ítems en comprensión lectora son los siguientes:

#### **I. JERARQUÍA TEXTUAL I**

##### **TEMA CENTRAL E IDEA PRINCIPAL**

###### **1. PREGUNTA POR EL TEMA CENTRAL**

El tema central es la frase nominal medular o la palabra clave del texto. Un tema central se formula de la siguiente forma: «Los obstáculos de la ciencia».

###### **2. PREGUNTA POR LA IDEA PRINCIPAL**

La idea principal es el enunciado que tiene más jerarquía cognitiva en el texto. Está profundamente relacionada con el tema central. Por ejemplo, si el tema central es «Los obstáculos de la ciencia», la idea principal se enuncia así: «Los obstáculos de la ciencia son de índole económica e ideológica».

#### **ACTIVIDADES DE APLICACIÓN**

##### **TEXTO A**

Como muchas grandes culturas del pasado, la civilización sumeria encontró su hogar cerca de grandes cuerpos de agua. Aunque su lugar de origen es poco preciso, sabemos que se establecieron en Medio Oriente, entre el río Tigris y el río Éufrates. Los acadios nombraron a esta zona «Sumer», o «tierra de los reyes civilizados». Una de las más grandes ciudades sumerias fue Uruk, hoy localizada en Warka, Irak. Uruk creció rápidamente y pasó a la historia no solo por su famoso gobernante Gilgamesh, sino por ser la «primera ciudad del mundo». De acuerdo con los registros arqueológicos, fue aquí donde se desarrolló la escritura y las grandes construcciones de piedra como los zigurats.

Un zigurat es un templo religioso de gran altura que, de acuerdo con las creencias sumerias, permitía a los humanos entrar en comunicación con los dioses. Los zigurats tenían una base rectangular o cuadrada y contaban con varios niveles, a diferencia de otras grandes construcciones antiguas como las pirámides egipcias. Eran de tal importancia que hay muchos expertos que consideran que la torre de Babel representa al zigurat de la ciudad sumeria de Babilonia.

Leija, L. (2022). Así fue la civilización sumeria, una de las más antiguas de la historia. *National Geographic en Español*. Recuperado de <https://p.dw.com/p/49uZV> (Texto editado).

**TEMA**

**CENTRAL:**

**Solución:**

La civilización sumeria y su principal metrópolis.

**IDEA PRINCIPAL:**

**Solución:**

La civilización sumeria tuvo como principal metrópolis a Uruk, ciudad de gran actividad cultural, pionera de la escritura y grandes construcciones.

### TEXTO B

A diferencia de otros primates, los seres humanos contamos con un promedio de 100 mil millones de neuronas en el cerebro. Esta cifra marca una distancia cognitiva e intelectual con otras especies de homínidos, y lo ha hecho así por milenios. Desde que nos diferenciamos de los neandertales, la proliferación de células cerebrales nos ha permitido una adaptación exitosa al entorno. Parece ser, de acuerdo con un equipo de investigadores del Instituto Max Planck de Biología Molecular Celular y Genética, que este cambio se dio gracias a un único aminoácido. La proteína TKTL1 nos dio una ventaja decisiva con respecto a otros homínidos, explica su estudio. Esta molécula que nos permitió generar muchas más neuronas de las que tenían los neandertales. Los investigadores están convencidos de que el cerebro humano actual no dista mucho de cómo se veía el de los neandertales en el pasado. El tamaño, detallan para *Science*, es prácticamente el mismo. La diferencia real radica en la cantidad de neuronas que cada especie pudo desarrollar.

Fisher, A. (2022). Los humanos actuales generamos más neuronas que los neandertales, confirma estudio. *National Geographic en Español*. Recuperado de <https://www.ngenespanol.com/historia/los-humanos-actuales-producimos-mas-neuronas-que-los-neandertales/> (Texto editado).

**TEMA**

**CENTRAL:**

**Solución:**

La distancia cognitiva e intelectual del hombre con las especies homínidas

**IDEA PRINCIPAL:****Solución:**

De acuerdo con una investigación, la distancia cognitiva e intelectual que separa al hombre de otras especies homínidas se debe a la proteína TKTL1 y que marcó una ventaja evolutiva.

**II. ELIJA LA ALTERNATIVA CORRECTA DE LOS TEXTOS PRESENTADOS A CONTINUACIÓN.****TEXTO A**

Si existe un estudio fascinante en la etnología o antropología cultural, lo es, sin duda, el de las culturas americanas anteriores al descubrimiento. El etnólogo se siente atraído por el misterio de ese mundo inmenso que es el doble continente americano, con sus casi 15 000 km de norte a sur, rodeado hoy de agua que lo aísla del resto de las tierras emergidas y que por caminos peculiares se pobló y creó innumerables formas propias de cultura antes de ser dominado por el impulso incontenible de los europeos.

¿Cómo se poblaría ese inmenso continente? ¿Qué cronología hay que dar a las sucesivas fases de poblamiento y de desarrollo cultural? Estas y mil preguntas más pasan por nuestras mentes y justifican una abundantísima bibliografía, desbocada con frecuencia y tan solo frenada y encauzada en los últimos tiempos en que ya la acumulación de datos seguros permite elaborar síntesis satisfactorias. Así, diversos investigadores tratan de dar una visión lo más amplia posible sobre el desarrollo de las múltiples culturas indígenas de América desde los tiempos que se suponen más remotos hasta la llegada de los españoles, proceso que, en el estado actual de nuestro conocimiento, supone unos 28 000 años, o sea unas 940 generaciones.

Salvat (2005). *Historia Universal Tomo XIV*. Salvat.

1. De manera medular, el texto se enfoca en

- A) la cronología de las diversas culturas que poblaron el continente.
- B) el principal campo de investigación de sociólogos y antropólogos.
- C) la serie de procesos que confluyeron en las actuales sociedades.
- D) el interés por el estudio de las culturas americanas precolombinas.
- E) las particularidades de las culturas previas a la invasión española.

**Solución:**

El texto resalta lo fascinante que resulta para diversos investigadores estudiar las culturas americanas anteriores al descubrimiento de los españoles.

**Rpta.: D**

2. ¿Cuál es la idea principal del texto?

- A) Resulta fascinante para muchos investigadores realizar pesquisas sobre las culturas americanas antes de la llegada de los españoles.
- B) Las sociedades vigentes se remontan a 28 000 años en el pasado; por ello, es crucial investigar los eventos ocurridos hace generaciones.
- C) Etnólogos, sociólogos y antropólogos consideran fundamental el estudio de las civilizaciones precolombinas por ser fascinantes.
- D) Las culturas americanas poseen características distintivas, ya que se desarrollaron en continuas fases de poblamiento y desarrollo.
- E) Existen diversas teorías sobre cómo se pudo poblar el continente americano antes de su descubrimiento por parte de los europeos.

**Solución:**

El texto enfatiza la idea sobre cómo los investigadores demuestran un gran interés por estudiar las culturas americanas previas al descubrimiento.

**Rpta.: A**

**TEXTO B**

Si sumamos las extinciones en masa en Australia y América, y añadimos las extinciones a menor escala que tuvieron lugar mientras el *Homo sapiens* se extendía por Afroasia y las extinciones que se produjeron cuando los antiguos cazadores-recolectores colonizaron islas remotas como Cuba, la conclusión inevitable es que la primera oleada de colonización de los *sapiens* fue uno de los desastres ecológicos mayores y más céleres que acaeció en el reino animal. En la época de la revolución cognitiva vivían en el planeta unos 200 géneros de animales terrestres grandes que pesaban más de 50 kilogramos. En la época de la revolución agrícola solo quedaban alrededor de 100. El *Homo sapiens* llevó a la extinción a cerca de la mitad de las grandes bestias del planeta mucho antes de que los humanos inventaran la rueda, la escritura o las herramientas de hierro.

Esta tragedia ecológica se volvió a repetir en innumerables ocasiones y a una escala menor después de la revolución agrícola. El registro arqueológico de una isla tras otra cuenta la misma triste historia. La tragedia empieza con una escena que muestra una población rica y variada de animales grandes, sin traza alguna de humanos. En la escena segunda, aparecen los *sapiens*, de lo que dan prueba un hueso humano, una punta de lanza o quizá restos de cerámica. Sigue rápidamente la escena tercera, en la que hombres y mujeres ocupan el centro del escenario y la mayoría de los grandes animales, junto con muchos de los más pequeños, han desaparecido.

Haravi, Y. (2014). *De animales a dioses*. Penguin Random House Grupo Editorial. (Texto editado).

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El desastre ecológico que supuso la expansión del *Homo sapiens*
- B) Las imborrables huellas que dejó el *Homo sapiens* a nivel mundial
- C) El progreso de la agricultura como promotor de masivas extinciones
- D) Las sucesivas tragedias del ser humano a partir del sedentarismo
- E) El contraste entre la primera y segunda oleada de extinción animal

**Solución:**

El texto resalta la idea siguiente: la expansión del *Homo sapiens* trajo consigo un desastre ecológico que se ha ido repitiendo a menor escala.

**Rpta.: A**

2. La idea principal del texto es que

- A) la agricultura fue la desencadenante del desarrollo del *sapiens* y sus perjuicios.
- B) el *Homo sapiens* ha dejado una impronta indisoluble en todo nuestro planeta.
- C) la expansión del *Homo sapiens* ocasionó una tragedia ecológica a gran escala.
- D) el abandono del nomadismo por parte del *Homo sapiens* trajo terribles efectos.
- E) las sucesivas oleadas de colonización animal disminuyeron la diversidad global.

**Solución:**

El *Homo sapiens*, desde su primera oleada de colonización, parece haber generado una tragedia ecológica en cada lugar al que llegó.

**Rpta.: C****COMPRENSIÓN LECTORA****TEXTO 1**

Según la teoría del Big Bang, hace unos 13 800 millones de años, el universo, concentrado en un ínfimo y a su vez infinitamente pequeño punto que albergaba toda la materia, explotó para después enfriarse a medida que se expandía. Posteriormente, en el transcurso de esta expansión, se fueron desencadenando y encadenando a su vez, las reacciones que cocinaron las primeras estrellas, galaxias y todo aquello que hoy vemos en el Universo. No obstante, justo antes de que el Big Bang lanzara al Universo hacia su constante expansión, los físicos creen que existió otra fase aún más explosiva que precedió a ese universo primitivo que estaba a punto de florecer de manera abrupta. Los científicos se refieren a esta fase como la Inflación Cósmica y afirman que duró menos de una billonésima de segundo. Durante este período que duró el instante de un instante, la materia, una masa fría y homogénea, se infló rápida y exponencialmente antes de encender la chispa que desencadenaría los procesos por los cuales el Big Bang se encargó de expandir y diversificar —más lentamente— un universo recién nacido. Observaciones recientes han apoyado independientemente tanto las teorías del Big Bang como de la Inflación Cósmica. Sin embargo, los dos procesos se presentan tan radicalmente diferentes entre sí que para los científicos suponía un auténtico rompecabezas encontrar un nexo de unión entre ambos. Ahora los físicos del MIT, junto con los de otros centros de investigación, han simulado en detalle una fase intermedia del universo primitivo que pudo haber constituido un estadio intermedio entre la Inflación Cósmica y el Big Bang. Esta, conocida como «Fase de Recalentamiento», hubo de acontecer a la postre de la Inflación Cósmica y se presume que involucró los procesos que llevaron la materia fría y uniforme de la Inflación a convertirse en caldo energético, caliente y complejo dio el pistoletazo de salida al Big Bang. «Este período de Recalentamiento posterior a la Inflación establece las condiciones para el Big Bang, y en cierto sentido pone el 'Bang' en el Big Bang», explica David Kaiser, profesor de física en el MIT. «Supone el momento en el cual todo el infierno se desata y la materia se comporta de cualquier forma menos de un modo simple», añade.

Rodríguez, H. (2022). *Poniendo el «Bang» al Big Bang*. National Geographic España. Recuperado de <[https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/poniendo-bang-big-bang\\_14885#:~:text=Inflaci%C3%B3n%20C%C3%B3smica&text=Seg%C3%BAn%20la%20teor%C3%AD%20del%20Big,a%20medida%20que%20se%20expand%C3%ADa](https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/poniendo-bang-big-bang_14885#:~:text=Inflaci%C3%B3n%20C%C3%B3smica&text=Seg%C3%BAn%20la%20teor%C3%AD%20del%20Big,a%20medida%20que%20se%20expand%C3%ADa)> (Texto editado).

1. Medularmente, el texto desarrolla el tema de

- A) la inflación cósmica que precedió al Big Bang.
- B) el periodo de recalentamiento tras el Big Bang.
- C) la expansión del universo luego del Big Bang.
- D) el periodo de inflación cósmica y el Big Bang.
- E) el corto periodo de tiempo de inflación cósmica.

**Solución:**

Los físicos creen que existió otra fase aún más explosiva que precedió al universo primitivo: el periodo de inflación cósmica.

**Rpta.: A**

2. En el texto, la expresión BANG connota

- A) expansión. B) preámbulo. C) abrasión. D) latencia. E) activación.

**Solución:**

En el texto se indica que el periodo de recalentamiento posterior a la Inflación establece las condiciones para el Big Bang, ya que pone el «Bang» en el Big Bang; es decir, ACTIVA o da inicio al Big Bang.

**Rpta.: E**

3. Es incompatible decir sobre la fase de inflación cósmica que

- A) La fase de calentamiento fue sin duda el prolegómeno.
- B) su duración fue superior a una millonésima de segundo.
- C) desarrolló las condiciones necesarias para el Big Bang.
- D) fue, en sí, un proceso radicalmente opuesto al Big Bang.
- E) tuvo como etapa intermedia a la fase de calentamiento.

**Solución:**

La fase de recalentamiento ocurrió a la postre de la inflación cósmica, esto es, posteriormente de esta fase no antes.

**Rpta.: A**

4. Podemos colegir de la formación del universo primitivo que

- A) surgió de la manera más abrupta y estrepitosa.
- B) fue el resultado de una implosión supermasiva.
- C) fue precedido por un proceso de tres estadios.
- D) fue enfriándose a medida que se expandió.
- E) estuvo contenido en un pequeño punto masivo.

**Solución:**

Se puede colegir que, previamente a la formación del universo, hubo un proceso de tres estadios: el primero fue la inflación Cósmica; el segundo, la fase de recalentamiento; y, posteriormente, el Big Bang.

**Rpta.: C**

5. Si la fase de recalentamiento previa al Big Bang no hubiese sido identificada por los científicos, posiblemente

- A) el proceso de expansión del universo sería hasta hoy un gran misterio.
- B) la teoría del Big Bang quedaría consolidada como modelo explicativo.
- C) la teoría de la Inflación Cósmica tendría que replantear sus principios.
- D) se carecería de un esquema coherente que explique la gran explosión.
- E) se habría carecido de las condiciones útiles para el origen del universo.

**Solución:**

Los científicos suponían un auténtico rompecabezas encontrar un nexo de unión entre la fase de Inflación Cósmica y el Big Bang, finalmente pudieron identificar una fase intermedia de «Recalentamiento»; si esta fase hubiera continuado sin identificar, se carecería de un esquema explicativo coherente que explique la ocurrencia del Big Bang.

**Rpta.: D****SECCIÓN B****TEXTO 1A**

Desde el punto de vista de la salud pública, resultan especialmente inquietantes aquellas formas de la pseudociencia cuyas bases conceptuales pretenden teorizar sobre los principios de la salud, algunas veces a partir de un voluntarismo místico cuyo arco narrativo carece de la menor sensatez. ¿Cómo pudo conocer Bach que una dilución conformada con cerato produciría al paciente seguridad en sí mismo? El inventor de la terapia floral afirmó que todo su sistema terapéutico había llegado a su conocimiento porque se lo había revelado Dios, y que debíamos aceptarlo sin más, porque el solo acto de valorarlo desde una perspectiva analítica suponía el pecado de renegar de tal revelación divina. Los peligros para la salud pública derivados de tales prédicas y de las prácticas terapéuticas basadas en ellas son ostensibles. Según esta doctrina, pongamos por caso, una infección sería la consecuencia de que la personalidad del enfermo es reacia a que su alma actúe. Consecuentemente, en lugar de tomar antibióticos, basta con apelar a un remedio homeopático basado en una flor debidamente escogida, con lo cual se conseguiría domesticar su alma para que entre en armonía con su espíritu. La conciliación del alma con el espíritu es algo que parece particularmente difícil debido a la imposibilidad de saber qué son esas dos entidades ni en qué se diferencian. Como profesionales dedicados a la salud pública rechazamos estos manifiestos típicos del curanderismo, que desprecian el pensamiento crítico y buscan **proscribir** el debate. «La fe mística» decía José Martí, no es un medio para llegar a la verdad, sino para oscurecerla y detenerla; no ayuda al hombre, sino que lo detiene; no le responde, sino que lo castiga; no le satisface, sino que lo irrita.

Rojas, F.; Silva, L; Sansó, F; Alonso, P. (2013). El debate sobre la Medicina Natural y Tradicional y sus implicaciones para la salud pública. *Revista Cubana de salud Pública*. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=21425613005> (Texto editado).

### TEXTO 1B

La medicina natural, también conocida como medicina alternativa, incorpora una serie de prácticas orientadas a mejorar y estimular la capacidad curativa del cuerpo humano; y, por otro lado, también se utiliza para tratar o prevenir algunas enfermedades. Según la Organización Mundial de la Salud, aproximadamente un 80% de la población mundial acude a la medicina natural para tratar su salud. Este tipo de medicina se puede combinar con la medicina **convencional**. En China, por ejemplo, la medicina tradicional es muy utilizada, y representa casi el 40 % de los servicios de salud. La medicina natural se rige por tres principios básicos.

1. La medicina alternativa no trata enfermedades sino personas. Cada paciente es tratado de forma individualizada y considerando las circunstancias de su vida; es decir, aborda el ámbito físico de cada persona e, incluso, el psicológico y el espiritual.
2. Uno de sus principales objetivos es potenciar la capacidad curativa del cuerpo humano. El médico naturista ayuda al paciente a lo largo del proceso curativo.
3. Se deben utilizar remedios naturales y técnicas poco o nada agresivas para el cuerpo humano. Se utilizan aquellos remedios que nos proporciona la naturaleza y se evitan los artificiales. Algunos de estos remedios son la hidroterapia, la oxigenoterapia, las plantas medicinales o fitoterapia, la helioterapia y las terapias manuales como el quiromasaje, la osteopatía o la fisioterapia, entre otros.

Como podemos ver, hay diversas formas mediante las cuales podemos hacer referencia a este tipo de terapias. El objetivo, a su vez, es estimular la capacidad curativa innata del cuerpo humano. La aromaterapia, las Flores de Bach, el Reiki, la medicina botánica y muchas otras terapias alternativas forman parte de esta categoría.

(S.A) (2014). La medicina natural y sus terapias más conocidas. *Veigler*. Recuperado de <https://veigler.com/medicina-natural/> (Texto editado).

1. Ambos textos tensionan medularmente sobre
  - A) el carácter divino de la medicina natural.
  - B) la medicina natural y su uso terapéutico.
  - C) el rechazo de la medicina complementaria.
  - D) la medicina tradicional y su uso alternativo.
  - E) el rechazo de la terapia de Flores de Bach.

#### **Solución:**

Ambos textos tensionan primordialmente sobre el uso terapéutico de la medicina natural, por un lado, para el autor de A, es una pseudociencia cuyos principios curativos están basados en la fe, mientras que, para B, este tipo de terapia conforma una serie de prácticas orientadas a la prevención y aumento de la capacidad curativa del cuerpo humano.

**Rpta: B**

2. En el texto A, el antónimo contextual del término PROSCRIBIR es \_\_\_\_\_ mientras que, en el texto B, el sinónimo contextual de CONVENCIONAL es\_\_\_\_\_.

A) posibilitar; oficial  
D) prohibir; común

B) agenciar; tradicional  
E) acatar; típico

C) validar; vulgar

**Solución:**

En el texto 1A, el término PROSCRIBIR tiene el sentido de impedir, por tal motivo el antónimo contextual es POSIBILITAR; por otro lado, en el texto 1B, el sinónimo contextual de CONVENCIONAL es OFICIAL en relación a la medicina tradicional.

**Rpta.: A**

3. Según el texto 1B, sobre los principios de la medicina natural, es incompatible afirmar que

- A) afectan a las personas desde múltiples dimensiones.
- B) descartan la aplicación de medicamentos tradicionales.
- C) los pacientes son atendidos de forma estandarizada.
- D) su praxis terapéutica es entendida como un proceso.
- E) están vinculados al empleo de métodos homeopáticos.

**Solución:**

Cada paciente es tratado de forma individualizada y considerando las circunstancias de su vida; de tal manera que es incompatible que sea de forma estándar.

**Rpta.: C**

4. De acuerdo con el texto 1A, se puede inferir que el sentido del tratamiento de flores de Bach

- A) se fundamenta en un tipo de revelación divina.
- B) apela al uso de medicamentos homeopáticos.
- C) está íntimamente ligado a creencias religiosas.
- D) prescinde del empleo de métodos tradicionales.
- E) concibe la naturaleza humana como trinitaria.

**Solución:**

El propósito del tratamiento floral consiste en restablecer la armonía del cuerpo por medio de la conciliación del alma con el espíritu, de manera que se concibe al ser humano como un ser trino.

**Rpta.: E**

5. Si por medio de la medicina natural no pudiera potenciarse la capacidad curativa del cuerpo humano, posiblemente

- A) sería un factor que aumente la tasa de mortalidad.
- B) no podría ser considerada una terapia alternativa.
- C) podría cumplir al menos el rol de terapia preventiva.
- D) no sería un tema crucial para la medicina tradicional.
- E) aumentaría la confianza en la medicina tradicional.

**Solución:**

El autor de B menciona que la medicina natural incorpora una serie de prácticas orientadas a mejorar y estimular la capacidad curativa del cuerpo humano, si no pudiera cubrir estas expectativas, podría utilizarse para tratar o prevenir algunas enfermedades.

**Rpta.: C****TEXTO 2**

El Acuerdo de Escazú es el primer tratado vinculante en la región latinoamericana que obliga a los Estados Parte a proteger y promover los derechos de acceso de las personas defensoras de los derechos humanos en asuntos ambientales. Tiene como antecedente el principio 10 de la Declaración de Río sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo de 1992, según el cual el derecho a ser escuchados, el derecho a saber y el derecho a acceder a la justicia son pilares fundamentales para abordar la toma de decisiones en materia ambiental.

El 22 de abril de 2021, en el marco de las celebraciones del Día Internacional de la Madre Tierra, el Acuerdo de Escazú entró en vigor. Hasta la fecha, 13 de los 33 países de la región lo han ratificado. Además de la **ratificación** por parte de los Estados faltantes, existen diversos retos a afrontar, entre los que se pueden enunciar: la creación de tribunales especializados en materia ambiental; el acceso a la información de forma accesible, clara, entendible y por medios culturalmente adecuados; el financiamiento; la atención de las desigualdades que impactan en mayor medida a poblaciones históricamente excluidas (por ejemplo: pueblos indígenas y mujeres); y la difusión del Acuerdo a fin de que cada vez más personas y organizaciones puedan emplearlo en la defensa de sus derechos. Entre las muchas cualidades del Acuerdo de Escazú, es de resaltar su enfoque preventivo sobre proyectos o actividades que puedan tener un impacto significativo en el ambiente y la salud de las personas; la vinculación expresa entre los instrumentos de derechos humanos y los de derecho ambiental; así como la atención que presta hacia personas y grupos en situación de vulnerabilidad. El Acuerdo de Escazú, además de ser un instrumento pionero, es un paso importante para la construcción y el fortalecimiento de la democracia ambiental, es decir, de una democracia donde las decisiones sobre la tierra y los territorios se alineen de manera adecuada y justa con los intereses y las necesidades de los ciudadanos.



Islas, M. (2022). *El Acuerdo de Escazú y los retos de la democracia ambiental*. Nexos. Recuperado de < <https://medioambiente.nexos.com.mx/el-acuerdo-de-escazu-y-los-retos-de-la-democracia-ambiental/> > (Texto editado).

1. Fundamentalmente, el texto expone
- A) los Estados firmantes del Acuerdo de Escazú.
  - B) los múltiples aspectos del Acuerdo de Escazú.
  - C) la declaratoria central del Acuerdo de Escazú.
  - D) el enfoque preventivo del Acuerdo de Escazú.
  - E) los objetivos mediatos del Acuerdo de Escazú.

**Solución:**

El autor señala los múltiples aspectos del Acuerdo de Escazú, el primer tratado vinculante en la región latinoamericana que obliga a los Estados a proteger y promover los derechos de acceso de las personas defensoras de los derechos humanos en asuntos ambientales, así como aspectos preventivos.

Rpta.: B

2. El antónimo contextual de RATIFICACIÓN es
- A) aprobación.
  - B) defección.
  - C) rectificación.
  - D) asunción.
  - E) escisión.

**Solución:**

RATIFICACIÓN alude a la palabra REVALIDACIÓN en torno a los acuerdos firmados, lo contrario sería RECTIFICACIÓN.

Rpta.: C

3. Es incompatible afirmar sobre la firma del Acuerdo de Escazú que
- A) ha sido revalidada por el 48 % de los Estados.
  - B) prevé robustecer las prácticas democráticas.
  - C) cuenta con precedentes en materia ambiental.
  - D) se enfoca en la comunidad y el medio ambiente.
  - E) brinda atención a las desigualdades sociales.

**Solución:**

La información señala que 13 de los 33 países de la región han ratificado dicho acuerdo, lo que representa aproximadamente el 42 % de los países involucrados.

Rpta.: A

4. De la imagen que acompaña a la lectura, se puede colegir que
- A) el hilo representa el orden institucional común al acuerdo.
  - B) las costuras representan el anhelo federativo bolivariano.
  - C) se espera involucrar a los Estados en políticas conjuntas.
  - D) la unión latinoamericana es un planteamiento implausible.
  - E) se prevé que el acuerdo incoará la unión macrorregional.

**Solución:**

El gráfico plantea el anhelo del Acuerdo, esto es, involucrar a los Estado de la región en el compromiso de políticas conjuntas para proteger y promover los derechos de acceso de las personas defensoras de los derechos humanos en asuntos ambientales.

**Rpta.: C**

5. Si el Tratado fuera ratificado por todos los países latinoamericanos,

- A) la convivencia entre las naciones sería una meta plausible.
- B) podría significar el surgimiento de naciones pluriculturales.
- C) quedaría superar escollos formales, económicos y sociales.
- D) podría alcanzarse el anhelo de una democracia ambiental.
- E) más personas y organizaciones validarían sus derechos.

**Solución:**

Existen diversos retos por afrontar, entre los que se pueden enunciar: la creación de tribunales especializados en materia ambiental; el acceso a la información de forma accesible, clara, entendible y por medios culturalmente adecuados; el financiamiento; la atención de las desigualdades, es decir, dificultades formales, comunicacionales, económicas y sociales.

**Rpta.: C****TEXTO 3**

Justo en el límite de América del Sur con la Antártida, el volcán submarino Orca permaneció **dormido** durante milenios. Repentinamente, en 2020, ocasionó un enjambre violento de sismos. Solo ese año se registraron 85 000. Incluso, a pesar de estar sumergido en las profundidades del océano, este evento alcanzó proporciones nunca antes observadas para esta región, según explican vulcanólogos del Centro Alemán de Investigación de Geociencias (GFZ). Por sus dimensiones, podría ocasionar erupciones violentas, nunca antes registradas en la zona. Por ello, el equipo teme que el volcán Orca pudiera hacer erupción en una escala catastrófica.

El problema radica en que, como el monte submarino había permanecido dormido, no se sabe con certeza la magnitud que podrían alcanzar sus explosiones. Estudiar este tipo de fenómenos es difícil, especialmente en regiones tan inaccesibles del planeta. Sin embargo, según el estudio publicado recientemente en Communications Earth and Environment, es posible analizarlos a detalle, incluso en áreas tan remotas y, por lo tanto, mal instrumentadas. A partir de la investigación, el enjambre sísmico violento fue resultado de una «rápida transferencia de magma desde el manto de la Tierra, cerca del límite entre la corteza y el manto, hasta casi la superficie que condujo al terremoto del enjambre, ya que si saliera sería un castigo violento para aquel territorio», señala Simeone Cesca, científica física de terremotos y volcanes de GFZ.

Para la investigación, los científicos a cargo de Cesca están reconstruyendo la historia natural del volcán en la Antártida. De esta forma, esperan seguir la cronología y el desarrollo de los disturbios y determinar su causa. Se están apoyando de tecnología satelital (con lo que no contaban en el pasado) de manera que puedan detectar con precisión los desplazamientos del suelo a medida de sus magnitudes. Hasta ahora, no se tiene información concluyente para afirmar que el volcán Orca hará erupción.

Fischer, A. (2022). Un volcán oculto debajo del mar en la Antártida provocó 85,000 sismos en el Polo Sur. *National Geographic en español*. <https://www.ngenespanol.com/ciencia/el-volcan-orca-de-la-antartida-genera-un-enjambre-sismico-violento/>. (Texto editado).

1. El tema central del texto es

- A) la inactividad del volcán submarino Orca que se revierte después de muchos siglos.
- B) los escollos evidenciados para determinar si un volcán puede generar una erupción.
- C) la reconstrucción histórica de un volcán en la Antártida por parte de un vulcanólogo.
- D) una investigación científica liderada por Simeone Cesca sobre un volcán submarino.
- E) la posibilidad de la erupción del volcán submarino Orca, según un estudio científico.

**Solución:**

El texto se centra en una investigación sobre la activación del volcán submarino Orca y la probabilidad que este podría erupcionar debido a los constantes sismos que se presentaron en ese lugar.

**Rpta.: E**

2. En el texto, la palabra DORMIDO se puede reemplazar por

- A) tranquilo.    B) inmóvil.    C) inactivo.    D) inalterable.    E) inconstante.

**Solución:**

De acuerdo con el texto, el término DORMIDO semánticamente expresa una falta de actividad. Es decir, no presenta ninguna evidencia de sismos o erupciones.

**Rpta.: C**

3. Con respecto a la reactivación del volcán Orca, es incompatible aseverar que

- A) generó más de 80 000 movimientos violentos alrededor de la zona.
- B) ha sido contemplada como una contingencia por la estudiosa Cesca.
- C) por su magnitud, podría haber erupciones que jamás se registraron.
- D) las magnitudes de sus explosiones serán completamente asoladoras.
- E) provocó una gran cantidad de sismos totalmente fuertes en el 2020.

**Solución:**

El texto afirma que el volcán Orca estuvo inactivo muchos siglos, por ello, es imposible saber las dimensiones que podría tener sus explosiones si llegara a erupcionar.

**Rpta.: D**

4. De acuerdo con el uso de tecnología satelital en las investigaciones, se puede colegir que

- A) los vulcanólogos lograrán determinar la fecha puntual de la erupción del volcán Orca.
- B) consiste en una serie de satélites que miden el cuerpo del magma volcánico mundial.
- C) permite a los vulcanólogos pasar de solo estimaciones a datos con mayor precisión.
- D) fue de vital jerarquía para predecir la actividad del volcán Orca en los últimos años.
- E) define a la vulcanología como una ciencia totalmente independiente de la geología.

**Solución:**

Con el uso de la tecnología satelital, los vulcanólogos tendrán datos más exactos que expresan magnitudes a través de números. De esta manera, dejarían de calcular el valor aproximado de las dimensiones de los sismos.

**Rpta.: C**

5. Si el magma sobrepasara la superficie del volcán Orca, entonces

- A) los sismos avivarían a volcanes contiguos que permanecen inertes.
- B) la erupción traería como consecuencia un cataclismo en esa región.
- C) los movimientos sísmicos ocasionarían desgracias en toda América.
- D) la inminente catástrofe sería exclusiva para la región de la Antártida.
- E) los científicos tendrían que dejar de investigar acerca de los volcanes.

**Solución:**

El texto asevera que el magma se transporta rápidamente por el manto y la corteza hasta casi llegar a la superficie del volcán Orca, razón por la cual hay sismos de magnitudes violentas. Por lo tanto, si el magma rebasara, ocurriría un gran desastre.

**Rpta.: B****SECCIÓN C****PASSAGE 1**

The Internet brings you data from around the world almost instantly. This information, coming from Geneva or Tokyo or Buenos Aires, arrives in the U.S. not from satellite but through cables that are at the bottom of the ocean. Upgrades in many of the components that constitute the vast undersea optical fiber network are prepared to facilitate even more speed and versatility.

The impression that satellites are modern and cables **old-fashioned** is wrong. Satellites are what you want to transmit TV shows to customers dispersed over a large area. But if you want to send a lot of information from one point to another — such as Internet information from Britain to North America — then optical fibers are more efficient by a wide margin.

A very modern undersea fiber pair can carry about a terabit (one trillion bits) per second of data, in the form of light pulses. The pulses travel thousands of miles underwater, getting refreshed every hundred miles or so by special amplifiers built into the cable system itself.

Schewe, P. (2010). The internet comes to you across the bottom of the ocean. *Phys.org*. <https://phys.org/news/2010-03-internet-bottom-ocean.html> (Edited text).

**TRADUCCIÓN**

Internet te trae datos de todo el mundo casi al instante. Esta información, que viene de Ginebra o Tokio o Buenos Aires, llega a los EE. UU. no por satélite sino a través de cables que están en el fondo del océano. Las actualizaciones en muchos de los componentes que constituyen la vasta red de fibra óptica submarina están preparadas para facilitar aún más la velocidad y la versatilidad.

La impresión de que los satélites son modernos y los cables anticuados es errónea. Los satélites son lo que quieres para transmitir programas de televisión a clientes dispersos en un área grande. Pero si quieres enviar mucha información de un punto a otro, como información de Internet desde Gran Bretaña a América del Norte, entonces las fibras ópticas son más eficientes por un amplio margen. Un par de fibras submarinas muy modernas puede transportar alrededor de un terabit (un billón de bits) por segundo de datos, en forma de pulsos de luz. Los pulsos viajan miles de millas bajo el agua y se actualizan cada cien millas más o menos mediante amplificadores especiales integrados en el propio sistema de cable.

1. What is the central topic of the passage?

- A) The categories of infrastructure that support Internet use today
- B) The two ways to send Internet data from many parts of the world
- C) The advantages of using satellites to spread information quickly
- D) The importance of cables to transmit information on the Internet
- E) The pioneers in the use of optical fibers to connect many states

**Solution:**

The passage shows that undersea cables are the most important objects that transmit information on the Internet from all around the world.

**Answer: D**

2. Based on the passage, what is the concept of OLD-FASHIONED?

- A) Original
- B) Barbarian
- C) Outdated
- D) Ignorant
- E) Untouched

**Solution:**

The word OLD-FASHIONED contrasts with that of MODERN. So, it means OUTDATED, OBSOLETE or ANTIQUATED.

**Answer: C**

3. About the optical fibers, we can infer that they

- A) have been made in parallel with the Internet itself.
- B) are usually inadequate when it comes to big data.
- C) may be perceived as less important than satellites.
- D) are only used when data is transferred to the U.S.
- E) send information almost as fast as that of satellites.

**Solution:**

Since cables are perceived as antiquated or not that important than satellites and cables are made of optical fibers, we can conclude that optical fibers could be perceived as less important too.

**Answer: C**

4. According to the information about satellites, it is valid to say that

- A) they are recommended when you want to send a lot of data to a large area.
- B) they can disseminate up to a terabyte of information per second of emission.
- C) they are the quicker manner of sending Internet content between countries.
- D) their utility is minimal since fiber optic cables satisfy all the needs of Internet.
- E) they are usually connected by cables in the depths of the seas of the world.

**Solution:**

The passage says that "satellites are what you want to transmit TV shows to customers dispersed over a large area". So, they will be recommended.

**Answer: A**

5. If satellites could send information faster than fiber optic cables, then

- A) the impression about satellites would hold methodical ground.
- B) satellites would have a wider range of uses than they do now.
- C) the cables fixed under the waters would have to be removed.
- D) fiber optics would be used exclusively to transmit TV shows.
- E) it would show that cables never functioned by pulses of light.

**Solution:**

Cables are used in fields other than satellites because of their speed. If satellite transmission is faster, they would have more space to be used.

**Answer: B****PASSAGE 2**

We all know that when your brain dies, you die. Without a blood supply, your brain cells start dying off rapidly in around six minutes. Then there is an irreversible loss of all neurological function in the brain and brain stem. No sign of life, no coming back, sign the death **certificate**. At least, that is what is supposed to happen. This year, scientists from Yale School of Medicine created the biggest commotion about brain reanimation since Mary Shelley when they reported that they had revived the brains of 32 pigs four hours after they been killed. Brains, it seemed, could be brought back to life.

The researchers connected the 'dead' organs to a system that infused them with a blood substitute called BrainEx, which promotes cell recovery after oxygen deprivation. The scientists found that BrainEx helped maintain the brain's internal structure and reset some brain cell functions such as the ability to produce energy and remove waste.

Crompton, S. (2020). Wild ideas in science: Death is reversible. *Science Focus*. <https://www.sciencefocus.com/the-human-body/wild-ideas-death-is-reversible/> (Edited text).

**TRADUCCIÓN**

Todos sabemos que cuando tu cerebro muere, tú mueres. Sin un suministro de sangre, las células de su cerebro comienzan a morir rápidamente en unos seis minutos. Entonces hay una pérdida irreversible de todas las funciones neurológicas en el cerebro y el tronco encefálico. No hay señales de vida, no hay vuelta atrás, firma el certificado de defunción. Al menos, eso es lo que se supone que debe suceder. Este año, científicos de la Escuela de Medicina de Yale crearon la mayor conmoción sobre la reanimación cerebral desde Mary Shelley cuando informaron que habían revivido los cerebros de 32 cerdos cuatro horas después de haberlos sacrificado. Los cerebros, al parecer, podrían ser devueltos a la vida.

Los investigadores conectaron los órganos "muertos" a un sistema que les infundió un sustituto de sangre llamado BrainEx, que promueve la recuperación celular después de la privación de oxígeno. Los científicos descubrieron que BrainEx ayudó a mantener la estructura interna del cerebro y restableció algunas funciones de las células cerebrales, como la capacidad de producir energía y eliminar los desechos.

1. The main intention of the author is

- A) to tell the process of reviving the brain of pigs when they mislay their functions.
- B) to show research of scientists who could revive 32 pig brains after being killed.
- C) to learn about human brains through the examination of dead brain of animals.
- D) to interpret the results of a new study in which some animals were slaughtered.
- E) to analyze the brain of thirty-two pig brains that came back to life after decease.

**Solution:**

The passage focuses on the report of Tale School of Medicine scientists who could revive the brains of 32 pigs four hours after they have been killed.

**Answer: B**

2. According to the passage, the word CERTIFICATE implies

- A) credential. B) recording. C) certainty. D) mediation. E) confidence.

**Solution:**

When the author of the passage talks about «death certificate» he implies that there is a CERTAINTY or GUARANTEE that the person died.

**Answer: C**

3. It can be inferred that blood supply

- A) arrives to the pig brain every six minutes.
- B) is essential for the functioning of the brain.
- C) needs to be studied with more authorities.
- D) is irrelevant since the creation of BrainEx.
- E) prevents people from having heavy strokes.

**Solution:**

The passage says that «Without a blood supply, your brain cells start dying off rapidly in around six minutes». That means that a brain cannot survive without blood supply for mor than six minutes. In conclusion, blood supply is essential.

**Answer: B**

4. According to the author, it is inconsistent to argue about the death of brains

- A) could happen to different living beings like pigs or even humans.
- B) the topic was studied by scientists from Yale School of Medicine.
- C) it is supposed to occur six minutes after absence of blood supply.
- D) a blood substitute called BrainEx is being developed to reverse it.
- E) it was believed that the living being involved could easily survive.

**Solution:**

The passage says that brain death ensured the death of the living being involved. Or at least that is what is supposed to happen.

**Answer: E**

5. If scientists found that pigs could survive without their brains, then
- A) the pig's organs would have to be removed to finish their suffering.
  - B) consequently, human beings would also do without their craniums.
  - C) pigs would share the characteristics of chickens and certain birds.
  - D) it would be a failure, since they can only live six minutes brainless.
  - E) the blood substitute BrainEx would be less advantageous for them.

**Solution:**

The blood substitute BrainEx is thought to help someone's dead brain so that living being could come back to life. If pigs could survive, BrainEx would not be necessary for them.

**Answer: E**

## *Habilidad Lógico Matemática*

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Tres amigos: Mateo, Eduardo y Domingo practican tenis, frontón y fútbol no necesariamente en ese orden. Además, uno de ellos tiene polo azul, otro tiene polo marrón y el otro tiene polo blanco. Meses atrás, Eduardo y Domingo practicaban frontón, pero ahora ya no. El tenista tiene polo blanco. Mateo y el de polo marrón no se conocen. Eduardo es amigo de los otros dos. Entonces es cierto que
- A) Domingo tiene polo marrón.
  - B) el que practica frontón tiene polo blanco.
  - C) Eduardo practica fútbol.
  - D) el tenista tiene polo azul.
  - E) Mateo practica tenis.
2. Cuatro damas: Darlene, Lorena, Elena y Mara apellidan cada una Pozo, Mesones, Terrones y Godoy, no necesariamente en ese orden. Ellas se dirigen al mismo pueblo y cada una va a dos lugares diferentes. Solo una de ellas tiene que ir al banco, dos de ellas tienen que ir al salón de belleza, dos a la tienda de relojes y tres de ellas a la zapatería. Además, en el pueblo solo hay un establecimiento de cada rubro.
- Si se sabe que:
- Darlene no fue a la zapatería.
  - Elena y la Sra. Godoy fueron al salón de belleza.
  - Mara llegó a su casa con más relojes que con el que salió.
  - La Sra. Pozo no fue a ninguno de los lugares donde fueron Lorena y la Sra. Terrones.

¿A qué establecimientos fue Lorena?

- A) Salón de belleza y tienda de relojes
- B) Tienda de relojes y el banco
- C) Salón de belleza y el banco
- D) Salón de belleza y zapatería
- E) Tienda de relojes y zapatería

**Solución:**

2 veces

2 veces

3 veces

1 vez

1) De la información se deduce:

	Godoy	Mesones	Pozo	Terrones	Salón de belleza	Tienda de relojes	Zapatería	Banco
Darlene	No	No	Sí	No	No	Sí	No	Sí
Mara	No	Sí	No	No	No	Sí	Sí	No
Elena	No	No	No	Sí	Sí	No	Sí	No
Lorena	Sí	No	No	No	Sí	No	Sí	No

2) Por tanto, Lorena fue al Salón de belleza y zapatería.

**Rpta.: D**

3. Gonzalo, Albornoz y Juvenal pertenecen a diferentes agrupaciones políticas: Juntos, Libertad y Alianza, no necesariamente en ese orden. Sus agrupaciones son de derecha, izquierda y centro, no necesariamente en ese orden. Sus profesiones son abogado, médico e ingeniero; y para las elecciones próximas uno postulará a presidente, otro a gobernador y el otro a acalde. Si se sabe que

- Albornoz no simpatiza con Libertad.
- el simpatizante de Juntos es abogado.
- el que postula a presidente es de centro.
- el simpatizante de Alianza no es de derecha ni de izquierda.
- Gonzalo es de Juntos, y es muy izquierdista en sus ideas.
- Juvenal quiere ser gobernador y el de Libertad es ingeniero.

¿Quién es de centro y qué profesión tiene el que aspira a gobernador?

A) Juvenal – abogado

B) Juvenal – médico

C) Albornoz – ingeniero

D) Gonzalo – médico

E) Gonzalo – abogado

**Solución:**

Del cuadro:

	AGRUPACIÓN			TENDENCIA			PROFESIÓN			ASPIRACIÓN		
	J	L	A	D	IR	Cen	Abog	Med	Ing	Pre	Gob	Alc
Gonzalo	SI				SI		SI					SI
Albornoz			SI			SI		SI		SI		
Juvenal		SI		SI					SI		SI	

Por tanto, el de centro es Albornoz y Juvenal que es ingeniero aspira a ser gobernador.

**Rpta.:C**

4. Pepe, César, Renato, Ana y Elisa están ensayando para una obra de teatro. Los papeles que ellos representarán de acuerdo con su género son de papá, mamá, hija, tío y vecino, cuyas caracterizaciones son alegre, furioso triste, pensativo y atento. Se sabe que

- el tío será el pensativo de la obra.
- Ana ensaya con la persona que hará de mamá.
- Renato no interpreta el papel del vecino, que es alegre.
- el personaje de la hija es furioso.
- César tiene que esforzarse por interpretar bien la caracterización de triste.

¿Qué personaje interpreta Pepe y qué caracterización tiene Elisa?

- A) Papá – pensativa                      B) Vecino – atenta                      C) Tío – alegre  
 D) Tío – pensativa                      E) Papá – furiosa

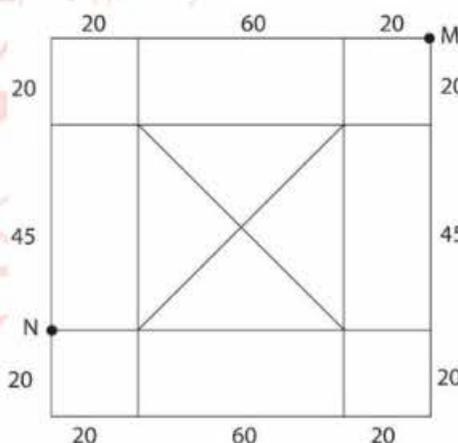
**Solución:**

	papá	mamá	hija	tío	vecino	alegre	furioso	triste	pensativo	atento
Pepe	NO	NO	NO	NO	SI	SI	NO	NO	NO	NO
César	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI	NO	NO
Renato	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO	NO	SI	NO
Ana	NO	NO	SI	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO
Elisa	NO	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	SI

**Rpta.: B**

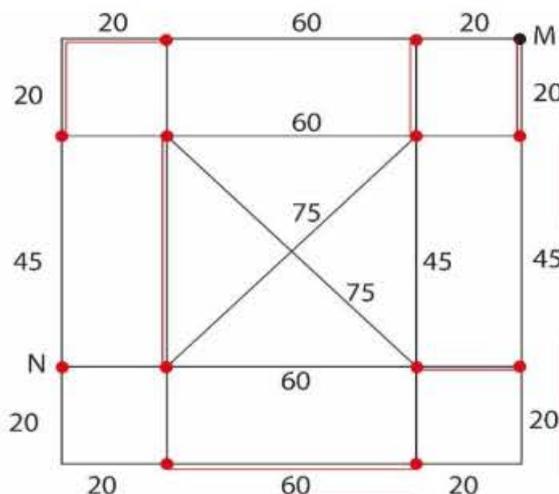
5. La figura mostrada está formada por segmentos verticales, horizontales y dos diagonales. Si las longitudes mostradas están dadas en centímetros, ¿cuál será la menor longitud recorrida al dibujar la figura completa sin levantar la punta del lápiz del papel comenzando en el punto M y terminando en el punto N?

- A) 2010 cm  
 B) 1075 cm  
 C) 1080 cm  
 D) 1095 cm  
 E) 2015 cm



**Solución:**

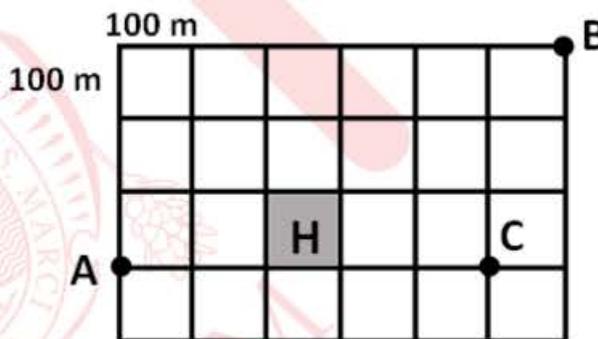
$$\begin{aligned} \text{Long.mín.} &= 100(4) + 85(4) + 2(75) + 1(20) + 2(20) + 1(45) + 1(20 + 20) + 1(60) \\ &= 1095 \end{aligned}$$



Rpta.: D

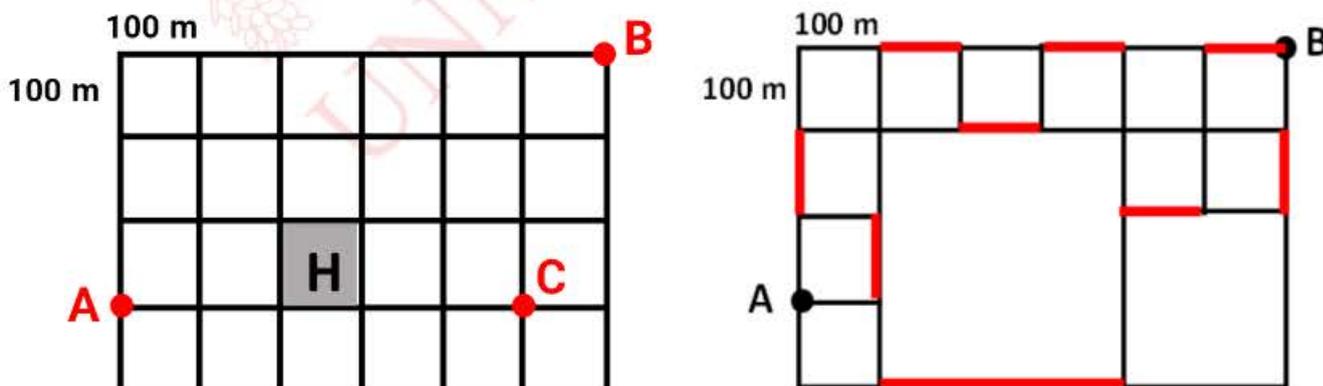
6. En la figura se muestra parte del plano de las calles de una ciudad. Las líneas horizontales y verticales representan las calles de la ciudad. Cada uno de los 24 cuadraditos de la figura representa una manzana cuyo lado mide 100 m. En la manzana H y en la esquina C hay un virus desconocido, y para no contagiarse del virus cualquier persona debe estar a una distancia mayor o igual a 100 m de la manzana H o de la esquina C. Miguel se encuentra en el punto A y debe llegar al punto B, recorriendo todas las calles de la ciudad donde no está el virus y sin contagiarse de él. ¿Cuál es la mínima longitud que debe recorrer Miguel?

- A) 5,3 km
- B) 4,9 km
- C) 5,1 km
- D) 6,7 km
- E) 5,5 km



**Solución:**

Del dato, las calles que debe recorrer Miguel se muestran en el siguiente gráfico, junto con las líneas a repetir:

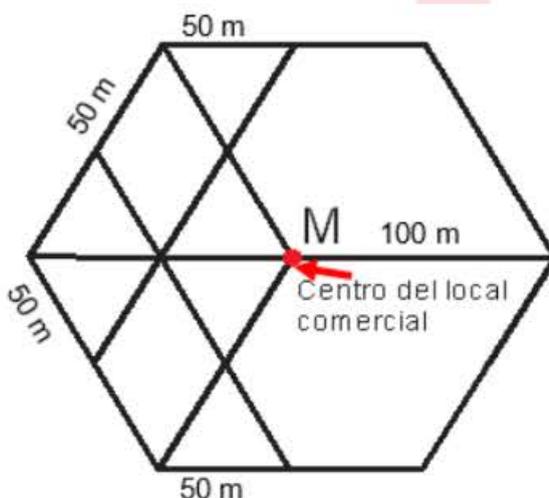


$$\begin{aligned} \text{Longitud m\u00ednima} &= \text{Long. de la figura} + \text{Long. de trazos que se repiten} \\ &= 4200 + (8(100) + 300) \\ &= 5300 \text{ m} = 5,3 \text{ km} \end{aligned}$$

Rpta.: A

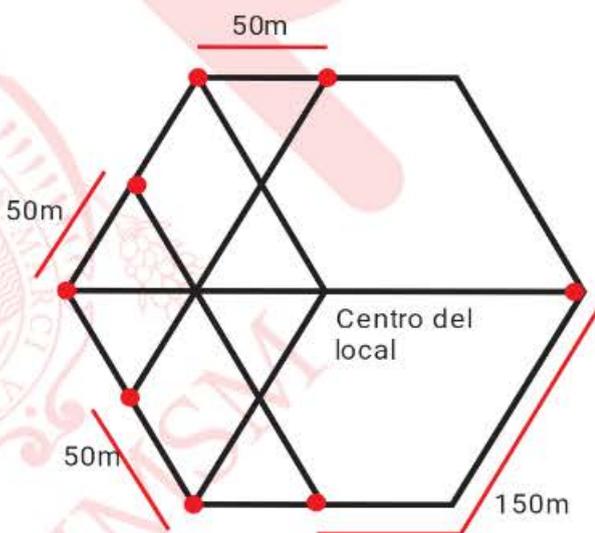
7. La siguiente figura representa los pasadizos y corredores de un local comercial, cuyo cerco perimetral tiene la forma de un hex\u00e1gono regular de 100 m de lado. Sheyla dej\u00f3 a Esteban en el centro del local comercial (punto M) y le indic\u00f3 que pasar\u00eda a recogerlo en ese mismo punto. Si Esteban al pasear con sus amigos, pas\u00f3 por todos los corredores y pasadizos del local comercial, regresando a M, \u00bfcu\u00e1l es la menor longitud que pudo recorrer Esteban?

- A) 1560 m
- B) 1720 m
- C) 1600 m
- D) 1500 m
- E) 1550 m



**Soluci\u00f3n:**

Para iniciar y terminar su recorrido en el punto M, todos los puntos de la figura deben ser pares.

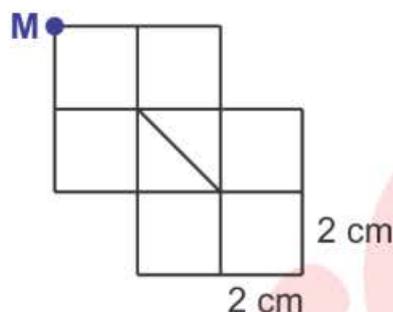


$$\text{Longitud M\u00ednima} = 6(100) + 200 + 2(100) + 2(150) + (50 + 50 + 50 + 150) = 1600 \text{ m}$$

Rpta.: C

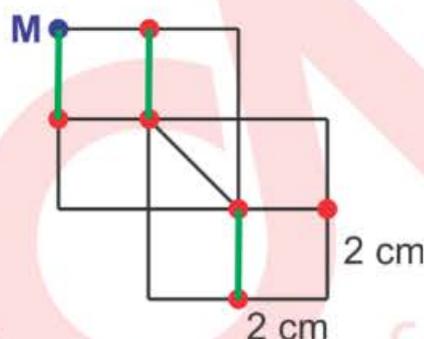
8. La siguiente figura representa una estructura hecha de alambre que consta de 7 cuadrados pequeños de 2 cm de lado, donde uno de ellos tiene una varilla en su diagonal. Si una hormiga, que se encuentra en el punto M, recorre todos los segmentos de esta estructura, ¿cuál es la longitud mínima, en centímetros, de su recorrido?

- A)  $44 + 2\sqrt{2}$   
 B)  $46 + 2\sqrt{2}$   
 C)  $46 + 4\sqrt{2}$   
 D)  $44 + 4\sqrt{2}$   
 E)  $42 + 4\sqrt{2}$



**Solución:**

En la figura se muestra los trazos repetidos



$$\text{Longitud mínima} = 40 + 2\sqrt{2} + 2 + 2 + 2 = (46 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}$$

Rpta.: B

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Amelia pone 2022 fichas en una sola fila. Contando de izquierda a derecha, Betty quita todas las fichas cuya posición es múltiplo de 6, luego de las fichas que quedaron Carmen quita las de posición múltiplo de 5. A continuación, de las fichas sobrantes, Doris quita todas fichas de posición múltiplo de 4. Después, de las que quedan, Elena quita las fichas de posición múltiplo de tres. Finalmente, Flor quita todas las fichas restantes. ¿Cuántas fichas quita Flor?
- A) 778      B) 1011      C) 674      D) 1348      E) 648

**Solución:**

- 1) Número de fichas que elimina Betty: 337 y quedan: 1685.
- 2) Número de fichas que elimina después Carmen: 337 y sabrán: 1348.
- 3) Número de fichas que quita después Doris: 337 y restan: 1011.
- 4) Número de fichas que quita después Elena: 337 y restan: 674.
- 5) Por tanto, Flor todas las fichas restantes: 674.

Rpta.: C

2. Tatiana, Karina y Romina son tres amigas de la Facultad de Matemáticas. Una de ellas tiene un hijo; otra, dos hijos y la otra, tres hijos; además se casaron: una en enero, otra en febrero y otra en diciembre; en los años 2015, 2018 y 2020, pero no necesariamente en ese orden. Se sabe que

- Ninguna se casó en el mismo mes ni en el mismo año que otra.
- Karina fue la última en casarse y no tiene tres hijos.
- la segunda en casarse lo hizo en el mes de febrero y Luis es su único hijo.
- el aniversario de bodas de Tatiana coincidió con el primer día del año 2023.

¿En qué mes y año se casó Romina y cuántos hijos tiene Karina?

- A) Febrero del 2015 – 2                      B) Enero del 2015 – 1                      C) Enero del 2018 – 3  
D) Febrero del 2018 – 2                      E) Diciembre del 2018 – 3

**Solución:**

- Ninguna se casó en el mismo mes ni en el mismo año que otra.
- Karina fue la última en casarse y no tiene tres hijos.
- La segunda en casarse lo hizo en el mes de febrero y Luis es su único hijo.
- El aniversario de bodas de Tatiana coincidió con el primer día del año 2023.

Karina	2020	diciembre	2
Romina	2018	febrero	1
Tatiana	2015	enero	3

**Rpta.: D**

3. Carlos, Robinson y Óscar son esposos de Mirtha, Karina y Alicia, no necesariamente en ese orden, quienes tienen profesiones de enfermera, secretaria y profesora, no necesariamente en ese orden.

- Robinson es cuñado de Mirtha, quien no es enfermera.
- La profesora y su esposo Óscar fueron al matrimonio de Karina.
- Alicia no es esposa de Robinson y es secretaria.

¿Quién es pareja de Robinson y cuál es la profesión de Mirtha?

- A) Karina – secretaria                      B) Karina – profesora                      C) Mirtha – secretaria  
D) Mirtha – profesora                      E) Alicia – profesora

**Solución:**

Del enunciado, Alicia es secretaria y Mirtha no es enfermera; luego se tiene:

	enfermera	secretaria	profesora
Mirtha	X	X	√
Karina	√	X	X
Alicia	X	√	X

Además, Robinson no es esposo de Mirtha ni de Alicia.

Por lo tanto, Robinson es esposo de Karina y Mirtha es profesora.

**Rpta.: B**

4. Nicole tiene 10 fichas de plástico, las cuales están enumeradas con los 10 primeros números enteros no negativos, cada una con un número diferente. Con estas fichas, se dispone a realizar un juego, el cual, debe seguir 4 reglas. Se sabe que

- las diez fichas deben estar sujetas a la regla A.
- las fichas con numeración par deben estar sujetas a la regla B.
- las fichas con numeración impar deben estar sujetas a la regla C.
- las fichas, cuyas numeraciones son números primos, deben estar sujetas a la regla D.

De acuerdo con las reglas, podemos afirmar con seguridad que

- A) las fichas sujetas a la regla A también están sujetas a la regla C.
- B) las fichas sujetas a la regla A también están sujetas a la regla D.
- C) Las fichas sujetas a la regla A, pero no sujetas a la regla B son las mismas que están sujetas a la regla C.
- D) Las fichas sujetas a la regla A y a la regla B, simultáneamente, constituyen un conjunto sin elementos.
- E) Las fichas sujetas a la regla B y a la regla C, simultáneamente, constituyen un conjunto de un solo elemento.

**Solución:**

1. Colocamos los números de las fichas y las reglas que deben de cumplir.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B		B		B		B		B	
	C		C		C		C		C
		D	D		D		D		

2. De acuerdo con el cuadro, se puede concluir que «Las fichas sujetas a la regla A, pero no sujetas a la regla B son las mismas que están sujetas a la regla C».

**Rpta.: C**

5. Manuel, David, Carlos y Luis de 3, 5, 7 y 10 años de edad, no necesariamente en ese orden, de apellidos García, Salas, Valdez y Quiroz, aunque no necesariamente en ese orden. Se sabe que

- el niño de 3 años juega con David.
- el niño de 7 años juega con los niños de apellidos Salas y Valdez.
- Manuel, que no tiene el apellido García, y el niño de 10 años son primos del niño que apellida Valdez.
- el niño de 5 años es de apellido García.

¿Qué apellido y qué edad tiene Manuel?

- A) Salas y 10 años                      B) Valdez y 5 años                      C) Quiroz y 7 años  
 D) Salas y 7 años                      E) Quiroz y 10 años

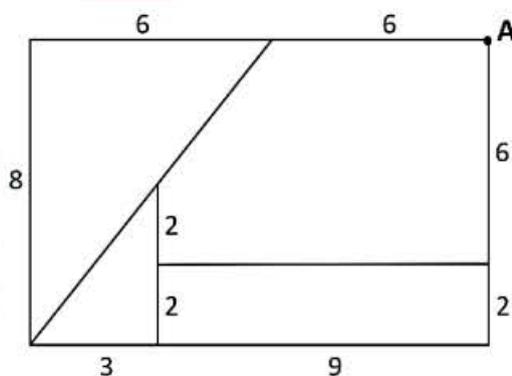
**Solución:**

Nombres		Edades		Apellidos
Manuel	→	7	→	Quiroz
David		3	→	Valdez
Carlos		5	→	García
Luis		10	→	Salas

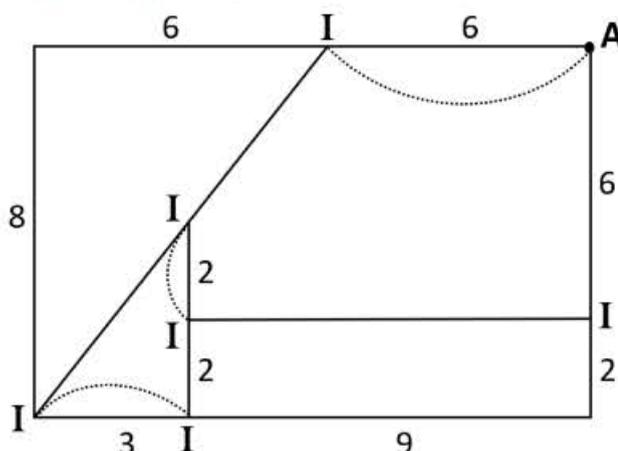
**Rpta.: C**

6. La figura mostrada está formada por segmentos verticales, horizontales y una diagonal, las longitudes están dadas en centímetros. ¿Cuál será la menor longitud recorrida al dibujar la figura completa sin levantar la punta del lápiz del papel comenzando en el punto A?

- A) 74 cm  
 B) 72 cm  
 C) 76 cm  
 D) 70 cm  
 E) 78 cm



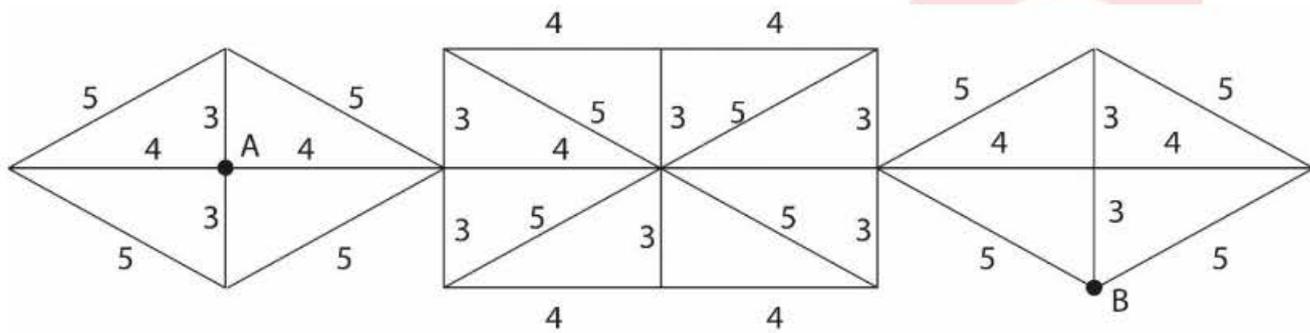
**Solución:**



Longitud mínima =  $63 + (2 + 3 + 6) = 74$  cm

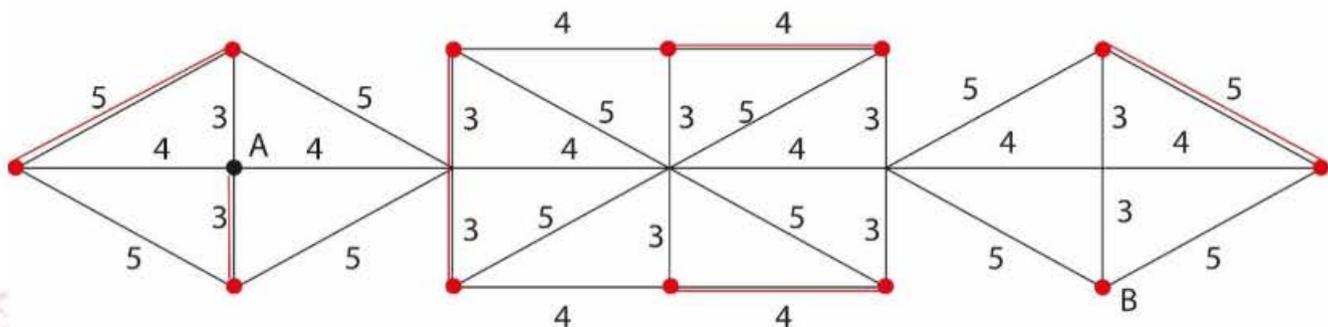
Rpta.: A

7. La figura representa una estructura hecha de alambre y está formada por dos rombos congruentes y un rectángulo en la cual se han trazado líneas horizontales, verticales y diagonales, cuyas longitudes están dadas en centímetros. Si una hormiga se encuentra en el punto A, ¿cuál es la mínima longitud en centímetros que debe recorrer, para pasar por toda la estructura y terminar finalmente en el punto B?



- A) 156      B) 158      C) 160      D) 157      E) 159

**Solución:**



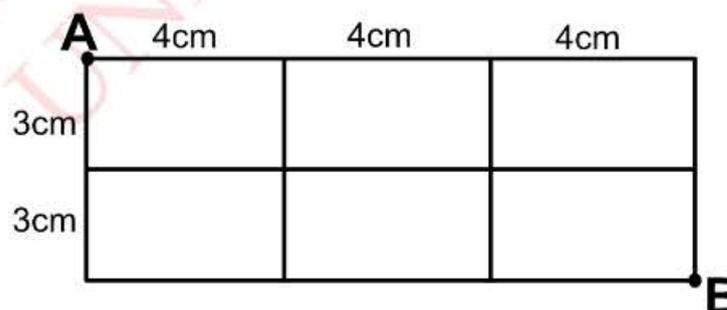
# V.l. = 12

# Trazos repetidos =  $\frac{12}{2} - 1 = 5$

Longitud mínima =  $12(5) + 10(3) + 10(4) + 1(3) + 2(5) + 2(4) + 1(3 + 3) = 157$  cm

Rpta.: D

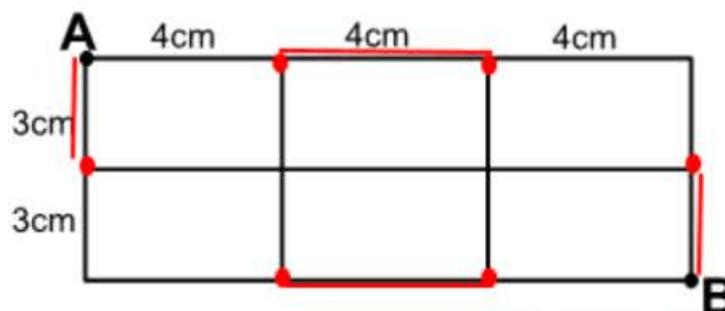
8. Fernando, alumno de la UNMSM, observa la siguiente estructura construida de alambre. Si una hormiga se encuentra en el punto A, ¿cuál sería el recorrido mínimo que debe realizar la hormiga para recorrer toda la estructura y terminar en el punto B?



- A) 74 cm      B) 75 cm      C) 77 cm      D) 78 cm      E) 79 cm

**Solución:**

Para que la hormiga inicie su recorrido en el punto A y termine en el punto B, estos dos puntos deben ser los únicos puntos impares.



$$\text{Recorrido mínimo} = 3(12) + 4(6) + 14 = 74 \text{ cm}$$

Rpta.: A

## Aritmética

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Dado el conjunto  $B = \{2; \{2\}; \{5\}; 7; \{\{5\}\}\}$ , se presentan las siguientes proposiciones:

- I.  $\{2\} \in B$
- II.  $\{2\} \subset B$
- III.  $\{\{2\}\} \subset B$
- IV.  $7 \subset B$
- V.  $\{\{\{5\}\}\} \subset B$
- VI.  $\{\{\{5\}\}\} \in B$

¿Cuántas son verdaderas?

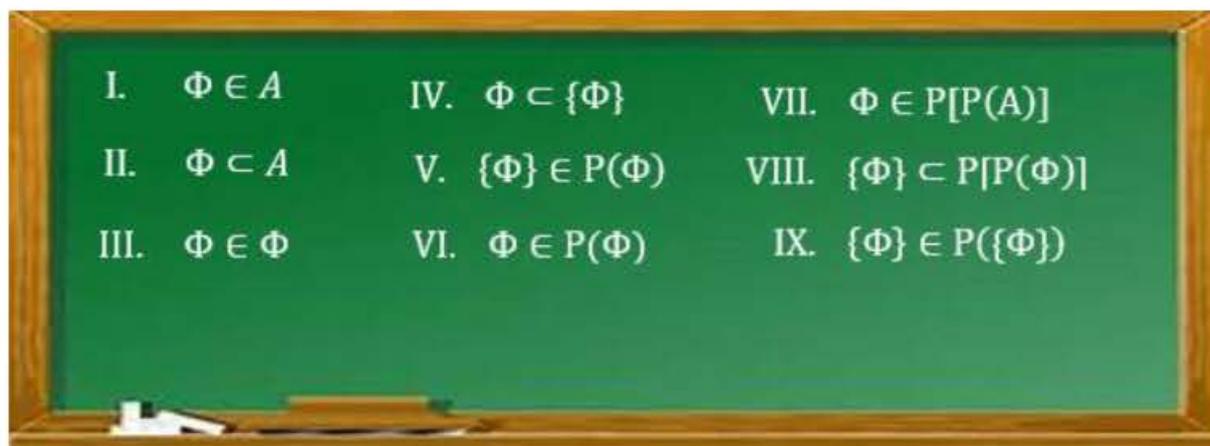
- A) 5                      B) 3                      C) 4                      D) 1                      E) 2

**Solución:**

- I) V                      II) V                      III) V                      IV) F                      V) V                      VI) F

Rpta.: C

2. El profesor Germán, en su clase de Aritmética, escribió en la pizarra nueve enunciados, y el alumno Benji respondió diciendo que todos son verdaderos. ¿En las respuestas de cuántos enunciados se equivocó Benji?



- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

**Solución:**

$$P(\Phi) = \{\Phi\} \quad ; \quad P[P(\Phi)] = \{\Phi; \{\Phi\}\}$$

- |        |       |         |
|--------|-------|---------|
| I) F   | IV) V | VII) V  |
| II) V  | V) F  | VIII) V |
| III) F | VI) V | IX) V   |

∴ Benji se equivocó en las respuestas de tres enunciados.

**Rpta.: C**

3. Jaime observa, en el reporte del servicio meteorológico del SENAMHI, la temperatura en °C de  $(a + b + c)$  distritos de la capital. Si con el valor numérico de estas temperaturas forma el conjunto  $T = \{13; 21; 16\}$  que resulta igual al conjunto  $M = \{2^a; 3^b + a; 3a + 3b + c\}$ , determine el número de distritos observados por Jaime.

- A) 9                      B) 8                      C) 10                      D) 11                      E) 13

**Solución:**

$$2^a = 16 \rightarrow a = 4$$

$$3^b + a = 13 = 3^b + 4 \rightarrow b = 2$$

$$3a + 3b + c = 21 = 3(4) + 3(2) + c \rightarrow c = 3$$

$$\text{Luego, } a + b + c = 9$$

**Rpta.: A**

4. Los  $(n + 1)$  integrantes de una familia se van de excursión a la selva. Para salir a explorar cierta zona, se pueden formar  $(12n + 2)$  grupos diferentes, de por lo menos un integrante y sin considerar a todos a la vez. Si por seguridad el jefe de familia decide que salgan a explorar en grupos de dos integrantes, ¿cuántos de estos grupos diferentes se podrá formar?

A) 15                      B) 14                      C) 12                      D) 18                      E) 16

**Solución:**

$$\#(M) = n + 1 \rightarrow 2^{n+1} - 2 = 12n + 2 \rightarrow n = 5 \rightarrow \#(M) = 6$$

Luego:  $M$  tiene 15 subconjuntos binarios.

**Rpta.: A**

5. Cinco estudiantes se reúnen para desarrollar una tarea grupal sobre conjuntos y toman como ejemplo al conjunto  $F$ , definido por  $F = \{\emptyset; a; \{a\}; \{a, b\}\}$ . Si cada estudiante expresó una idea de la siguiente manera:

- I. Ana: « $\{\{a\}\}$  es un elemento del conjunto potencia de  $F$ ».
- II. Betty: «El conjunto binario cuyos elementos son  $\{a\}$  y  $\{b\}$  está incluido en el conjunto  $F$ ».
- III. Carlos: «El conjunto vacío está incluido en el conjunto potencia de cualquier conjunto».
- IV. Débora: «El conjunto unitario cuyo elemento es  $\{\emptyset\}$  está incluido en el conjunto potencia de  $F$ ».
- V. Fernando: «El conjunto binario cuyos elementos son  $a$  y  $\{a\}$  está incluido en el conjunto potencia de  $F$ ».

¿Cuántos estudiantes están equivocados?

A) 4                      B) 1                      C) 3                      D) 5                      E) 2

**Solución:**

$$F = \{\emptyset, a, \{a\}, \{a, b\}\}$$

- I.  $\{\{a\}\} \in P(F)$ , verdadero, pues  $\{a\} \in F$ .
- II.  $\{\{a\}, \{b\}\} \subset F$ , falso, pues  $\{b\} \notin F$ .
- III.  $\emptyset \subset P(A)$ , verdadero.
- IV.  $\{\{\emptyset\}\} \subset P(F)$ , verdadero, pues  $\{\emptyset\} \in P(F)$ .
- V.  $\{a, \{a\}\} \subset P(F)$ , falso, pues  $a \notin F$ .

**Rpta.: E**

6. Camila y Mathías están practicando para rendir satisfactoriamente su examen parcial de Matemática Básica. Mathías le muestra a Camila el conjunto  $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 8\}$  y le pide que determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

- I.  $\forall x \in A: \exists y \in A / x + y < 10$   
 II.  $\forall x \in A: \forall y \in A: y + 1 < 2x$   
 III.  $\exists x \in A / \exists y \in A / x^2 + y^2 = 65$

Si Camila se equivocó en todas, ¿cuál fue su respuesta?

- A) VFV      B) VVV      C) VVF      D) FVV      E) FVF

**Solución:**

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

- I. V, pues si consideremos  $y = 0$ , luego se verifica la proposición.  
 II. F, pues si consideramos  $x = y = 0$ , luego no se verifica la proposición.  
 III. V, pues si consideramos  $x = 7, y = 4$ , luego se verifica la proposición.

**Rpta.: E**

7. Los valores numéricos de las edades de los sobrinos de Maciel coinciden con los elementos del conjunto  $M$  definido por  $M = \{(x^2 + 1) \in \mathbb{Z} / 0 < x < 3\}$ . Si Maciel no tiene sobrinos de la misma edad, ¿de cuántas maneras diferentes puede elegir a dos de ellos para llevarlos a pasear?

- A) 21      B) 28      C) 10      D) 45      E) 15

**Solución:**

$$0 < x < 3 \rightarrow 1 < x^2 + 1 < 10$$

$$M = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

$$\#(M) = 8 \rightarrow \# \text{ subconj binarios} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

**Rpta.: B**

8. En un examen de Aritmética, una de las preguntas planteadas fue: dados los conjuntos  $M = \left\{x \in \mathbb{N} / \frac{3x+5}{4} \in \mathbb{N} \wedge x < 20\right\}$  y  $L = \left\{\frac{x+1}{3} \in \mathbb{N} / \frac{x}{3} \in \mathbb{N}\right\}$ , determine  $\#P(M) + \#P(L)$ . Si Evaristo respondió correctamente, ¿cuál fue su respuesta?

- A) 17      B) 9      C) 33      D) 28      E) 37

**Solución:**

$$M = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{3x+5}{4} \in \mathbb{N} \wedge x < 20 \right\} = \{1; 5; 9; 13; 17\}$$

$$L = \left\{ \frac{x+1}{3} \in \mathbb{N} / \frac{x}{3} \in \mathbb{N} \right\} \rightarrow \frac{x+1}{3} = \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$$

$$\rightarrow R = \emptyset$$

$$\#P(M) + \#P(L) = 2^5 + 1 = 33$$

**Rpta.: C**

9. Armando tiene en su estante cierta cantidad de libros, todos diferentes. Si para escoger al menos 3 libros de ese estante existen 99 maneras diferentes, ¿cuántos libros tiene en dicho estante?

A) 8                      B) 6                      C) 5                      D) 7                      E) 4

**Solución:**

Números de libros en el estante =  $n$

# Maneras de escoger 3 o más libros =  $Total - (\#Maneras \text{ con } 0; 1 \text{ o } 2 \text{ libros})$

= # sub conj - #sub conj (vacío + unitarios + binarios)

$$99 = 2^n - 1 - n - \frac{n(n-1)}{2}$$

Por lo tanto,  $n = 7$

**Rpta.: D**

10. En una reunión familiar hay 7 hermanos cuyas edades son 6, 7, 8, 10, 11, 12 y 15 años. Con respecto a este grupo, determine el valor de verdad de los siguientes enunciados:

- Existe un hermano cuya edad aumentada en 8 es menor que la edad de otro.
- Para cualquier par de hermanos, la suma de sus edades siempre es menor que 27.
- No es cierto que, existe al menos un hermano cuya edad es un número con solo dos divisores positivos.
- Para cualquier terna de edades, su suma siempre es menor que una de las edades.

¿Cuántas afirmaciones son verdaderas?

A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

**Solución:**

Primera: Es V, cumple para 6.

Segunda: Es F, no cumple para 12 y 15.

Tercera: Es F, no cumple para 7.

Cuarta: Es F, la suma mínima es 21.

**Rpta.: B**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Jacinto hace practicar a su hermano Marcelo para su primer examen. Para esto, escribe en una hoja de papel 8 enunciados y le ofrece 3 soles por cada enunciado verdadero y 2 soles por cada enunciado falso que encuentre. Si Marcelo respondió correctamente todos los enunciados, ¿cuántos soles recibió?

I) $\emptyset \in \{ \}$	V) $\{ \emptyset \} \in \{ \{ \} \}$
II) $\emptyset \subset \{ \}$	VI) $\{ \emptyset \} \in \{ \{ \{ \} \} \}$
III) $\{ \emptyset \} \subset \{ \}$	VII) $\{ \emptyset \} \in P(\{ \} )$
IV) $\{ \emptyset \} \subset \{ \emptyset \}$	VIII) $\{ \{ \emptyset \} \} \subset P(\{ \emptyset \})$

- A) 18                      B) 20                      C) 19                      D) 21                      E) 22

**Solución:**

- |        |         |
|--------|---------|
| I) F   | V) F    |
| II) V  | VI) V   |
| III) F | VII) F  |
| IV) V  | VIII) V |

$\therefore$  Marcelo recibió  $4(3 + 2) = 20$  soles.

**Rpta.: B**

2. Dado el conjunto  $A = \{a; \{b; c\}; d\}$ ; ¿cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- I.  $c \in A$
- II.  $\{a\} \subset A$
- III.  $a \subset A$
- IV.  $\{a; d\} \subset A$
- V.  $\{d\} \subset A$

- A) 4                      B) 3                      C) 5                      D) 2                      E) 1

**Solución:**

- |      |       |        |       |      |
|------|-------|--------|-------|------|
| I) F | II) V | III) F | IV) V | V) V |
|------|-------|--------|-------|------|

**Rpta.: B**

3. En las elecciones municipales, en el distrito Cielo Azul, los partidos Actitud, Compromiso y Trabajo obtuvieron 1001, 725 y 1296 votos a favor respectivamente. Con dichos resultados se forma el conjunto  $T = \{6^a; 6! + b; b^a + 47c\}$ . Determine el total de votos blancos ( $b$ ), nulos ( $a$ ) y viciados ( $c$ ) que resultaron en las elecciones municipales de este distrito.

- A) 17                      B) 18                      C) 10                      D) 20                      E) 19

**Solución:**

$$6^a = 1296 \rightarrow a = 4$$

$$6! + b = 725 = 720 + b \rightarrow b = 5$$

$$b^a + 47c = 1001 = 5^4 + 47c = 625 + 47c \rightarrow 47c = 376 \rightarrow c = 8$$

$$\text{Luego, } a + b + c = 4 + 5 + 8 = 17$$

**Rpta.: A**

4. María tiene 8 sobrinos. Si cada fin de semana, llevará a pasear a por lo menos 3 de ellos, sin repetir el grupo, ¿cuántos fines de semana necesitará?

A) 320      B) 180      C) 175      D) 219      E) 264

**Solución:**

$$\# \text{Subconjuntos (por lo menos 3)} = 2^8 - \left(1 + 8 + \frac{8 \cdot 7}{2}\right) = 219$$

**Rpta.: D**

5. Un grupo de exploradores se fue de campamento un fin de semana. Para elegir a las dos personas que se encargarán de comprar las provisiones se tiene 153 formas diferentes de hacerlo. ¿Cuántas personas integran el grupo?

A) 18      B) 20      C) 14      D) 23      E) 21

**Solución:**

Sea A el conjunto de amigos  $\rightarrow \#(A) = n$

$$\text{N}^\circ \text{ subconj. binarios}(A) = \frac{n(n-1)}{2} = 153 \rightarrow n = 18$$

**Rpta.: A**

6. Ana, Mateo y Donato deben determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones I, II y III respectivamente:

I.  $\sim [\exists x \in \mathbb{N}/x^2 < 0]$

II.  $\forall x \in \mathbb{N}: (x + 1 < 5) \vee (x > 7)$

III.  $\exists x \in \mathbb{N}/x^2 < 10 \wedge x - 2 > 0$

Si las respuestas respectivas fueron: Ana, verdadero; Mateo, falso y Donato, falso, ¿quién o quiénes se equivocaron en su respuesta?

A) Solo Donato      B) Ana y Mateo      C) Mateo y Donato  
D) Solo Ana      E) Solo Mateo

**Solución:**

I. Ana: V pues  $[\exists x \in \mathbb{N}/x^2 < 0]$  es falso.

II. Mateo: F pues si consideramos  $x = 5$  luego  $(5 + 1 < 5) \vee (5 > 7) \equiv F \vee F \equiv F$ .

III. Donato: V pues si consideramos  $x = 3$  luego  $(3^2 < 10) \wedge (3 - 2 > 0) \equiv V \wedge V \equiv V$ .

Por lo tanto, quien se equivocó fue solo Donato.

**Rpta.: A**

7. El profesor dejó, como trabajo de investigación, la elaboración de un informe a los alumnos: Piero, Inés, Lulú, Sandra, Mateo, Joshua, Ana y Esteban. Si el trabajo debe ser realizado en grupos de dos, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden formar esos grupos?

A) 6                      B) 28                      C) 16                      D) 32                      E) 22

**Solución:**

Sea  $M = \{\text{alumnos del salón}\}$

$$\#(M) = 8$$

$$\#[\text{Subconjuntos binarios}(M)] = \frac{8(8-1)}{2} = 28$$

Rpta.: B

8. Micaela analizó las siguientes proposiciones y respondió con verdadero (V) o falso (F), cada una de ellas.

- I. El conjunto  $M$  es un elemento del conjunto potencia de cualquier conjunto.
- II. Si  $A \subset M$ , entonces  $\{A\}$  es un conjunto unitario.
- III. El conjunto potencia del conjunto vacío, es un conjunto unitario.
- IV. Si  $M = \{\{p\}, \{q\}\}$ , entonces  $\{p, q\} \in M$ .

Si por cada respuesta correcta ganó 4 puntos, por cada respuesta errada perdió un punto; y ella respondió FFVV en el orden indicado, ¿cuál fue el puntaje obtenido por Micaela?

A) -4                      B) 8                      C) 6                      D) 11                      E) 16

**Solución:**

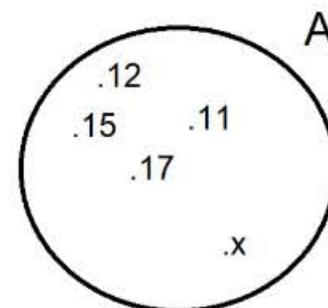
- I. Falso
- II. Verdadero
- III. Verdadero
- IV. Falso

Rpta.: C

9. Con las notas obtenidas por cinco estudiantes, se forma el conjunto  $A$ , tal como se muestra en la gráfica. Para cuál o cuáles de las siguientes proposiciones, los valores de  $x$  no contradicen a:

"El valor absoluto de la diferencia de cualquier par de elementos de  $A$ , es menor que 10".

- I.  $\forall x \in \mathbb{Z}^+ : x^2 > 64$
- II.  $\forall x \in \mathbb{Z}^+ : x < 15$
- III.  $\forall x \in \mathbb{Z}^+ : 8 \leq x < 19$



A) I                      B) II                      C) III                      D) Todos                      E) Ninguno

**Solución:**

Utilizando valores mas distantes del conjunto A:

- $|x - 17| < 10 \rightarrow 7 < x < 27$
- $|x - 11| < 10 \rightarrow 1 < x < 21$

X: conjunto de valores de  $x$  permitidos  $X = ]7; 21[$ .

III (V) siendo  $\{8; 9; \dots; 18\} \subset X$

**Rpta.: C**

10. En una conversación entre matemáticos, se escuchó el siguiente diálogo:

Abel: Todos los números primos son impares.

Bruno: Existen números primos que son consecutivos.

Carlos: Existen números primos impares de la forma  $4 + 1$  o  $4 - 1$ .

Darío: Algunos números primos terminan en 0.

¿Quiénes están diciendo la verdad?

- A) Abel y Bruno  
 B) Abel y Carlos  
 C) Bruno y Carlos  
 D) Carlos y Darío  
 E) Bruno y Darío.

**Solución:**

Abel: es falso, pues no cumple para el número 2.

Bruno: es verdadero, cumple para 2 y 3.

Carlos: Es verdadero.

Darío: es falso, si termina en cero es múltiplo de 10, y por tanto no es primo.

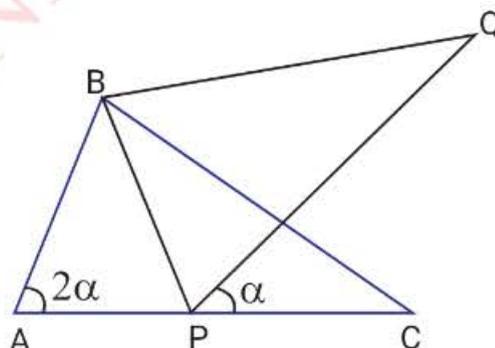
**Rpta.: C**

## Geometría

### EJERCICIOS DE CLASE

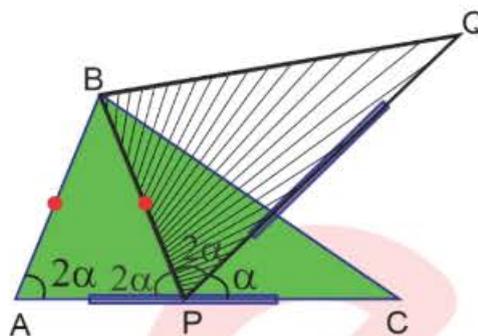
1. En la figura, los triángulos ABC y PBQ son congruentes. Halle  $\alpha$ .

- A)  $30^\circ$   
 B)  $36^\circ$   
 C)  $40^\circ$   
 D)  $45^\circ$   
 E)  $60^\circ$



**Solución:**

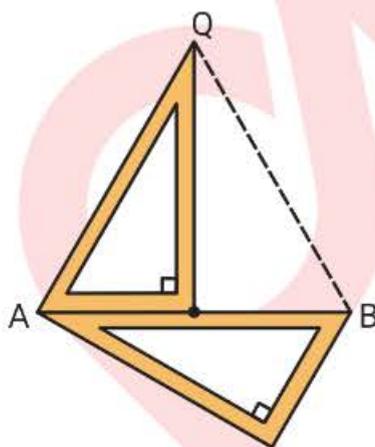
- Dato:  $\triangle ABC \cong \triangle PBQ$   
 $\Rightarrow AB = BP \wedge m\widehat{BPQ} = m\widehat{BAC} = 2\alpha$
- $\triangle ABP$ : isósceles  
 $\Rightarrow m\widehat{BAP} = m\widehat{APB} = 2\alpha$
- En P: Par lineal  
 $(\alpha + 2\alpha) + 2\alpha = 180^\circ$   
 $\therefore \alpha = 36^\circ$



**Rpta.: B**

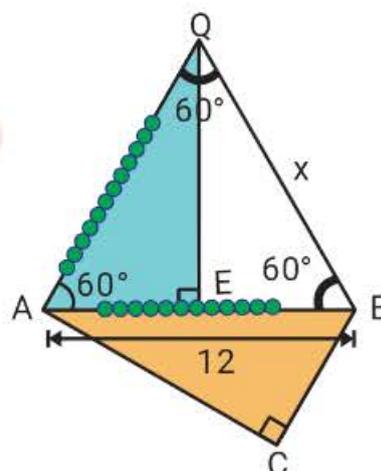
2. En la figura, se muestra dos reglas cartabón (Cartabón: instrumento de dibujo lineal hecho de madera, metal o plástico y que tiene forma de triángulo rectángulo escaleno con ángulos de 30 y 60 grados) congruentes. Si  $AB = 12$  cm, halle QB.

- A) 8 cm
- B) 10 cm
- C) 12 cm
- D) 16 cm
- E) 18 cm



**Solución:**

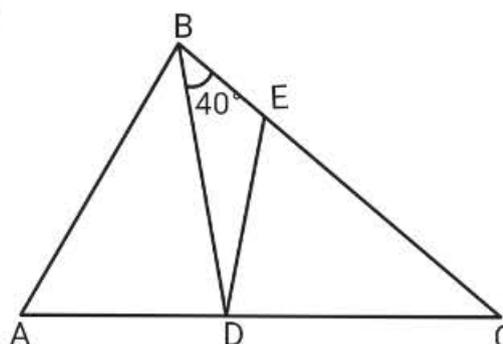
- $\triangle AEQ$ :  
 $\Rightarrow m\widehat{QAE} = 60^\circ$
- $\triangle AEQ \cong \triangle BCA$ :  
 $\Rightarrow AQ = AB$
- $\triangle DAB$ : equilátero  
 $\therefore x = 12$  cm



**Rpta.: C**

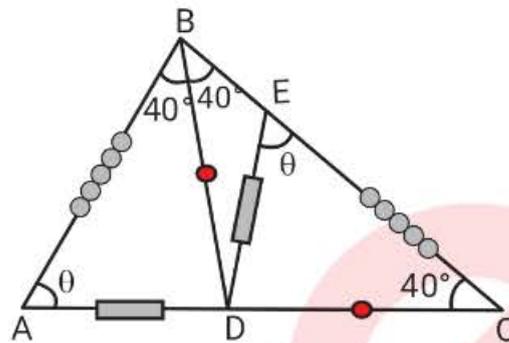
3. En la figura,  $AB = CE$ . Si  $m\widehat{CED} = m\widehat{BAC}$  y  $AD = DE$ , halle  $m\widehat{ABC}$ .

- A)  $50^\circ$
- B)  $40^\circ$
- C)  $50^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $80^\circ$



**Solución:**

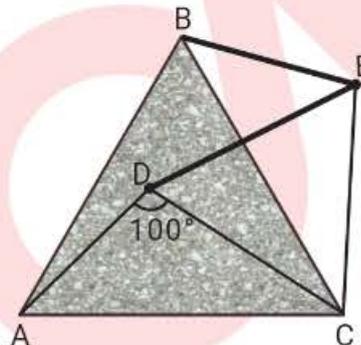
- Por dato:  
 $m\widehat{CED} = m\widehat{BAC} = \theta$
- $\triangle BAD \cong \triangle CED$ : LAL  
 $\Rightarrow BD = DC$  y  $m\widehat{ABD} = 40^\circ$   
 $\Rightarrow m\widehat{ECD} = 40^\circ$
- $\triangle ABC$ :  
 $\Rightarrow m\widehat{ABC} = 80^\circ$



**Rpta.: E**

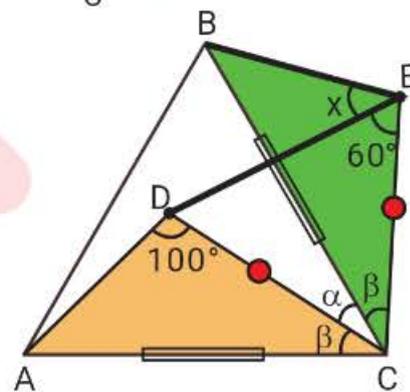
4. En la figura se muestra un terreno ABC de forma triangular, en los puntos B y D se ubican pozos de agua que abastecen a una fábrica ubicada en el punto E. Si los triángulos ABC y DEC son equiláteros, halle la medida del ángulo formado por las tuberías  $\overline{BE}$  y  $\overline{DE}$ .

- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $50^\circ$
- D)  $40^\circ$
- E)  $60^\circ$



**Solución:**

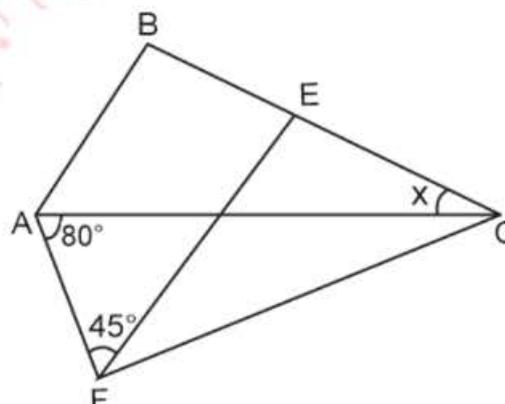
- $\triangle ABC$  y  $\triangle DEC$ : equiláteros  
 $m\widehat{BCD} = \alpha$   
 $\Rightarrow m\widehat{ACD} = m\widehat{BCE} = \beta$  y  $\alpha + \beta = 60^\circ$
- $\triangle DCA \cong \triangle ECB$  (LAL).  
 $x + 60^\circ = 100^\circ$   
 $\Rightarrow x = 40^\circ$



**Rpta.: D**

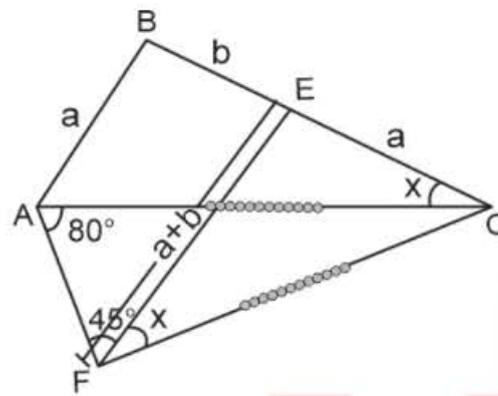
5. En la figura, el triángulo ACF es isósceles de base  $\overline{AF}$ . Si  $AB = EC$  y  $FE = AB + BE$ , halle x.

- A)  $15^\circ$
- B)  $20^\circ$
- C)  $35^\circ$
- D)  $40^\circ$
- E)  $50^\circ$



**Solución:**

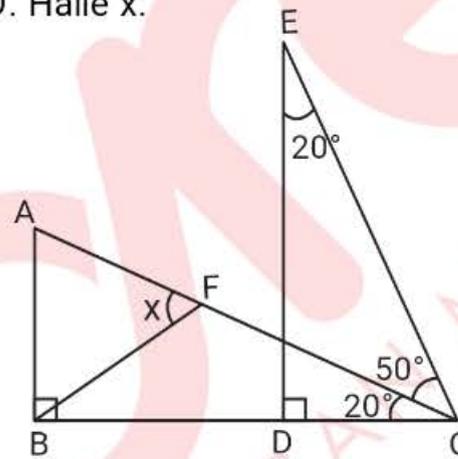
- $\triangle ACF$ : isósceles  
 $\Rightarrow AC = CF; m\widehat{AFC} = 80^\circ$
- $\triangle ABC \cong \triangle CEF$  (LLL)  
 $m\widehat{EFC} = x$   
 $\Rightarrow x + 45^\circ = 80^\circ$   
 $\therefore x = 35^\circ$



Rpta.: C

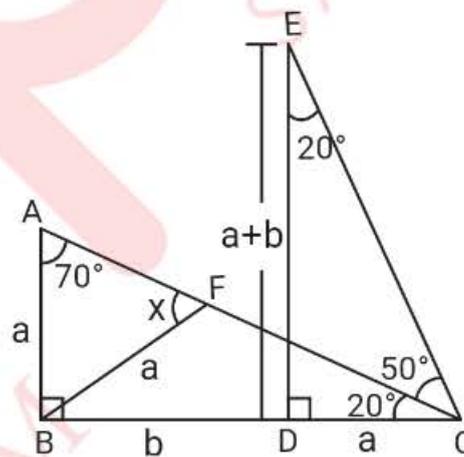
6. En la figura,  $BF = DC$  y  $DE = BF + BD$ . Halle  $x$ .

- A)  $50^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $80^\circ$
- E)  $40^\circ$



**Solución:**

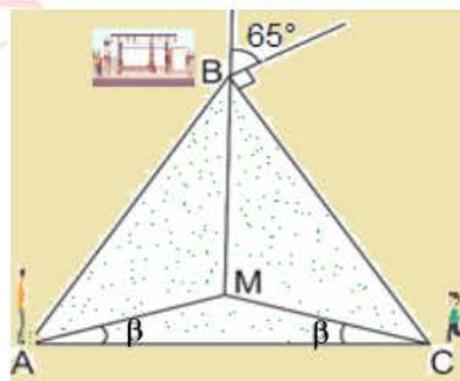
- $\triangle ABC \cong \triangle CDE$  (ALA)  
 $\Rightarrow AB = DC = a$  y  $m\widehat{BAC} = 70^\circ$
- $\triangle ABF$  isósceles  
 $\Rightarrow x = 70^\circ$



Rpta.: C

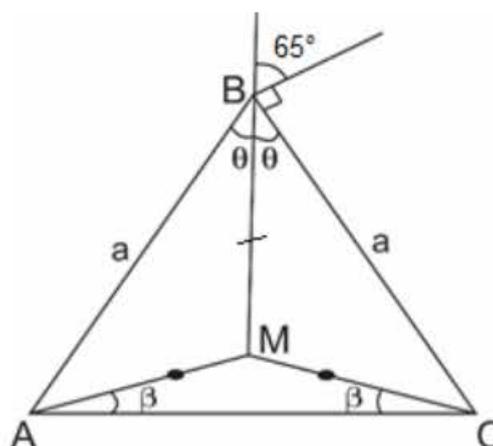
7. En la figura, las personas ubicadas en los puntos A y C se dirigen al paradero del bus ubicado en el punto B. Si sus respectivas posiciones iniciales equidistan del paradero, halle la medida del ángulo determinado por sus trayectorias AB y CB.

- A)  $40^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $70^\circ$
- E)  $80^\circ$



**Solución:**

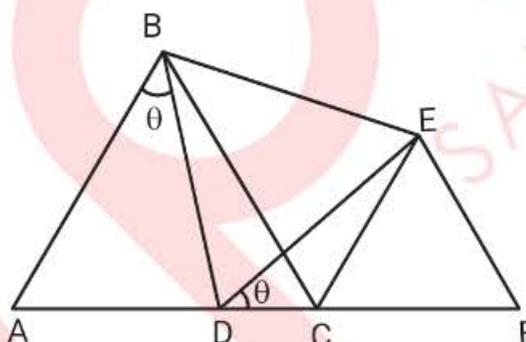
- $\Delta AMC$ : isósceles  
 $\Rightarrow AM = MC$
- $\Delta ABM \cong \Delta CBM$  (LLL)  
 $\Rightarrow \widehat{mABM} = \widehat{mCBM} = \theta$
- En B: Par lineal  
 $\theta + 90^\circ + 65^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \theta = 25^\circ$   
 $\therefore 2\theta = 50^\circ$



Rpta.: B

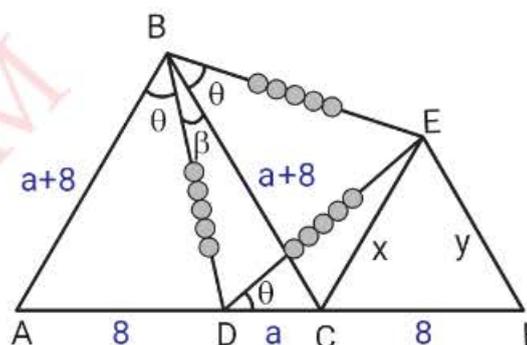
8. En la figura, los triángulos ABC y BDE son equiláteros. Si  $AD = CF = 6$  cm, halle  $EF + CE$ .

- A) 12 m
- B) 14 m
- C) 15 m
- D) 16 m
- E) 18 m



**Solución:**

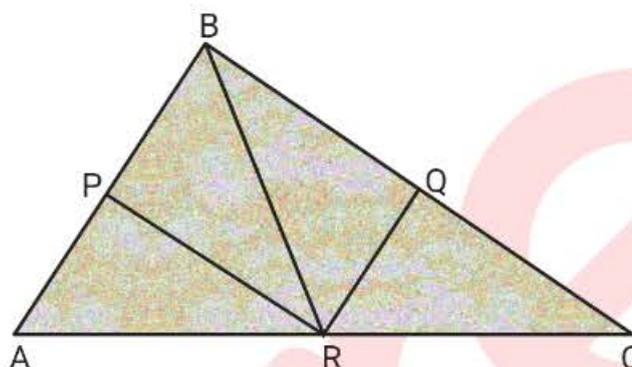
- Dato:  $\Delta ABC$  Equilátero  
 $\Rightarrow AB = BC = a + 8$
- $\Delta ABD \cong \Delta FDE$  (LAL)  
 $\Rightarrow x = 8$
- $\Delta ABD \cong \Delta CBE$  (LAL)  
 $\Rightarrow y = 6$   
 $\therefore x + y = 16$  cm



Rpta.: D

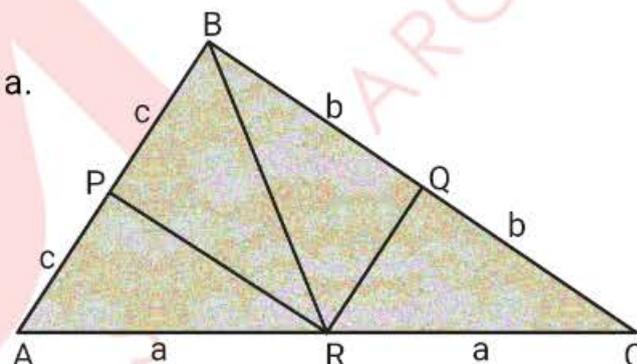
9. En la figura observamos un terreno de forma triangular de 140 m de perímetro y dividido en 4 parcelas. Los puntos P, Q y R son puntos medios de los linderos AB, BC y AC. Además,  $AP = QR$ ,  $QC = PR$  y  $PB + RQ + PR + BQ = 100$  m. Si para cercar el terreno gastaron 2800 soles, ¿cuánto gastaron en cerca para el tramo  $\overline{AR}$ ?

- A) 100 soles
- B) 200 soles
- C) 400 soles
- D) 500 soles
- E) 600 soles



**Solución:**

- Dato: P, Q y R son puntos medios  
 $\Rightarrow AP = PB = c$ ,  $BQ = QC = b$  y  $AR = RC = a$ .
- Por dato  $c = AP = QR$  y  $b = QC = PR$ .
- Además,  $PB + RQ + PR + BQ = 100$   
 $\Rightarrow 2c + 2b = 100 \Rightarrow b + c = 50 \dots (I)$ .
- También, tenemos que  $2a + 2b + 2c = 140$   
 $\Rightarrow a + b + c = 70 \dots (II)$ .
- Luego, de (I) y (II), obtenemos  $a = 20$ .

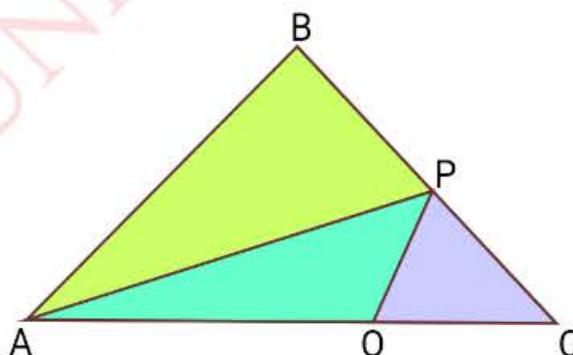


- $140 \text{ m} \rightarrow 2800$
- $20 \text{ m} \rightarrow x$
- $\therefore x = 400$  soles

**Rpta.: C**

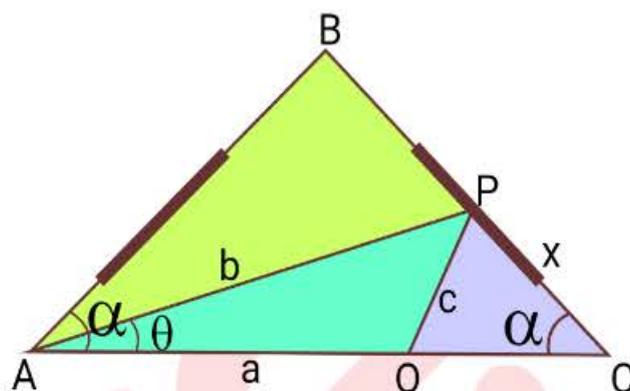
10. Los puntos A, B y C son los extremos de los linderos de un terreno que tiene la forma de un triángulo tales que  $AB = BC$ . Se divide el terreno en parcelas, de tal manera que el perímetro de la parcela triangular APQ es 36 m y la distancia entre P y C es el mayor entero posible. Halle dicha distancia.

- A) 17 m
- B) 19 m
- C) 15 m
- D) 21 m
- E) 23 m



**Solución:**

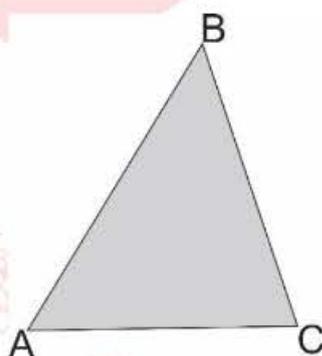
- Dato:  $AB = BC$   
 $\Rightarrow m\widehat{BAC} = m\widehat{BCA} = \alpha$
- Dato:  $2p_{\Delta APQ} = 36 \text{ cm}$   
 $\Rightarrow a + b + c = 36 \text{ cm}$
- $\Delta APQ$ : Desigualdad triangular.  
 $b < a + c = 36 - b$   
 $b < 18 \dots (1)$
- Sea  $m\widehat{PAQ} = \theta$   
 $\Rightarrow \theta < \alpha$
- $\Delta APC$ : Teorema de correspondencia  
 $\Rightarrow b > x \dots (2)$
- De (1) y (2)  
 $x < 18$   
 $x_{\max} = 17$



Rpta.: A

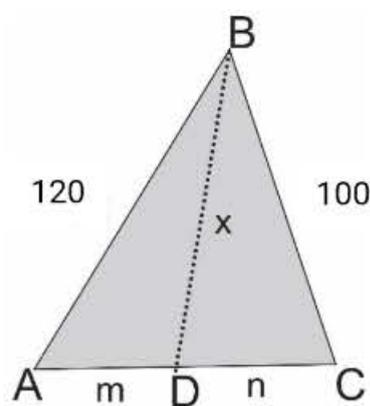
11. En la figura se muestra un parque de forma triangular ABC y se quiere construir un camino rectilíneo comprendido entre la esquina B y el borde AC. Si  $AB = 120 \text{ m}$  y  $BC = 100 \text{ m}$ , halle el máximo valor entero del camino.

- A) 215 m
- B) 216 m
- C) 217 m
- D) 218 m
- E) 219 m



**Solución:**

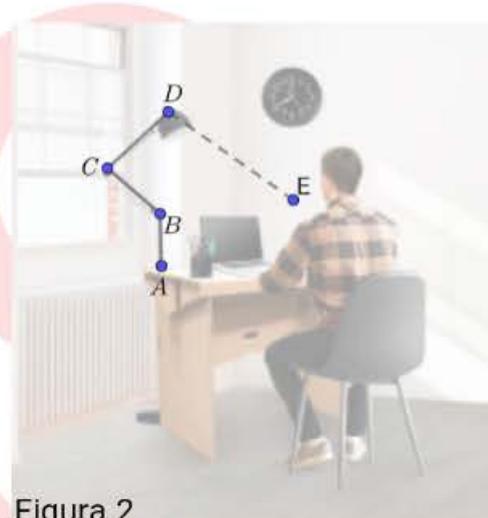
- $\Delta ABD$ : Desigualdad triangular  
 $x < m + 120 \dots (I)$
- $\Delta BDC$ : Desigualdad triangular  
 $x < n + 100 \dots (II)$
- De (I) + (II):  $2x < m + n + 220 \dots (*)$
- $\Delta ABC$ : Desigualdad triangular  
 $m + n < 100 + 120 \dots (**)$
- De (\*) y (\*\*):  $2x < 440$   
 $x < 220$
- x entero máximo: 219



Rpta.: A

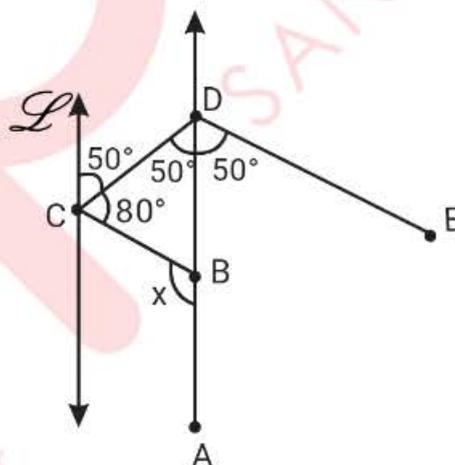
12. La figura 1 se muestra un joven estudiando y en la figura 2 se marcan los puntos coplanares de referencia A, B, C, D y E. Si A, B y D son colineales,  $\overline{BC}$  es paralelo a  $\overline{ED}$ . Si  $m\widehat{BCD} = 80^\circ$ ,  $m\widehat{CDE} = 100^\circ$  y la prolongación de  $\overline{AB}$  biseca al ángulo  $\widehat{CDE}$ , halle la medida del ángulo entre los soportes  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$ .

- A)  $100^\circ$
- B)  $110^\circ$
- C)  $120^\circ$
- D)  $130^\circ$
- E)  $140^\circ$



**Solución:**

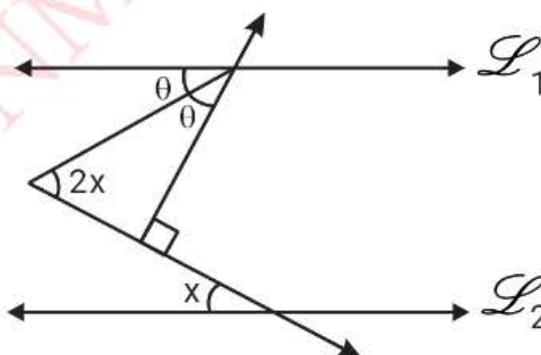
- $\overline{BD}$  Bisectriz  
 $\Rightarrow m\widehat{CDB} = m\widehat{BDE} = 50^\circ$
- Trazamos  $\mathcal{L}$  paralela a  $\overline{BD}$   
 $\Rightarrow m\widehat{PCD} = 50^\circ$
- $\mathcal{L} \parallel \overline{BD}$ : alternos internos  
 $\therefore x = 130^\circ$



Rpta.: D

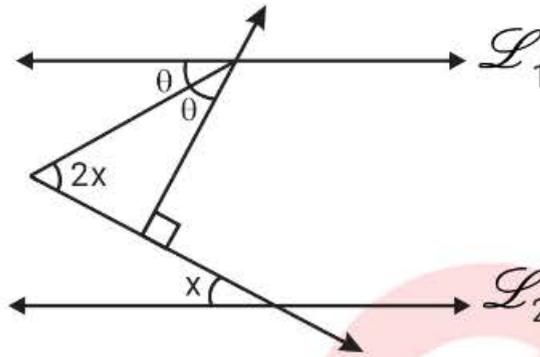
13. En la figura,  $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2$ . Halle x.

- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $50^\circ$
- E)  $60^\circ$



**Solución:**

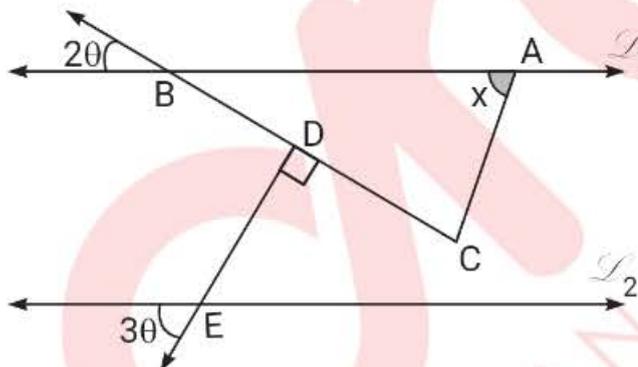
- $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2$ : teorema  
 $2x = \theta + x$   
 $\Rightarrow x = \theta$
- $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2$ : teorema  
 $x + 2\theta = 90^\circ$   
 $\Rightarrow 3x = 90^\circ$   
 $\Rightarrow x = 30^\circ$



Rpta.: B

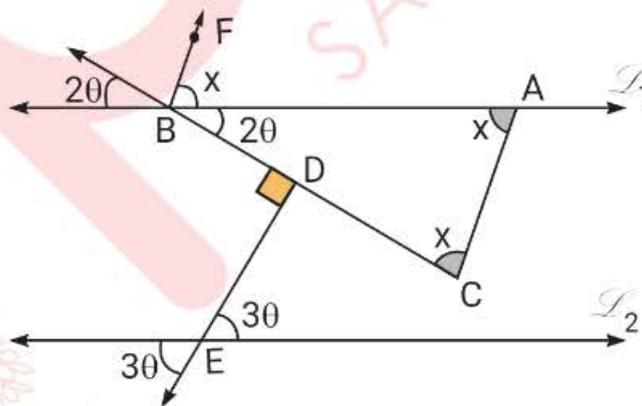
14. En la figura,  $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2$ . Si el triángulo ABC es isósceles de base  $\overline{AC}$ , halle x.

- A)  $72^\circ$
- B)  $81^\circ$
- C)  $63^\circ$
- D)  $27^\circ$
- E)  $36^\circ$



**Solución:**

- $\mathcal{L}_1 \parallel \mathcal{L}_2$   
 $\Rightarrow 20 + 30 = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \theta = 18^\circ$
- Trazamos  $\overrightarrow{BF} \parallel \overrightarrow{AC}$   
 $\Rightarrow (20 + x) + x = 180^\circ$   
 $\Rightarrow 36^\circ + 2x = 180^\circ$   
 $\therefore x = 72^\circ$



Rpta.: A

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. En la figura 1, el triángulo ABC representa una plancha metálica. Cortamos la plancha a través de las líneas discontinuas  $\overline{AN}$  y  $\overline{NM}$  para obtener tres planchas congruentes, como se muestra en la figura 2. Si  $BN = NM$ , halle x.

- A)  $30^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $75^\circ$
- E)  $50^\circ$

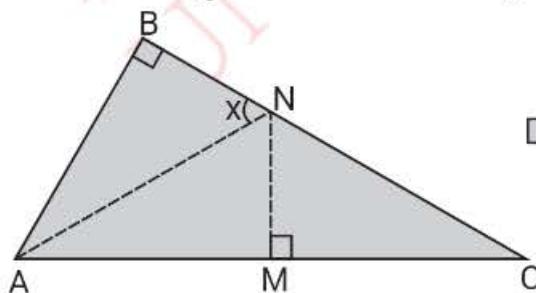


Figura 1

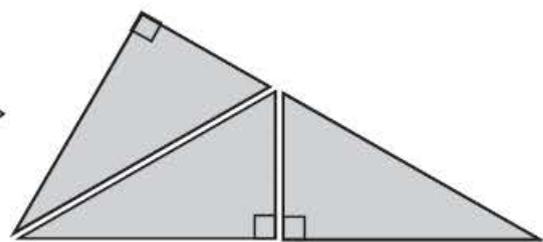
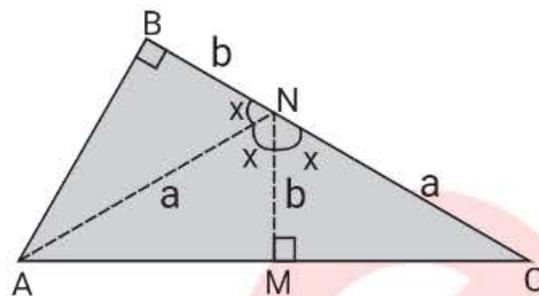


Figura 2

**Solución:**

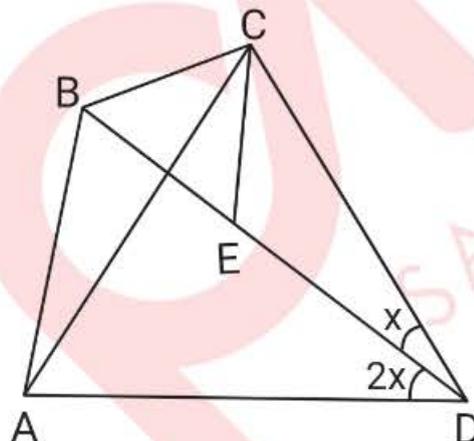
- Dato:  $\triangle ABN \cong \triangle AMN$   
 $\Rightarrow m\widehat{ANB} = m\widehat{ANM} = x$
- Dato:  $\triangle AMN \cong \triangle CMN$   
 $\Rightarrow m\widehat{ANM} = m\widehat{CNM} = x$
- En N: Par lineal  
 $(x + x) + x = 180^\circ$   
 $\therefore x = 60^\circ$



Rpta.: C

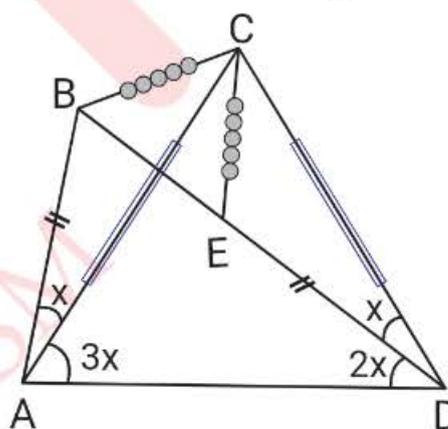
2. En la figura, los triángulos BCE y ACD son isósceles de bases  $\overline{BE}$  y  $\overline{AD}$  respectivamente. Si  $m\widehat{BAD} = 80^\circ$  y  $AB = ED$ , halle x.

- A)  $10^\circ$
- B)  $12^\circ$
- C)  $16^\circ$
- D)  $20^\circ$
- E)  $24^\circ$



**Solución:**

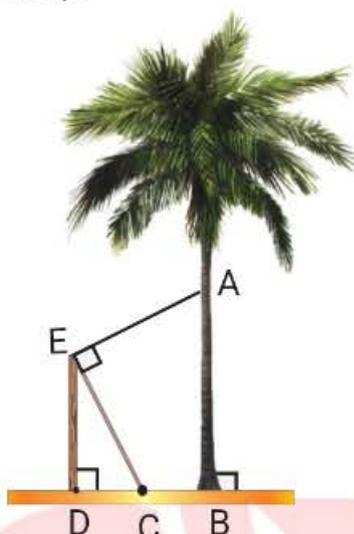
- $\triangle ABC \cong \triangle DEC$  (LLL)  
 $\Rightarrow m\widehat{BAC} = x$
- $\triangle ACD$ : isósceles  
 $\Rightarrow m\widehat{CAD} = 2x$
- $m\widehat{BAD} = 80^\circ \Rightarrow x + 2x = 80^\circ$   
 $\therefore x = 20^\circ$



Rpta.: D

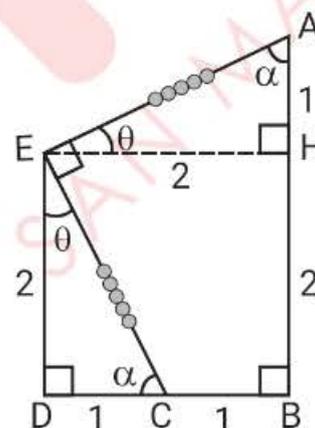
3. Un árbol de palmera es atado por una cuerda tensada a la parte superior de un poste; este reforzado por una varilla metálica EC para su mayor estabilidad como se muestra en la figura. Si la longitud de la cuerda que une los puntos A y E tiene igual medida que la varilla  $\overline{EC}$ , la longitud del poste es 2 m y  $BC = 1$  m, halle la distancia del punto de anclaje A al piso (D, C y B colineales).

- A) 3 m  
B) 4 m  
C) 3,5 m  
D) 4,5 m  
E) 5 m



**Solución:**

- Trazar  $\overline{EH} \perp \overline{AB}$
- $m\widehat{CEH} = \beta$   
 $\Rightarrow m\widehat{DEC} = m\widehat{AEH} = \theta$  y  $\theta + \beta = 90^\circ$
- $\triangle AHE \cong \triangle CDE$  (ALA)  
 $\Rightarrow EH = 2 \Rightarrow DC = 1$   
 $\Rightarrow AH = 1$
- $AB = 1 + 2$   
 $AB = 3$  m



Rpta.: A

4. Se tiene 3 palitos de madera cuyas longitudes son 6 cm, 10 cm y 11 cm, pero uno de ellos se rompe por la mitad. Si con una de las dos mitades y los otros dos palitos no se puede formar un triángulo, ¿cuál es la longitud del palito que se rompió?

- A) 10 cm      B) 6 cm      C) 11 cm      D) 5 cm      E) 8 cm

**Solución:**

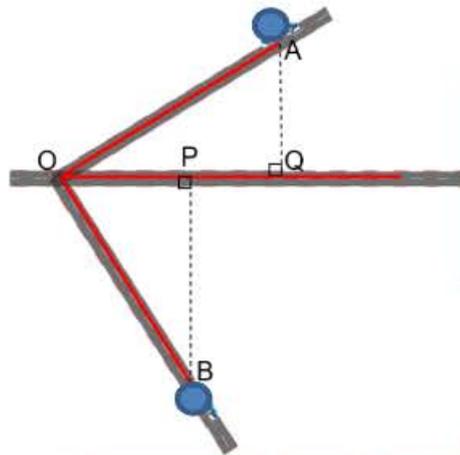
- Supongamos que el palito roto es el que mide 10 cm:  
Las longitudes serán 5 cm, 6 cm y 11 cm
- Teorema de Existencia:  
 $5 + 6 < 11$   
Luego, el triángulo no existe.

- La longitud del palito roto es 10 cm.

Rpta.: A

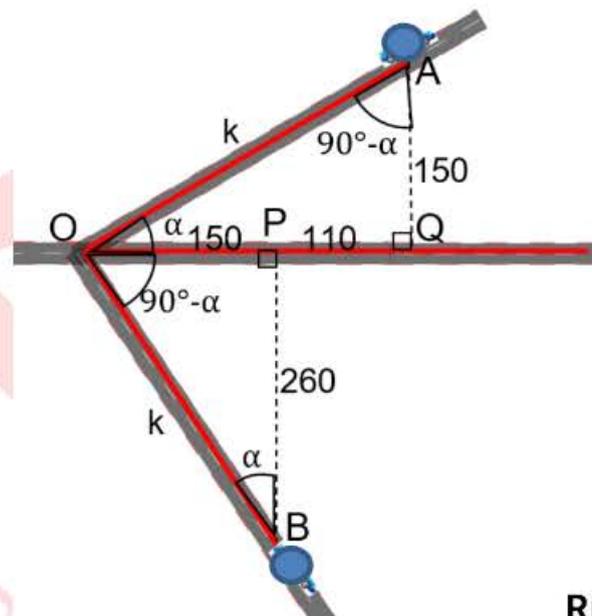
5. En la figura se observa dos autos que toman las vías perpendiculares  $\overline{OA}$  y  $\overline{OB}$ . Si  $OA = OB$ ,  $AQ = 150$  m y  $PQ = 110$  m, halle la distancia del auto que se encuentra en el punto B a la vía  $\overline{OQ}$ .

- A) 260 m
- B) 240 m
- C) 220 m
- D) 270 m
- E) 290 m



**Solución:**

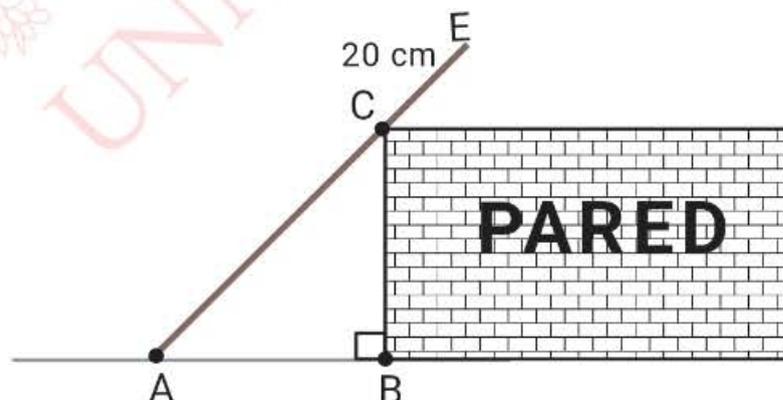
- $\triangle OQA \cong \triangle BPO$  (ALA)  
 $\Rightarrow OP = AQ = 150$  y  $BP = OQ$
- $OQ = OP + PQ = 150 + 110 = 260$   
 $\Rightarrow PB = 260$  m



Rpta.: A

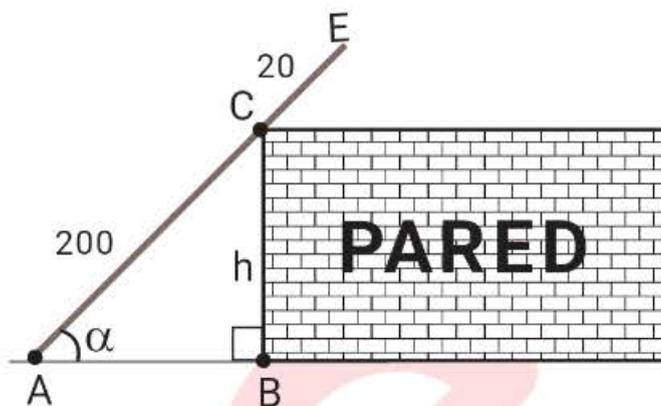
6. En la figura, una varilla  $\overline{AE}$  tiene 220 cm de longitud. Halle el mayor valor entero de la altura de la pared.

- A) 101 cm
- B) 99 cm
- C) 199 cm
- D) 201 cm
- E) 200 cm



**Solución:**

- Dato:  $AE = 220$   
 $\Rightarrow AC = 200$
- $\triangle ABC$ : Teorema existencia  
 $\alpha < 90^\circ$   
 $\Rightarrow h < 200$   
 $\therefore h_{\text{máx}} = 199 \text{ cm}$



Rpta.: C

## Álgebra

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Paco realizó la compra de productos para su familia durante dos semanas consecutivas. La primera semana compró tantos kilogramos de arroz, azúcar y fideos como el precio, en soles, por kilogramo de arroz, azúcar y fideos, respectivamente. También compró una botella de aceite a 14 soles. La segunda semana los precios por kilogramo de arroz, azúcar y fideos se duplicaron, de modo que solo compró 1, 2 y 3 kilogramos de arroz, azúcar y fideos, respectivamente. Si el gasto, por las compras, en ambas semanas fue el mismo, ¿cuántos kilogramos de fideos compró la primera semana?
- A) 1,5 kg      B) 2,5 kg      C) 3 kg      D) 3,5 kg      E) 4 kg

**Solución:**

- 1) Respecto a las compras de Paco en la primera semana, consideremos:

Cantidad de kilogramos de arroz:  $x$ , precio  $x$  soles

Cantidad de kilogramos de azúcar:  $y$ , precio  $y$  soles

Cantidad de kilogramos de fideos:  $z$ , precio  $z$  soles

Pago de la primera semana, en soles:  $x^2 + y^2 + z^2 + 14$

- 2) Pago de la segunda semana, en soles:

$$2x(1) + 2y(2) + 2z(3) = 2x + 4y + 6z$$

$$\text{Se tiene } x^2 + y^2 + z^2 + 14 = 2x + 4y + 6z$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 6z + 14 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 0$$

$$x = 1; y = 2; z = 3$$

$\therefore$  Paco compró la primera semana 3 kg de fideos.

Rpta.: C

2. Determine el menor valor que se obtiene al sumarle veinticinco veces su inverso multiplicativo a un número real positivo.

A) 5                      B) 7,5                      C) 10                      D) 12,5                      E) 15

**Solución:**

Sea «x» el número real, entonces debemos analizar:  $x + \frac{25}{x}$

$$x + \frac{25}{x} \geq 2\sqrt{x\left(\frac{25}{x}\right)}$$

$$x + \frac{25}{x} \geq 2(5) = 10$$

∴ El menor valor es 10.

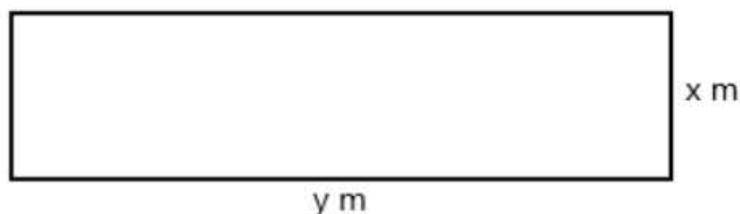
**Rpta.: C**

3. Se ha cercado una parcela de forma rectangular. Si la longitud de la cerca es de 36 metros, calcule el área máxima de dicha parcela.

A) 64 m<sup>2</sup>                      B) 72 m<sup>2</sup>                      C) 81 m<sup>2</sup>                      D) 90 m<sup>2</sup>                      E) 100 m<sup>2</sup>

**Solución:**

1) De la figura:



$$A_{\text{parcela}} = (x)(y) \quad \dots(1)$$

$$\text{Longitud de la cerca} = 2x + 2y = 36 \rightarrow x + y = 18 \quad \dots(2)$$

2) Por otro lado, sabemos que  $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$                       ... (3)

Reemplazando (1) y (2) en (3)

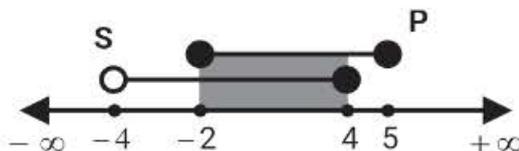
$$\frac{18}{2} \geq \sqrt{A} \rightarrow A \leq 81 \rightarrow A_{\text{max}} = 81$$

∴ La parcela tiene un área máxima de 81 m<sup>2</sup>.

**Rpta.: C**

4. Dados los conjuntos  $M = \left\{ \frac{x^3 + x}{x} \in \mathbb{Z} / x \in (S \cap P) - \{0\} \right\}$ ,  $S = [-2, 5]$  y  $P = \langle -4, 4 \rangle$ , halle la suma de los elementos del conjunto M.

A) 120                      B) 130                      C) 150                      D) 152                      E) 153

**Solución:**1) Hallamos  $S \cap P$ :

$$S \cap P = [-2, 4]$$

$$2) M = \left\{ \frac{x^3 + x}{x} \in \mathbb{Z} / x \in (S \cap P) - \{0\} \right\}$$

$$M = \{x^2 + 1 / x \in [-2, 4] - \{0\}\}$$

$$\text{Como } x \in [-2, 4] - \{0\}$$

$$-2 \leq x \leq 4, x \neq 0$$

$$0 < x^2 \leq 16$$

$$1 < x^2 + 1 \leq 17$$

$$M = \langle 1, 17 \rangle \cap \mathbb{Z} = \{2, 3, 4, \dots, 16, 17\}$$

$$2 + 3 + 4 + \dots + 16 + 17 = \frac{17 \times 18}{2} - 1 = 152$$

$\therefore$  La suma de los elementos del conjunto M es 152.

**Rpta.: D**

5. Dados los conjuntos  $T = [-2, 7]$ ,  $S = [-7, 2]$  y  $P = \langle -5, 6 \rangle$ , halle la suma de los elementos enteros del conjunto  $(T \cup S) - P$ .

A) 0

B) -5

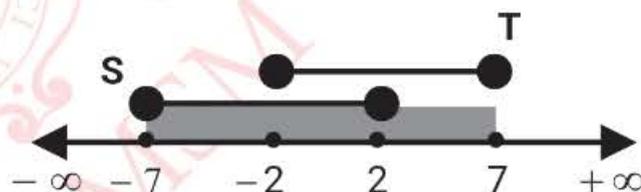
C) -6

D) -11

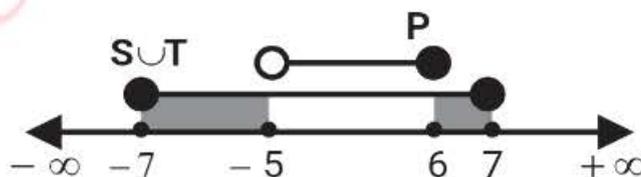
E) 13

**Solución:**

1) Graficando

i)  $T \cup S$ 

$$T \cup S = [-7, 7]$$

ii)  $(T \cup S) - P$ 

$$(T \cup S) - P = [-7, -5] \cup \langle 6, 7 \rangle$$

- 2) Sus elementos enteros:  $-7, -6, -5, 7$   
 $\therefore$  La suma de los elementos enteros de  $(T \cup S) - P$  es  $-11$ .

Rpta.: D

6. Si «x» es variable, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si  $3a > ax, a \in \mathbb{R}$  entonces  $x \in \langle -\infty, 3 \rangle$ .  
 II. Si  $2ax < ax^2, a \in \mathbb{R}^+$  entonces  $x \in \langle 2, +\infty \rangle$ .  
 III. Si  $0 < x^2 < 9$  entonces  $x \in \langle -3, 3 \rangle$ .

- A) FFV      B) FVV      C) FVF      D) FFF      E) VFV

**Solución:**

- I. Falso, es necesario conocer si a es positivo o negativo.

- II. Falso, como  $2ax < ax^2, a \in \mathbb{R}^+$

$$2x < x^2 \rightarrow x^2 - 2x > 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 > 1$$

$$(x-1)^2 > 1 \rightarrow (x-1 > 1) \vee (x-1 < -1) \rightarrow x \in (\langle -\infty, 0 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle)$$

- III. Verdad, por la propiedad 3

$$0 < x^2 < 9 \rightarrow 0 < x^2 \wedge x^2 < 9$$

$$x \neq 0 \wedge x^2 < 9 \rightarrow x \neq 0 \wedge -3 < x < 3 \rightarrow x \in \langle -3, 3 \rangle - \{0\}$$

$$\text{Como } \langle -3, 3 \rangle - \{0\} \subset \langle -3, 3 \rangle$$

$$x \in \langle -3, 3 \rangle - \{0\} \rightarrow x \in \langle -3, 3 \rangle$$

Rpta.: A

7. Juan pregunta su edad a María y ella le responde que su edad supera la edad de Anita por  $\sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{2}\sqrt{6 + \sqrt{35}} - \sqrt{2}\sqrt{4 + \sqrt{15}})}$  años, entonces Juan le pregunta a Anita por su edad y ella le contesta que su edad y la edad de María suman 32 años, determine la edad Anita.

- A) 14 años      B) 15 años      C) 16 años      D) 17 años      E) 18 años

**Solución:**

$$\begin{aligned}
 1) \text{ Reduciendo la expresión } & \sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{2}\sqrt{6 + \sqrt{35}} - \sqrt{2}\sqrt{4 + \sqrt{15}})} \\
 & \sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{12 + 2\sqrt{35}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}})} \\
 & = \sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}))} \\
 & = \sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})} \\
 & = \sqrt{\sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2
 \end{aligned}$$

2) Consideremos:

Edad de María:  $x + 2$

Edad de Anita:  $x$

Entonces  $x + (x + 2) = 32$

$2x + 2 = 32$

$2x = 30$

$x = 15$

∴ La edad de Anita es 15 años.

**Rpta.: B**

8. Una pastelería ofrece *cupcakes* en cajas de forma cúbica con 10 cm de arista que contienen una unidad. Si por el día de la madre un colegio obsequia un *cupcake* a cada madre de familia, siendo el número de madres igual a  $4M^2$  cientos. Determine el espacio mínimo que necesita el colegio para almacenar los *cupcakes* en cajas, sabiendo que,

$$M = \frac{1}{9 + \sqrt[3]{675} + \sqrt[3]{625}} + \frac{\sqrt[3]{25}}{2}$$

- A)  $0,6 \text{ m}^3$       B)  $0,63 \text{ m}^3$       C)  $0,9 \text{ m}^3$       D)  $0,99 \text{ m}^3$       E)  $9 \text{ m}^3$

**Solución:**

$$1) \text{ Reduciendo la expresión } M = \frac{1}{9 + \sqrt[3]{675} + \sqrt[3]{625}} + \frac{\sqrt[3]{25}}{2}$$

$$M = \frac{1}{9 + \sqrt[3]{675} + \sqrt[3]{625}} + \frac{\sqrt[3]{25}}{2} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}^2 + \sqrt[3]{675} + \sqrt[3]{25}^2} \times \frac{\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{25}} + \frac{\sqrt[3]{25}}{2}$$

$$M = \frac{\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{27}^3 - \sqrt[3]{25}^3} + \frac{\sqrt[3]{25}}{2} = \frac{3 - \sqrt[3]{25}}{2} + \frac{\sqrt[3]{25}}{2}$$

$$M = \frac{3}{2} \rightarrow 4M^2 = 9$$

2) Volumen de una caja es  $1000 \text{ cm}^3$

Número de madres: 900

$\therefore$  El volumen mínimo es  $900\,000 \text{ cm}^3 <> 0,9 \text{ m}^3$

Rpta.: C

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El precio de un lapicero, en soles, está dado por el elemento entero del conjunto  $M = \left\{ \frac{12}{\sqrt{x^2+11}} \mid -5 < x < 2 \right\}$ . ¿Cuántos lapiceros se podrá comprar como máximo, con 13 soles?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

#### Solución:

1) Se tiene que  $-5 < x < 2$ ,  
 $\rightarrow 0 \leq x^2 < 25 \rightarrow 11 \leq x^2 + 11 < 36$

$\rightarrow \sqrt{11} \leq \sqrt{x^2 + 11} < 6$

$\frac{1}{6} < \frac{1}{\sqrt{x^2 + 11}} \leq \frac{1}{\sqrt{11}}$

$\frac{12}{6} < \frac{12}{\sqrt{x^2 + 11}} \leq \frac{12}{\sqrt{11}}$

$2 < \frac{12}{\sqrt{x^2 + 11}} \leq \frac{12}{\sqrt{11}}$

$M = \left( 2, \frac{12}{\sqrt{11}} \right]$

2) El único elemento entero de M es 3, es decir el precio del lapicero es 3 soles.

$\therefore$  Se podrá comprar 4 lapiceros con 13 soles.

Rpta.: C

2. Las longitudes de los lados de un terreno rectangular, en metros, son "a" y "b". Si su diagonal mide  $\sqrt{8a + 6b} - 25$  metros, determine la cantidad de metros lineales de cerca que se requiere para cercar dicho terreno.

A) 10 m

B) 12 m

C) 13 m

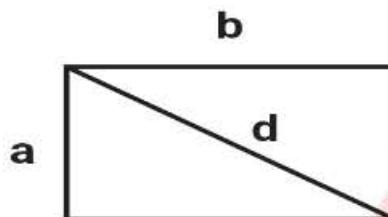
D) 14 m

E) 15 m

**Solución:**

1) Consideremos  $d = \sqrt{8a + 6b - 25}$

De la gráfica



se tiene:

$$a^2 + b^2 = d^2$$

$$a^2 + b^2 = \sqrt{8a + 6b - 25}^2$$

$$a^2 + b^2 = 8a + 6b - 25$$

$$a^2 - 8a + b^2 + 6b + 25 = 0$$

$$a^2 - 8a + 16 + b^2 + 6b + 9 = 0$$

$$(a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 0$$

$$a = 4; b = 3$$

2) El perímetro del terreno es 14 m.

∴ Se requieren 14 metros lineales de cerca.

**Rpta.: D**

3. Dados los conjuntos  $S = \left\{ \frac{20}{x^2 - 6x + 13} / x \in [-1, 2] \right\}$  y  $T = \left\{ \frac{x^2 + x + 1}{x} / x \in \mathbb{R}^+ \right\}$  se tiene

que «a» es la suma de los elementos enteros del conjunto S y «b - 2» es el menor elemento de T. Determine el valor (a + 2b).

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

E) 50

**Solución:**

1) Hallamos S:

$$-1 \leq x \leq 2 \rightarrow 1 \leq (x - 3)^2 \leq 16$$

$$\rightarrow \frac{1}{20} \leq \frac{1}{(x - 3)^2 + 4} \leq \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow 1 \leq \frac{20}{(x - 3)^2 + 4} \leq 4$$

$$S = [1, 4] \rightarrow a = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

2) Hallamos T:

$$x > 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$\rightarrow x + \frac{1}{x} + 1 \geq 3$$

$$\rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x} \geq 3$$

$$T = [3, +\infty) \rightarrow b = 5$$

$\therefore$  El valor  $a + 2b = 20$ .

Rpta.: B

4. Dados los conjuntos  $M = \left\{ \frac{x^3 - 2x^2}{x^2} / x \in S - P \right\}$ ,  $S = [-1, 7]$  y  $P = \langle -5, 4 \rangle$ , halle la suma de los cuadrados los elementos enteros del conjunto M.

A) 54

B) 50

C) 38

D) 29

E) 12

**Solución:**

1) Hallemos  $S - P$ :

$$S - P = \langle 4, 7 \rangle$$

$$2) M = \left\{ \frac{x^3 - 2x^2}{x^2} / x \in S - P \right\} = \{x - 2 / x \in \langle 4, 7 \rangle\}, \text{ entonces } M = \langle 2, 5 \rangle.$$

$$M = 3^2 + 4^2 + 5^2 = 50$$

$\therefore$  La suma solicitada es 50.

Rpta.: B

5. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones:

I. Si  $a^2 > a^2x$ ,  $a \neq 0$  entonces  $x \in \langle -\infty, 1 \rangle$ .

II. Si  $16a > ax^2$ ,  $a \in \langle 1, 3 \rangle$  entonces  $x \in \langle -4, 4 \rangle$ .

III. Si  $4 < x^2 < 25 \rightarrow x \in \langle 2, 5 \rangle$ .

A) VFV

B) VVV

C) VVF

D) VFF

E) FVF

**Solución:**

I. Verdad, como  $a \neq 0 \rightarrow a^2 > 0$

$$\text{Luego } a^2 > a^2x, a \neq 0 \leftrightarrow 1 > x, x \in \langle -\infty, 1 \rangle$$

II. Verdad,  $16a > ax^2, a \in \langle 1, 3 \rangle$  entonces  $a > 0$

$$16 > x^2 \rightarrow -\sqrt{16} < x < \sqrt{16} \rightarrow x \in \langle -4, 4 \rangle.$$

III. Falso, por la propiedad 3

$$4 < x^2 < 25 \rightarrow 4 < x^2 \wedge x^2 < 25$$

$$(x < -2 \vee x > 2) \wedge -5 < x < 5 \rightarrow x \in \langle -5, -2 \rangle \cup \langle 2, 5 \rangle$$

Rpta.: C

6. Abraham compra diariamente «bc» pastillas a «abc» soles cada una. Si «a», «b» y «c» verifican  $\sqrt{8+2\sqrt{5}+\sqrt{8}+\sqrt{40}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ ,  $a > b > c$ , ¿cuánto es el pago total que debe hacer por las pastillas durante 30 días?

- A) S/ 390      B) S/ 480      C) S/ 600      D) S/ 630      E) S/ 750

**Solución:**

$$1) \sqrt{8+2\sqrt{5}+\sqrt{8}+\sqrt{40}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}, a > b > c$$

$$\begin{aligned} \sqrt{5+2+1+2\sqrt{5}+2\sqrt{2}+2\sqrt{10}} &= \sqrt{5+2+1+2\sqrt{5(1)}+2\sqrt{2(1)}+2\sqrt{5(2)}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2}+1)^2} \end{aligned}$$

$$\text{Luego tenemos: } \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{5} + \sqrt{2} + 1$$

$$\text{Comparando e identificando: } a = 5; b = 2; c = 1$$

$$2) bc = (2)(1) = 2$$

$$abc = (5)(2)(1) = 10$$

Abraham compra diariamente 2 pastillas a 10 soles cada una, diariamente gasta 20 soles.

∴ En un mes gasta por las pastillas (20)(30) soles = 600 soles.

Rpta.: C

7. Renzo es hijo de padres matemáticos y cada vez que pide permiso para viajar por vacaciones le plantean un problema. En las últimas vacaciones, su padre propuso algo diferente, le solicitó que resolviera:

$$\frac{2a - 3b - \sqrt{ab}}{2\sqrt{a} - 3\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{9 - 2\sqrt{20}}}, a - b = 4, 4a \neq 9b.$$

Si determina correctamente los valores para «a» y «b», recibe de propina el producto de dichos resultados, en dólares. Renzo lo hace y logra viajar, ¿cuánto llevó de propina?

- A) \$ 160      B) \$ 200      C) \$ 320      D) \$ 360      E) \$ 400

**Solución:**

$$\text{Reduciendo } \frac{2a - 3b - \sqrt{ab}}{2\sqrt{a} - 3\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{9 - 2\sqrt{20}}}$$

$$\frac{2a - 3b - \sqrt{ab}}{2\sqrt{a} - 3\sqrt{b}} \times \frac{2\sqrt{a} + 3\sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 3\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{5} - 2} \times \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} + 2}$$

$$\frac{4a\sqrt{a} + 6a\sqrt{b} - 6b\sqrt{a} - 9b\sqrt{b} - 2a\sqrt{b} - 3b\sqrt{a}}{(2\sqrt{a})^2 - (3\sqrt{b})^2} = \frac{2(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5}^2 - 2^2}$$

$$\frac{4a\sqrt{a} + 4a\sqrt{b} - 9b\sqrt{a} - 9b\sqrt{b}}{4a - 9b} = 2\sqrt{5} + 4$$

$$\frac{4a(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - 9b(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{4a - 9b} = 2\sqrt{5} + 4$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{5} + 4 = \sqrt{20} + \sqrt{16}$$

$$a = 20 ; b = 16$$

$$ab = 320.$$

∴ Llevó de propina 320 dólares.

**Rpta.: C**

8. La Enfermedad Pélvica Inflamatoria (EPI) es una enfermedad del tracto genital superior debido a la invasión de gérmenes del tracto genital superior a otras partes del cuerpo. Esta enfermedad es padecida por las mujeres ya que los hombres son portadores. Para algunos expertos  $\frac{ab}{2}$  de cincuenta mujeres aproximadamente, desarrollaron la enfermedad al ser contagiadas de una Enfermedad de Transmisión Sexual (ETS).

Si se cumple que  $a - 5 + \sqrt{b+2} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{6+\sqrt{32}}}-1+1+1}}{2-\sqrt{2}}$ , determine el porcentaje de mujeres con EPI que no fueron contagiadas por una ETS.

- A) 14%      B) 15%      C) 82%      D) 85%      E) 86%

**Solución:**

1) Reducimos  $\frac{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{6+\sqrt{32}}}-1+1+1}}{2-\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{6+\sqrt{32}}}-1+1+1}}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{6+2\sqrt{8}}}-1+1+1}}{2-\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{2\sqrt{2(2+\sqrt{2})-1+1+1}}}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2\sqrt{3+2\sqrt{2}+1+1}}}{2-\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2(1+\sqrt{2})+1+1}}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}+1}}{2-\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

2) Entonces

$$a - 5 + \sqrt{b+2} = 3 + 2\sqrt{2} = 3 + \sqrt{8}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\frac{\overline{ab}}{2} = \frac{86}{2} = 43, \text{ 43 de 50 mujeres fueron contagiadas por una ETS}$$

$\therefore$  El porcentaje de mujeres con Enfermedad Pélvica Inflamatoria (EPI) que no fueron contagiadas por una Enfermedad de Transmisión Sexual (ETS) es el 14 %.

Rpta.: A

## Trigonometría

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Dado un sector circular de ángulo central  $135^\circ$  y cuya longitud de arco mide 12 m, determine el área del sector circular.

A)  $\frac{91}{\pi} \text{ m}^2$       B)  $80\pi \text{ m}^2$       C)  $\frac{85}{\pi} \text{ m}^2$       D)  $93\pi \text{ m}^2$       E)  $\frac{96}{\pi} \text{ m}^2$

**Solución:**

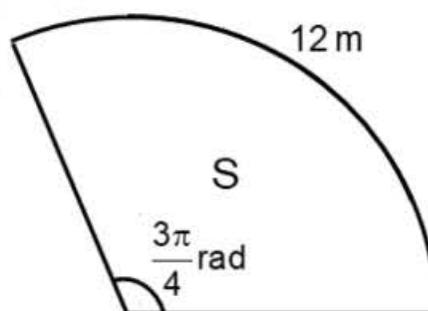
Del dato:  $135^\circ = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

Luego:

$$S = \frac{L^2}{2\theta} = \frac{144}{2 \cdot \left(\frac{3\pi}{4}\right)} \text{ m}^2$$

$$S = \frac{96}{\pi} \text{ m}^2$$

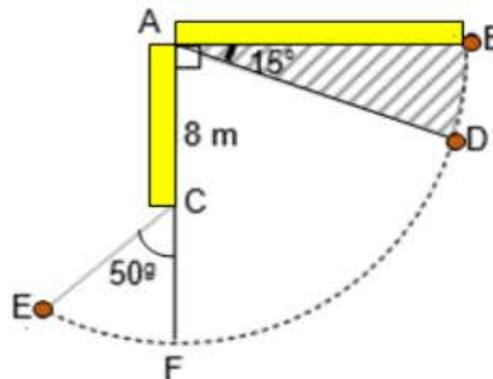
Por lo tanto, el área del sector circular es  $\frac{96}{\pi} \text{ m}^2$ .



Rpta.: E

2. En la figura se representa un péndulo, cuyo punto de suspensión es el vértice formado por las barras metálicas perpendiculares AB y AC. Determine el cociente entre el área del sector BAD y la longitud del arco BD, si  $L_{DF} + L_{EF} = 6\pi$  m.

- A) 11 m
- B) 6 m
- C) 4 m
- D) 8 m
- E) 9 m



**Solución:**

$$AD = R \text{ m} \rightarrow L_{DF} = \left(\frac{5\pi}{12}\right) R \text{ m}$$

$$L_{DF} + L_{EF} = 6\pi \text{ m}$$

$$L_{EF} = \left(6\pi - \left(\frac{5\pi}{12}\right) R\right) \text{ m}$$

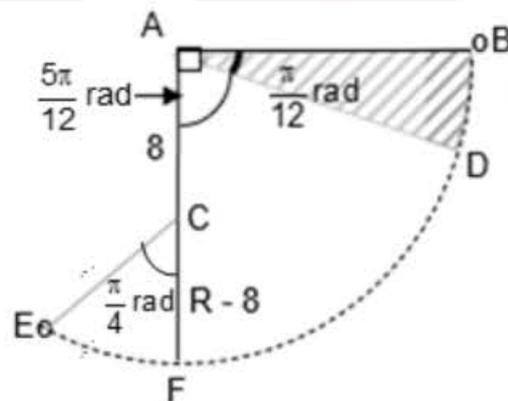
$$(R - 8) \frac{\pi}{4} \text{ m} = \left(6\pi - \left(\frac{5\pi}{12}\right) R\right) \text{ m}$$

$$8\pi = 8R \left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$R = 12$$

$$A_{BAD} = \frac{1}{2} (12)^2 \left(\frac{\pi}{12}\right) \text{ m}^2 = 6\pi \text{ m}^2$$

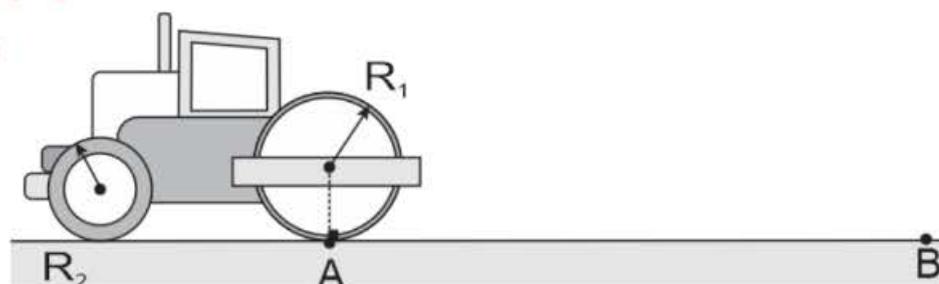
$$L_{BD} = 12 \left(\frac{\pi}{12}\right) \text{ m} = \pi \text{ m} \Rightarrow \frac{A_{BAD}}{L_{BD}} = 6 \text{ m}$$



**Rpta.: B**

3. La figura representa la vista lateral de una aplanadora, donde las caras laterales de las ruedas  $R_1$  y  $R_2$  tienen radios que miden 0,7 m y 0,5 m respectivamente. Para el emparejamiento de la carretera, la aplanadora se traslada del punto A hasta el punto B con una rapidez constante de  $2,5\pi$  m/s. Si la rueda  $R_2$  gira 420 vueltas, ¿cuánto tiempo demoró la aplanadora en ir del punto A al punto B?

- A) 2,5 min
- B) 2,9 min
- C) 2,8 min
- D) 2,7 min
- E) 2,4 min



**Solución:**

$$\text{Como } n_1 = \frac{L_{\overline{AB}}}{2\pi \cdot (0,7 \text{ m})}$$

$$\text{Tenemos } 420 \cdot (0,5) = n_1 \cdot (0,7)$$

$$\Rightarrow 420 \cdot (0,5) = (0,7) \cdot \left( \frac{L_{\overline{AB}}}{2\pi \cdot (0,7 \text{ m})} \right) \Rightarrow L_{\overline{AB}} = 420\pi \text{ m}$$

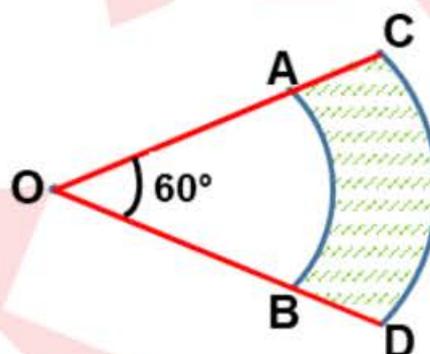
$$\text{Luego: } L_{\overline{AB}} = 420\pi \text{ m} = \left( \frac{5\pi}{2} \text{ m/s} \right) \cdot t \Rightarrow t = 168 \text{ s}$$

Por lo tanto; el tiempo que empleo la aplanadora fue 2,8 minutos.

**Rpta.: C**

4. La municipalidad de Carabaylo planificó construir un centro de recreación que debía tener la forma del sector circular COD, pero debido a problemas presupuestarios, hasta la fecha solo se ha construido el área del trapecio circular ABDC, tal y como se representa en la figura. Si  $AC = 20 \text{ m}$  y  $OD = 60 \text{ m}$ , ¿cuál es la relación entre diferencia el área construida y el área por construir respecto al área total asignada al centro recreacional?

- A)  $\frac{1}{9}$                       B)  $\frac{2}{9}$   
 C)  $\frac{1}{18}$                      D)  $\frac{1}{8}$   
 E)  $\frac{9}{50}$

**Solución:**

Del enunciado se tiene que:

$$L_{\overline{AB}} = \frac{\pi}{3} (40 \text{ m}) = \frac{40\pi}{3} \text{ m} \quad \text{y} \quad L_{\overline{CD}} = \frac{\pi}{3} (60 \text{ m}) = 20\pi \text{ m}$$

Entonces

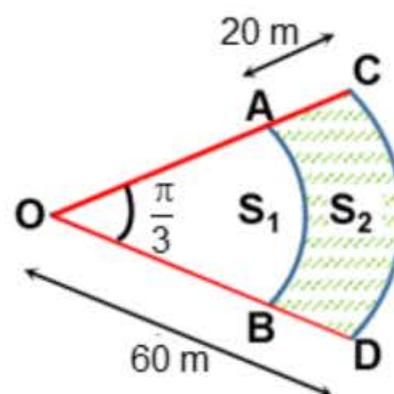
$$S_2 = \left( \frac{L_{\overline{AB}} + L_{\overline{CD}}}{2} \right) \cdot 20 \text{ m} = \frac{1000\pi}{3} \text{ m}^2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 40^2 \text{ m}^2 = \frac{800\pi}{3} \text{ m}^2$$

Área total

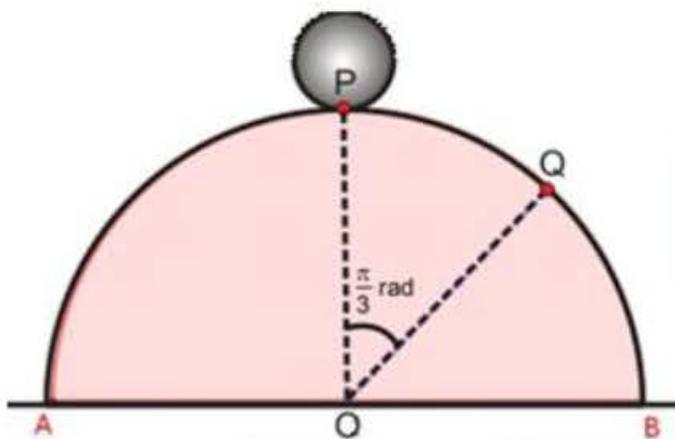
$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 60^2 \text{ m}^2 = \frac{1800\pi}{3} \text{ m}^2$$

$$\text{Luego, } \frac{S_2 - S_1}{S} = \frac{1}{9}$$

**Rpta.: A**

5. En la figura, se representa a una rueda, colocada en la parte más alta de un rompemuelleres con forma de semicírculo y centro O, donde el diámetro mide 36 cm. Si la rueda se mueve sobre el arco PQ del rompemuelleres dando una vuelta ¿cuánto mide el radio de dicha rueda?

- A) 2,4 cm
- B) 3,6 cm
- C) 5,4 cm
- D) 7,2 cm
- E) 5,6 cm



**Solución:**

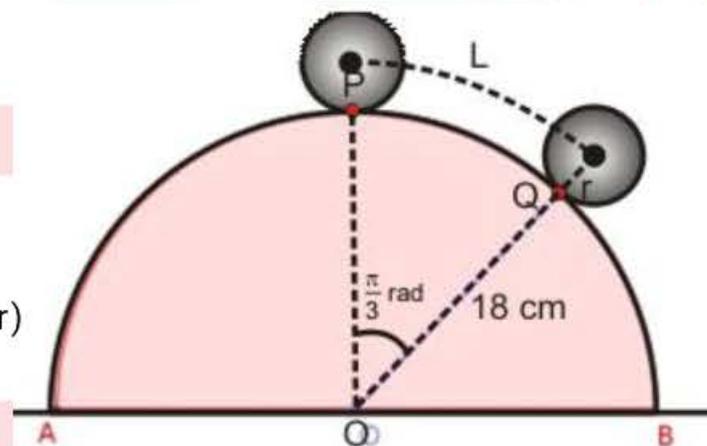
Sea r el radio de la rueda

$$N_{\text{vueltas}} = \frac{L}{2\pi r}$$

$$1 = \frac{\frac{\pi}{3}(18 \text{ cm} + r)}{2\pi r} \rightarrow 2\pi r = \frac{\pi}{3}(18 \text{ cm} + r)$$

$$\rightarrow 6r = 18 \text{ cm} + r$$

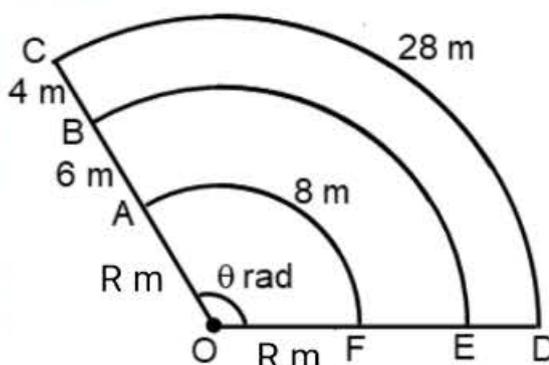
$$\rightarrow r = 3,6 \text{ cm}$$



Rpta.: B

6. En la figura AOF, BOE y COD son sectores circulares. Determine el área del sector circular AOF.

- A) 18 m<sup>2</sup>
- B) 15 m<sup>2</sup>
- C) 16 m<sup>2</sup>
- D) 21 m<sup>2</sup>
- E) 12 m<sup>2</sup>



**Solución:**

En el sector circular COD

$$L_{CD} = \theta(10 + R) \text{ m}$$

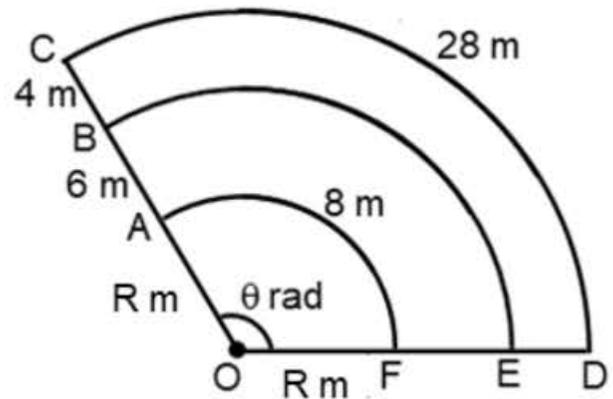
$$28 \text{ m} = \theta(10 + R) \text{ m}$$

$$28 = 10\theta + \theta R$$

$$28 = 10\theta + 8$$

$$20 = 10\theta \Rightarrow \theta = 2$$

Por tanto, el área del sector circular AOF es  $16 \text{ m}^2$ .

**Rpta.: C**

7. En la figura se representa el corte de una pieza de tubería con forma de cilindro recto y cuya base es un trapecio circular, la cual se colocará en un artefacto mecánico. Halle el volumen del sólido.

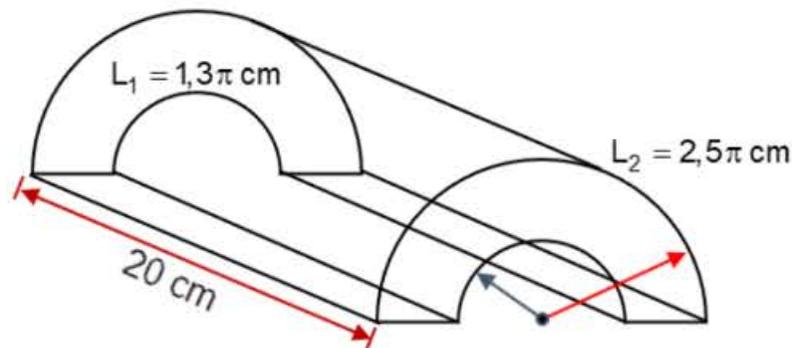
A)  $45,6\pi \text{ cm}^3$

B)  $46,2\pi \text{ cm}^3$

C)  $54,5\pi \text{ cm}^3$

D)  $48,6\pi \text{ cm}^3$

E)  $49,2\pi \text{ cm}^3$

**Solución:**

Dado que  $V = A_B \times h$ , donde  $V$  es el volumen,  $A_B$  es el área de la base y  $h$  el largo de la tubería.

$$A_B = \frac{L_2^2}{2\pi} - \frac{L_1^2}{2\pi} = \left( \frac{(2,5\pi)^2}{2\pi} - \frac{(1,3\pi)^2}{2\pi} \right) \text{ cm}^2 = 2,28\pi \text{ cm}^2$$

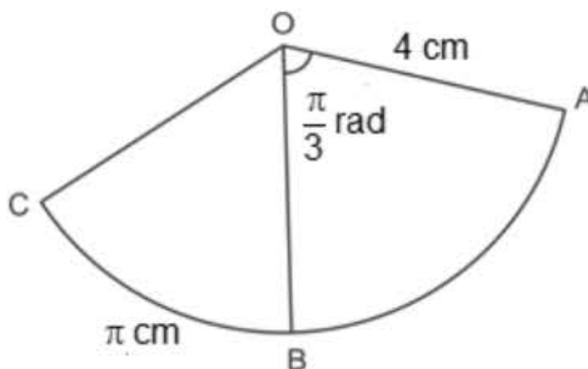
Luego

$$V = (2,28\pi \times 20) \text{ cm}^3 = 45,6\pi \text{ cm}^3$$

**Rpta.: A**

8. Dos Terrenos adyacentes tiene la forma de sectores circulares AOB y COB como en la figura. Halle el área total de ambos terrenos.

- A)  $\frac{4\pi}{3} \text{ cm}^2$       B)  $\frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$   
 C)  $\frac{14\pi}{3} \text{ cm}^2$       D)  $\frac{7\pi}{3} \text{ cm}^2$   
 E)  $\frac{17\pi}{3} \text{ cm}^2$



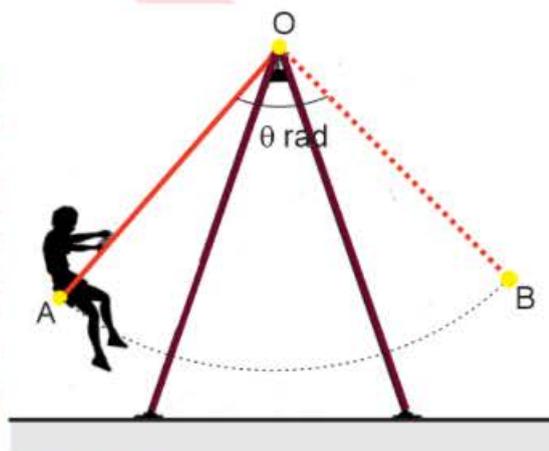
**Solución:**

$$S_{AOC} = S_{AOB} + S_{BOC} = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{3} \right) 4^2 \text{ cm}^2 + \frac{1}{2} (\pi) (4) \text{ cm}^2 = \frac{14\pi}{3} \text{ cm}^2$$

**Rpta.: C**

9. La figura representa la trayectoria circular que recorre una persona al columpiarse desde el punto A hasta el punto B en un columpio de altura 2,3 m. Además, el punto más bajo de la trayectoria con respecto al suelo tiene una altura de 50 cm. Si el recorrido lo realiza en 13 segundos y con velocidad angular constante  $\frac{\pi}{18} \text{ rad/s}$ , halle la longitud de la trayectoria.

- A)  $1,8\pi \text{ m}$   
 B)  $1,5\pi \text{ m}$   
 C)  $\pi \text{ m}$   
 D)  $1,3\pi \text{ m}$   
 E)  $2\pi \text{ m}$



**Solución:**

$$\text{Como: } \omega = \frac{\pi}{18} \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{\theta}{13} = \frac{\pi}{18}$$

$$\text{Así: } \theta = \frac{13\pi}{18}$$

Como el punto más bajo de la trayectoria con respecto al suelo tiene una altura de 50 cm.

Entonces:  $OA = 1,8 \text{ m}$

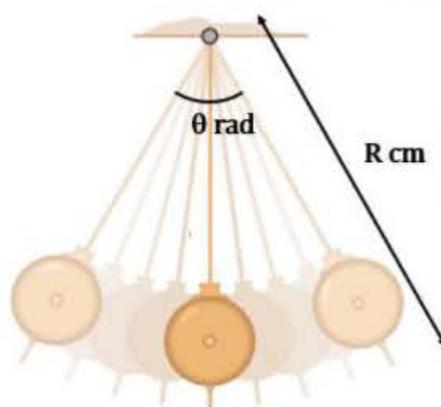
$$\text{Luego } L_{AB} = (1,8) \cdot \left( \frac{13\pi}{18} \right) \text{ m} \Rightarrow L_{AB} = 1,3\pi \text{ m}$$

Por lo tanto; la longitud de la trayectoria es  $1,3\pi$  m.

Rpta.: D

10. El tiempo que transcurre durante un balanceo completo de cierto péndulo está dado por la expresión  $k\sqrt{R}$  en segundos, donde  $k$  es una constante. Si el péndulo tarda  $\frac{1}{2}$  segundo en describir un arco de longitud  $16\pi$  cm y un ángulo central de  $\frac{\pi}{4}$  rad, determine el ángulo central de otro péndulo del mismo tipo y que describiría la misma longitud de arco y tardara 1 segundo.

- A)  $\frac{\pi}{5}$  rad      B)  $\frac{\pi}{8}$  rad  
 C)  $\frac{3\pi}{16}$  rad      D)  $\frac{\pi}{16}$  rad  
 E)  $\frac{\pi}{18}$  rad



**Solución:**

Como:  $L = \theta R$

$$\Rightarrow 16\pi = \left(\frac{\pi}{4}\right)R \Rightarrow R = 64$$

Del enunciado:

$$k\sqrt{64} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{1}{16}$$

Luego:

$$\frac{1}{16}\sqrt{R} = 1 \Rightarrow R = 256$$

$$L = \theta R \Rightarrow 16\pi = \theta(256) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{16}$$

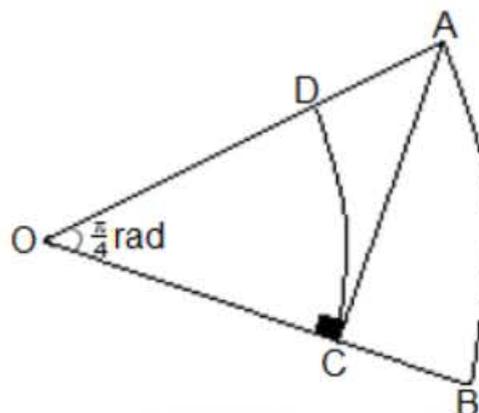
Por lo tanto, el ángulo que describiría es  $\frac{\pi}{16}$  rad.

Rpta.: D

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Si AOB y COD son sectores circulares concéntricos y  $AC = 100$  m, ¿cuánto mide el área del trapecio circular ABCD?

- A)  $1\,250\pi$  m<sup>2</sup>  
 B)  $1\,500\pi$  m<sup>2</sup>  
 C)  $1\,125\pi$  m<sup>2</sup>  
 D)  $1\,600\pi$  m<sup>2</sup>  
 E)  $1\,650\pi$  m<sup>2</sup>

**Solución:**

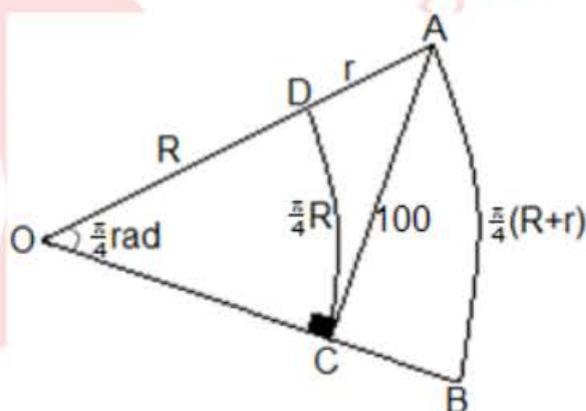
De la figura,  $OD = OC$ , por Pitágoras

$$(R+r)^2 = R^2 + 100^2$$

$$R^2 + 2Rr + r^2 = R^2 + 100^2 \rightarrow r(2R+r) = 100^2$$

$$A_{ABCD} = \left( \frac{\frac{\pi}{4}R + \frac{\pi}{4}(R+r)}{2} \right) r = \frac{\pi r(2R+r)}{4 \cdot 2}$$

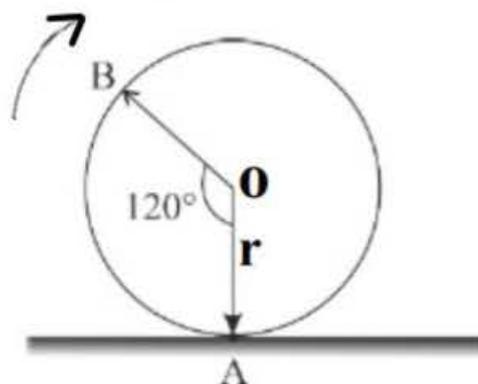
$$A_{ABCD} = \frac{\pi (100)^2}{4 \cdot 2} \text{ m}^2 = 1\,250\pi \text{ m}^2$$



Rpta.: A

2. La figura muestra la posición inicial de una rueda de centro O y radio  $r = 12$  cm que va girar sobre una superficie plana. Si al cabo de un tiempo el punto B de la rueda está en contacto con la superficie cuando el punto A ya pasó catorce veces por la superficie de contacto, ¿cuántos metros avanzó la rueda?

- A)  $(4,52)\pi$  m  
 B)  $(5,52)\pi$  m  
 C)  $(3,52)\pi$  m  
 D)  $(6,52)\pi$  m  
 E)  $(6,50)\pi$  m



**Solución:**

Sea  $L$  la longitud que avanzará la rueda

$$L = 14(2\pi)(12 \text{ cm}) + \frac{4\pi}{3}(12 \text{ cm})$$

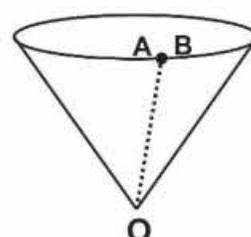
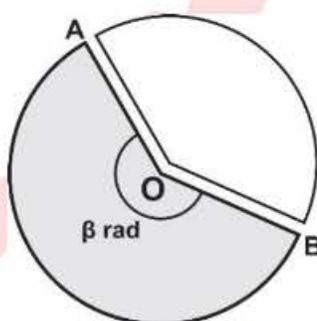
$$L = 352\pi \text{ cm}$$

$$L = (3,52)\pi \text{ m}$$

**Rpta.: C**

3. La altura de un vaso con forma de cono circular recto de papel es 24 cm. Si dicho vaso se construyó al remover la superficie de un sector circular de un círculo de papel de diámetro 60 cm, como se muestra en la figura. Halle la medida del ángulo central del sector.

- A)  $\frac{4\pi}{3}$  rad      B)  $\frac{6\pi}{5}$  rad  
 C)  $\frac{2\pi}{3}$  rad      D)  $\frac{8\pi}{5}$  rad  
 E)  $\frac{5\pi}{3}$  rad

**Solución:**

Sea  $R$  cm la longitud del radio de la base del vaso.

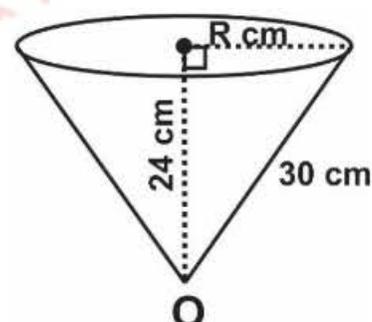
$$R^2 + 24^2 = 30^2 \Rightarrow R = 18$$

Como:  $L_{AB} = 2\pi R$  cm

$$(\beta)(30) \text{ cm} = 2\pi(18) \text{ cm}$$

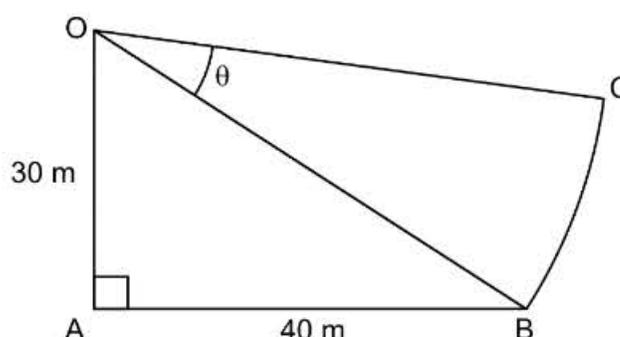
$$\beta = \frac{6\pi}{5}$$

Por lo tanto, la medida del ángulo central del sector es  $\frac{6\pi}{5}$  rad.

**Rpta.: B**

4. Cada metro cuadrado del terreno OABC, mostrado en la figura cuesta  $\frac{1200}{\pi}$  soles, se vende la parte que tiene forma de sector circular COB donde  $\theta = 30^\circ$ . ¿Cuánto es el precio del terreno vendido?

- A) 250 000 soles  
 B) 300 000 soles  
 C) 350 000 soles  
 D) 150 000 soles  
 E) 200 000 soles



**Solución:**

$\Delta$  OAB de 3k, 4k, 5k:

$$OB = 50 \text{ m}$$

Ángulo central

$$\theta = 30^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Área vendida

$$\text{Area}_{\text{COB}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{6} \right) (50)^2 \text{ m}^2$$

$$\text{Precio}_{\text{COB}} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \times 2500 \text{ m}^2 \times \frac{1200 \text{ soles}}{\pi \text{ m}^2}$$

$$\text{Precio}_{\text{COB}} = 25 \times 10^4 \text{ soles}$$

$$\text{Precio}_{\text{COB}} = 250\,000 \text{ soles}$$

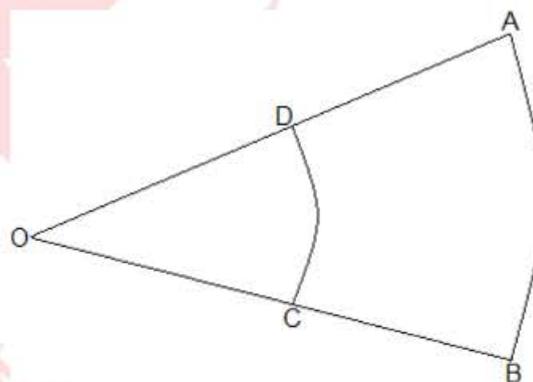
**Rpta.: A**

5. Un topógrafo usando un teodolito observó un terreno y nota que AOB, COD son sectores circulares concéntricos, la longitud del arco AB es el doble de la longitud del arco DC,  $m\angle AOB = 40^\circ$  y  $AD = 40 \text{ m}$ . ¿Cuánto es el área del trapecio circular ABCD?

A)  $\frac{5703\pi}{8} \text{ m}^2$       B)  $\frac{4803\pi}{8} \text{ m}^2$

C)  $\frac{5700\pi}{8} \text{ m}^2$       D)  $\frac{4800\pi}{9} \text{ m}^2$

E)  $\frac{4830\pi}{9} \text{ m}^2$

**Solución:**

Sea la longitud del arco AB es  $2L \text{ m}$  y del arco CD es  $L \text{ m}$

$$\text{Propiedad } \theta = 40^\circ = \frac{2\pi}{9} \text{ rad} = \frac{2L - L}{40}$$

$$\Rightarrow L = \frac{80\pi}{9}$$

Luego, el área de la región del trapecio ABCD es

$$S_{\text{ABCD}} = \left( \frac{L + 2L}{2} \right) 40 = 60L \text{ m}^2$$

$$S_{\text{ABCD}} = \frac{4800\pi}{9} \text{ m}^2$$

**Rpta.: D**

# Lenguaje

## EJERCICIOS DE CLASE

1. En el Perú, coexisten lenguas amerindias y no amerindias, las cuales pertenecen a culturas distintas. En consecuencia, se le considera una nación multilingüe y pluricultural con hablantes que dominan una o más lenguas. Lea los siguientes enunciados, luego determine la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) y marque la alternativa correcta.

- I. Gran parte de la población peruana es monolingüe en lengua española.
- II. El Perú ya era multilingüe desde antes de la llegada de los españoles.
- III. En la selva peruana, no se cuenta con hablantes bilingües ágrafos.
- IV. Existe solamente dos familias lingüísticas amerindias amazónicas.

- A) FVFF      B) VFFF      C) FFFV      D) FVVV      E) VVFF

### Solución:

En el Perú, aun con la diversidad lingüística (48 lenguas originarias) que posee, la mayoría de la población es monolingüe en lengua española. Al momento de la llegada de los españoles, el Perú ya contaba con la presencia de muchas lenguas, de las cuales algunas ya están extintas. En la región amazónica, sí hay hablantes bilingües (español y alguna lengua amerindia) ágrafos. Hay 17 familias lingüísticas amerindias amazónicas.

**Rpta.: E**

2. Considerando que el Perú es un territorio donde se hablan muchas lenguas de diferentes familias lingüísticas, seleccione la alternativa que presenta solo nombres de lenguas amerindias habladas en este país.

- A) Taíno, quechua, cauqui      B) Urarina, guaraní, náhuatl  
C) Omagua, jaqaru, orejón      D) Mapuche, aimara, quechua  
E) Huambisa, náhuatl, aimara

### Solución:

Omagua es una lengua amazónica del Perú, la cual pertenece a la familia Tupí-Guaraní; jaqaru pertenece a la familia andina Aru y orejón es de la familia amazónica Tucano; todas ellas son lenguas amerindias habladas en el Perú.

**Rpta.: C**

3. A partir de 1532 (siglo XVI), los españoles llegaron al Imperio incaico. Ellos encontraron un extenso territorio cubierto por áreas dialectales de lenguas que desde antes de su llegada se hablaban y varias de ellas no se emplean actualmente. De acuerdo con lo mencionado, seleccione la opción en la que aparecen nombres de lenguas amerindias extintas.

- A) Mochica, yagua, cauqui      B) Bora, olmos, sechura  
C) Jaqaru, chachapoyas, yine      D) Culle, amahuaca, huitoto  
E) Mochica, bagua, puquina

**Solución:**

A lo largo de la historia, muchas lenguas han dejado de emplearse en nuestro país. Según el Minedu son 37 lenguas extintas. Entre ellas, se encuentran las lenguas mochica, bagua y puquina que fueron habladas en distintas regiones del Perú.

**Rpta.: E**

4. En la actualidad, las lenguas amerindias se encuentran distribuidas en las regiones andina y amazónica. Marque la opción en la que hay, respectivamente, el nombre de una lengua andina y el de una lengua amazónica.

A) Aimara – cauqui  
D) Iquito – matsés

B) Cauqui – guaraní  
E) Quechua – mochica

C) Jaqaru – iñapari

**Solución:**

El jaqaru es una lengua andina que pertenece a la familia Aru; por otro lado, el iñapari, lengua amazónica, pertenece a la familia Arawak. Ambas son lenguas amerindias habladas en el Perú.

**Rpta.: C**

5. La lengua aimara, que pertenece a la familia lingüística amerindia Aru, es una lengua andina hablada en el sur de nuestro país. Identifique la alternativa que incluye los nombres de otros países donde se habla dicha lengua.

A) Brasil y Chile  
D) Ecuador y Bolivia

B) Chile y Venezuela  
E) Paraguay y Argentina

C) Chile y Bolivia

**Solución:**

El área dialectal de la lengua aimara está en Bolivia, Chile y Perú.

**Rpta.: C**

6. La lengua española es una de las más habladas en todo el mundo. Existen millones de personas de diversos países que la utilizan brindándole características diferentes de acuerdo con el lugar donde se emplee. Elija la alternativa cuya serie presenta afirmaciones verdaderas respecto a la lengua española.

- I. En Guinea Ecuatorial y Filipinas, se hablan dialectos de la lengua española.
- II. El español hablado en América posee estructura gramatical homogénea.
- III. En el Perú, la variedad estándar del español es la que se habla en Lima.
- IV. Es a partir del dialecto *sermo rusticus* que evolucionó la lengua española.

A) II y III

B) I y II

C) III y IV

D) I y IV

E) I y III

**Solución:**

Las áreas dialectales en donde se habla el español incluyen a Guinea Ecuatorial y Filipinas. La lengua española se desarrolló a partir del latín vulgar, llamado *también sermo rusticus*.

**Rpta.: D**

7. Teniendo en cuenta que el latín fue el idioma utilizado durante el Imperio romano y que luego se extendió a otras zonas de Europa forjando nuevas lenguas, denominadas romances o neolatinas, marque la opción en la que se presenta solo nombres de lenguas romances.

- I. Sardo, rumano, tartesio
- II. Celta, vasco, cartaginense
- III. Gallego, portugués, romanche
- IV. Catalán, provenzal, italiano

- A) II y IV      B) I y IV      C) II y III      D) I y II      E) III y IV

**Solución:**

El latín es reconocido como el idioma que dio origen a las llamadas lenguas romances, las cuales incluyen el italiano, francés, español, portugués, gallego, rumano, provenzal, catalán, romanche y sardo.

**Rpta.: E**

8. Antes de la llegada de los romanos, la península ibérica estaba habitada por diversos pueblos, quienes empleaban diferentes lenguas denominadas prelatinas o prerrománicas. Según ello, seleccione la alternativa que presenta solo nombres de dichas lenguas.

- A) Árabe, griego, catalán
- B) Celta, vasco, tartesio
- C) Íbero, púnico-fenicio, sardo
- D) Gallego, rumano, griego
- E) Romanche, vasco, celta

**Solución:**

El celta, el vasco y el tartesio se clasifican como lenguas prerrománicas o prelatinas, dado que fueron habladas en la península ibérica antes de ser invadida por los soldados romanos.

**Rpta.: B**

9. Debido al contacto prolongado entre la lengua española y las lenguas aborígenes del continente americano, estas últimas brindaron diversas palabras que se incorporaron al vocabulario español, llamándoseles americanismos. Considerando la información anterior, marque la opción en la que las palabras subrayadas constituyen americanismos.

- A) El folklore costeño se debe al mestizaje etnocultural.
- B) Se ofertan arpas y quenás en aquella feria artesanal.
- C) Toma diariamente ponche de habas en el desayuno.
- D) El principal uso del cacao es para elaborar chocolate.
- E) Luis, sembraremos trigo y cebada en aquella chacra.

**Solución:**

Las palabras subrayadas *cacao* y *chocolate* son americanismos, pues proceden de la lengua amerindia náhuatl hablada en México.

**Rpta.: D**

10. De acuerdo con el origen de las palabras, establezca la relación correcta entre las palabras subrayadas y su nombre de procedencia.

- |  |               |
|--|---------------|
| I. En Barrios Altos, todos conocemos sobre la historia de Luis D'Unian Dulanto, <u>alias</u> Tatán.    | a. Germanismo |
| II. Mañana se realizarán movilizaciones debido al alza de precios de la <u>aceituna</u> .              | b. Galicismo  |
| III. Los delegados realizaron un <u>brindis</u> por el buen desarrollo de las actividades programadas. | c. Latinismo  |
| IV. El <u>carné</u> universitario tiene muchos usos y es una ayuda económica para el estudiante.       | d. Arabismo   |

A) Ic, IIb, IIIa, IVd  
D) Ic, IIb, IIIa, IVb

B) Ib, IIb, IIIa, IVc  
E) Ib, IIb, IIIc, IVa

C) Ia, IIb, IIIc, IVd

**Solución:**

La palabra *alias* proviene del latín; *aceituna*, del árabe; *brindis*, del germánico y *carné* es un galicismo porque es propio del francés.

**Rpta.: D**

11. La lengua española es el resultado de la evolución del latín vulgar en un pequeño territorio al sudeste de Cantabria (Castilla) y, ahora, siglos más tarde se habla en distintas partes del mundo. Marque la alternativa donde aparecen nombres de lugares que forman parte de la actual área dialectal de esta lengua.

A) Paraguay, Portugal, Dinamarca  
C) Turquía, Isla de Pascua, Honduras  
E) Brasil, India, Venezuela

B) Países Bajos, Argentina, China  
D) Costa Rica, Bélgica, Haití

**Solución:**

Turquía (parte en Asia y parte en Europa), Isla de Pascua (políticamente dependiente de Chile) y Cuba (América Central) forman parte de la actual área dialectal de la lengua española; en estos lugares se hablan dialectos regionales de esta lengua.

**Rpta.: C**

12. El español hablado en el Perú presenta diversas características dialectales dependiendo de la zona geográfica o el grupo social que lo emplee. Tomando en cuenta esta información, marque la alternativa que correlaciona correctamente ambas columnas de acuerdo con las particularidades que presenta esta variación del español.

- |   |  |
|---|--|
| I. ¡Qué grandote es tu perro! El mío es chiquitito. | a. Alteración en la concordancia nominal |
| II. Ayer nos ha visitado su suegra de mi hermano.   | b. Derivación y flexión de adverbio      |
| III. La cómoda está lleno de objetos inservibles.   | c. Empleo redundante del posesivo        |
| IV. Se ha ido lejazos: ella está media preocupada.  | d. Uso de aumentativo y diminutivo       |

A) Ia, IIb, IIIc, IVb  
D) Ib, IIc, IIIa, IVd

B) Ic, IIb, IIIa, IVd  
E) Id, IIc, IIIa, IVb

C) Id, IIa, IIIc, IVb

**Solución:**

- |   |  |
|---|--|
| I. ¡Qué grandote es tu perro! El mío es chiquitito. | d. Uso de aumentativo y diminutivo       |
| II. Ayer nos ha visitado su suegra de mi hermano.   | c. Empleo redundante del posesivo        |
| III. La cómoda está lleno de objetos inservibles.   | a. Alteración en la concordancia nominal |
| IV. Se ha ido lejazos: ella está media preocupada.  | b. Derivación y flexión de adverbio      |

**Rpta.: E**

## Literatura

### EJERCICIOS DE CLASE

1. ¿Qué tema de la obra se puede inferir a partir del siguiente fragmento de la epopeya *Odisea*, de Homero?

Venerable diosa, no te enfades conmigo, que sé muy bien cuánto te es inferior la discreta Penélope en figura y en estatura al verla de frente, pues ella es mortal y tú inmortal sin vejez. Pero aun así quiero y deseo todos los días marcharme a mi casa y ver el día del regreso. Si alguno de los dioses me maltratara en el ponto rojo como el vino, lo soportaré en mi pecho con ánimo paciente; pues ya soporté muy mucho sufriendo en el mar y en la guerra. Que venga esto después de aquello.

- A) El sufrimiento del héroe griego por haber derrotado a los troyanos  
 B) La nostalgia que siente Odiseo al abandonar a la hermosa Calipso  
 C) El retorno del protagonista a Ítaca luego de diez años de ausencia  
 D) La furia que se desata en la ninfa por la inminente partida del héroe  
 E) El amor a la familia y a la patria que expresa el personaje principal

**Solución:**

Del fragmento citado, perteneciente a la *Odisea*, se infiere el tema del amor a la familia y a la patria que manifiesta Odiseo, pues este, quien solía derramar sus lágrimas mientras miraba el mar en muchas ocasiones, ansía el pronto regreso a Ítaca para reencontrarse con los suyos.

**Rpta.: E**

2. Considerando el fragmento citado de la *Odisea*, de Homero, señale a qué parte del argumento corresponde.

— Dame más vino de buen grado y dime ahora ya tu nombre para que te ofrezca el don de hospitalidad con el que te vas a alegrar. [...] Esto es una catarata de ambrosía y néctar.

Así habló, y yo le ofrecí de nuevo rojo vino. Tres veces se lo llevé y tres veces bebió sin medida. Después, cuando el rojo vino le había invadido la mente, me dirigí a él con dulces palabras: “¿Me preguntas mi célebre nombre? Te lo voy a decir [...] Nadie es mi nombre, y Nadie me llaman mi madre y mi padre y todos mis compañeros”.

- A) Al ofrecimiento de licor a un lotófago desprevenido por parte de Odiseo
- B) A la expedición al Hades y el diálogo del héroe con el adivino Tiresias
- C) Al engaño que hace Odiseo al cíclope Polifemo, hijo del dios Poseidón
- D) A la aventura del protagonista y sus guerreros en la isla del dios Eolo
- E) Al encuentro del personaje principal con el temible monstruo Caribdis

**Solución:**

El fragmento citado corresponde al engaño que realiza el héroe Odiseo para lograr vencer al cíclope Polifemo, hijo de Poseidón. De ese modo, demuestra que la astucia es más valiosa que la fuerza bruta.

**Rpta.: C**

3. Respecto al argumento de la epopeya *Odisea*, indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

- I. El protagonista encuentra a su esposa en el mundo de los muertos.
- II. Calipso retiene al protagonista hasta que Zeus le ordena liberarlo.
- III. El rey de los feacios obstaculiza el regreso de Odiseo a su patria.
- IV. Telémaco y su padre realizan su venganza contra los pretendientes.

- A) FVFF      B) VVFF      C) FFVV      D) FVVF      E) VFFV

**Solución:**

I. El protagonista encuentra a su esposa en Ítaca, tras su retorno. A quien encuentra en el Hades es a su madre. (F) II. La ninfa Calipso se enamora de Odiseo y lo retiene hasta que Zeus le ordena liberarlo. (V) III. El rey de los feacios ayuda a Odiseo a regresar a su patria. (F) IV. Tras el regreso de Odiseo, él y su hijo ejecutan la venganza contra los pretendientes de Penélope. (V)

**Rpta.: A**

4. Lea el siguiente fragmento de la epopeya *Odisea* y marque la alternativa que completa adecuadamente la siguiente afirmación: «Atenea destaca \_\_\_\_\_ de Odiseo pues estos dominan los deseos de ver a su familia».

Y le contestó la diosa de ojos brillantes, Atenea: En tu pecho siempre hay la misma cordura. Por esto no puedo abandonarte en el dolor, porque eres discreto, sagaz y sensato. Cualquiera otro que llegara después de andar errante, marcharía gustosamente a ver a sus hijos y esposa en el palacio; solo tú no deseas conocer ni enterarte hasta que hayas puesto a prueba a tu mujer...

- A) la valentía y el honor
- B) los atributos intelectuales
- C) los anhelos de venganza
- D) la astucia y la fuerza
- E) la desconfianza y los celos

**Solución:**

En el fragmento de *Odisea*, Atenea destaca la discreción, la sagacidad y la sensatez del héroe, esto es, atributos ligados a la inteligencia.

**Rpta.: B**

5. A partir de la propuesta de Homero en la epopeya *Odisea*, se observa que, en un mundo de extraordinarios héroes, curiosamente, sobresale el valor de la inteligencia en desmedro del valor físico. Asimismo, el destino del héroe se
- A) consume en medio del horror de la guerra.
  - B) alcanza cuando derrota a algún dios.
  - C) logra imponer sorteando peligros extremos.
  - D) concreta al regresar triunfante a su patria.
  - E) muestra como modelo para sus enemigos.

**Solución:**

Para Homero, en la epopeya *Odisea*, la vida es vista como un viaje rodeado de peligros inminentes, donde el héroe debe sortearlos como parte de su realización personal y la concreción de su destino heroico.

**Rpta.: C**

6. Marque la alternativa que completa de manera correcta el siguiente enunciado relacionado con los orígenes de la tragedia griega: «Se puede afirmar que la tragedia surgió a partir del ditirambo, el cual se definía como \_\_\_\_\_, que interpretaba un grupo coral, cuyos integrantes eran \_\_\_\_\_».
- A) un acto litúrgico celebrado en un palacio – parte del séquito del héroe griego
  - B) una ceremonia religiosa y solemne – machos cabríos que usaban máscaras
  - C) un ritual en favor del dios olímpico Zeus – ciudadanos pobres y pudientes
  - D) un cántico que honraba al dios Dionisos – coreutas vestidos con disfraces
  - E) una representación escénica popular – testigos del sufrimiento del corifeo

**Solución:**

La tragedia surgió del ditirambo, el cual era un canto coral en honor al dios Dionisos, dios del vino y de la fertilidad. A los integrantes del coro, quienes aparecían vestidos de sátiros, se les denominaba coreutas.

**Rpta.: D**

7. En relación con los siguientes enunciados sobre los aportes de Sófocles a la tragedia, marque la alternativa que contiene las afirmaciones correctas.
- I. Aumentó el protagonismo del coro trágico.
  - II. Prefirió la obra individual como unidad artística.
  - III. Ahondó en la motivación de sus personajes.
  - IV. Introdujo dos actores que dialogan en escena.
- A) II y III      B) I y IV      C) I, II y III      D) II, III y IV      E) III y IV

**Solución:**

I. Aumentó las partes dialogadas (actores) y redujo las partes cantadas del coro. (F)  
II. Sófocles cultivó la obra individual. (V) III. Profundizó en las motivaciones y la personalidad de sus personajes. (V) IV. Otro aporte fue aumentar a más de dos el número de actores en escena. (F)

**Rpta.: A**

8. Marque la alternativa que completa, de manera correcta, el siguiente enunciado relacionado con el tema desarrollado en la tragedia *Edipo rey*, de Sófocles: «Finalmente, y a pesar de huir de Corinto para no matar a quien creía su padre, el protagonista descubre la verdad de sus actos: sin saberlo había matado a su padre y se había casado con su propia madre; esto significa que
- A) solamente la nobleza tebana está condenada al sufrimiento».
  - B) el destino asignado a todo hombre es ciertamente ineludible».
  - C) la única manera de perdonar un mal proceder es pereciendo».
  - D) Edipo se ha vengado de sus padres porque quisieron matarlo».
  - E) el oráculo expresado por Layo antes de morir se ha cumplido».

**Solución:**

En la tragedia *Edipo rey*, el protagonista quiso huir de su destino (por eso se alejó de Corinto para, luego, arribar a Tebas); sin embargo, lo que hizo fue acercarse más a este. Edipo había asesinado a Layo y estaba unido en matrimonio a Yocasta sin saber el vínculo de parentesco que existía entre él y ellos. Al revelarse toda la verdad, se puede llegar a la conclusión de que el hombre no puede escapar del destino que se le ha impuesto.

**Rpta.: B**

9. En *Edipo rey*, el protagonista debe salir desterrado de Tebas para salvar a la ciudad de la peste. Esto implica que el personaje asume la función de
- A) mensajero de Apolo.
  - B) adivino ciego.
  - C) verdadero soberano.
  - D) chivo expiatorio.
  - E) modificador del destino.

**Solución:**

Al ser castigado con el destierro, Edipo con su condena salva a Tebas de la peste, por lo cual funciona como un chivo expiatorio, esto es, la persona que asume las culpas, las expía en lugar de otros (los ciudadanos de Tebas).

**Rpta.: D**

10. Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos sobre el argumento de *Edipo rey*, de Sófocles.
- I. Al inicio de la obra, Edipo invoca al oráculo por la salvación de Tebas.
  - II. Yocasta, reina de Tebas, se ha casado, sin saberlo, con su propio hijo.
  - III. El rey Layo murió valientemente al defender a Tebas contra la Esfinge.
  - IV. El adivino Tiresias acusa a Edipo de ser el culpable de la terrible peste.
- A) FVVV      B) VFVF      C) FVFF      D) FFFV      E) FVFV

**Solución:**

I. Al inicio de la obra Edipo se dirige a su pueblo y se lamenta por la peste en Tebas impuesta por los dioses. (F) II. La reina Yocasta se ha casado sin saberlo con su propio hijo. (V) III. El rey Layo fue asesinado por su propio hijo. (F) IV. Tiresias acusa a Edipo de ser el culpable de la peste que ha causado gran mortandad en Tebas. (V)

**Rpta.: E**

# Psicología

## EJERCICIOS DE CLASE

En los siguientes enunciados identifique la respuesta correcta.

1. El sistema límbico está formado por un conjunto de estructuras que se encuentran por debajo de la corteza cerebral. Con respecto a sus funciones es correcto afirmar que
- su actividad se evidencia en el control motor al bailar una melodía de moda.
  - está involucrada en identificar variaciones cromáticas en la pintura de un lienzo.
  - permite experimentar sorpresa al esperar un accidente de tránsito.
- A) I y II      B) I y III      C) Solo III      D) Solo II      E) Solo I

**Solución:**

La vivencia emocional es una función propia del sistema límbico.

**Rpta.: C**

2. Tadeo es un conferencista que experimenta temor a equivocarse al hablar frente a su audiencia durante su exposición. Esta emoción se evidencia en que presenta un incremento en el ritmo cardiaco, la frecuencia respiratoria y sequedad en la boca entre otros síntomas, por lo que decide salir del auditorio y sentarse en una silla hasta que baje su frecuencia respiratoria. Con respecto a este caso y las funciones del sistema nervioso autónomo es correcto afirmar que
- la sequedad en la boca, involucra la participación del sistema nervioso parasimpático.
  - el incremento del ritmo cardiaco, está disociado funcionalmente del sistema nervioso simpático.
  - la reducción de la frecuencia respiratoria al reposar, es una función del sistema parasimpático.
- A) I y II      B) I y III      C) II y III      D) Solo II      E) Solo III

**Solución:**

El sistema parasimpático es el encargado de almacenar y conservar la energía, propiciando el estado de reposo.

**Rpta.: E**

3. Unidos por el cuerpo calloso, los hemisferios cerebrales están a cargo de un conjunto de funciones específicas. Identifique el valor de verdad (V o F) con respecto a las funciones de los hemisferios cerebrales.
- La interpretación del gesto típico de «guardar silencio», está relacionada con el hemisferio derecho.
  - Diferenciar entre imágenes de números es una función del hemisferio derecho.
  - La comprensión del significado de la palabra «peligro», está relacionada con el hemisferio izquierdo.
- A) FFF      B) VVV      C) FVF      D) VFF      E) FFV

**Solución:**

El hemisferio derecho interpreta imágenes, gestos, mímica. En el hemisferio izquierdo se ubica el área de Wernicke que favorece la comprensión del lenguaje hablado.

**Rpta.: B**

4. Los lóbulos cerebrales se caracterizan por una especialización funcional que permite explicar la complejidad de la actividad cerebral. Identifique el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones con respecto a las funciones del lóbulo temporal.

- I. Procesa exclusivamente información auditiva.
- II. Su lesión podría afectar la evocación de recuerdos.
- III. El área de Broca permite comprender el lenguaje hablado.

- A) FVF      B) VVV      C) FFF      D) VFF      E) FFV

**Solución:**

El lóbulo temporal procesa la comprensión del lenguaje hablado y está involucrado en la actividad mnésica al estar asociado funcionalmente con el hipocampo.

**Rpta.: A**

5. La formación reticular es una estructura neural que a modo de red se extiende a todo lo largo del tronco encefálico. Con respecto a esta estructura es correcto afirmar que

- I. controla la intensidad de la expresión emocional.
- II. su daño puede afectar la calidad del sueño.
- III. regula toda actividad sensorial.

- A) II y III      B) I y III      C) Solo III      D) Solo II      E) I y II

**Solución:**

El sistema reticular está encargado de los procesos atencionales y del sueño-vigilia.

**Rpta.: D**

6. La ataxia es un trastorno que causa pérdida de coordinación muscular, falta de control del movimiento, dificultad para caminar y hablar. Puede tener diferentes orígenes, uno de ellos es el daño del

- A) tronco encefálico.      B) cerebelo.      C) cerebro.  
D) hipotálamo.      E) hipocampo.

**Solución**

El cerebelo es la estructura nerviosa que regula el movimiento voluntario controlando el tono muscular para mantener la postura corporal, también coordina la ejecución de movimientos, brindando equilibrio.

**Rpta.: B**

7. El sistema nervioso central es una red organizada de tejido neural. Relaciona los siguientes elementos del sistema nervioso con sus respectivas funciones.
- |                        |  |
|------------------------|--|
| I. Neuroglías          | a. Llevan el impulso nervioso de los receptores sensoriales hacia el sistema nervioso central. |
| II. Neuronas aferentes | b. Influyen en la comunicación interneuronal.  |
| III. Neurotransmisores | c. Brindan soporte metabólico a las neuronas.  |
- A) Ia, IIb, IIIc    B) Ia, IIc, IIIb    C) Ic, IIa, IIIb    D) Ib, IIc, IIIa    E) Ib, IIa, IIIc

**Solución:**

Ic: Las células gliales o neuroglías son aquellas que mantienen las neuronas en su lugar, las nutren y las ayudan a funcionar como deben.

Ila: Las neuronas aferentes, captan la información del medio ambiente, conduciéndola hacia el SN.

IIIb: Los neurotransmisores son biomoléculas que transmiten la información química de una neurona al espacio sináptico

**Rpta.: C**

8. Después de una isquemia a nivel cerebral, la señora Berna no evidencia dificultades para organizar sus rutinas quehaceres domésticos, pero presenta episodios de intenso enojo que sus hijos manifiestan que nunca habían ocurrido antes. Con respecto a este caso se puede inferir que, el accidente cerebro vascular que produjo la isquemia, se puede haber producido en el lóbulo
- A) temporal.    B) ínsular.    C) parietal.    D) occipital.    E) frontal.

**Solución:**

En el lóbulo frontal se encuentra el área prefrontal, que es la zona responsable de la actividad cognoscitiva superior, entre las que encontramos: planear, decidir, fijarse metas, establecer propósitos, solucionar problemas, controlar reacciones emocionales, brindándole un matiz ético-moral a las acciones.

**Rpta.: E**

9. Matías acude a una interconsulta con el neurólogo porque después de una infección viral ya controlada, sufre de debilidad y sensación de hormigueo en sus piernas. El médico luego de examinarlo, le informa que su sistema inmunitario está atacando sus nervios, por eso sus músculos tienen problemas para responder a las señales del cerebro. Podemos afirmar que el trastorno mencionado está afectando el sistema nervioso
- A) central.    B) periférico.    C) simpático.  
D) parasimpático.    E) límbico.

**Solución:**

Los nervios que salen o entran del encéfalo o médula espinal, permitiendo que los impulsos nerviosos viajen desde y hacia las regiones más alejadas, o periféricas, del cuerpo humano, conforman el Sistema Nervioso Periférico.

**Rpta.: B**



**Solución:**

La garantía constitucional de habeas corpus procede ante el hecho u omisión, por parte de cualquier autoridad, funcionario o persona, que vulnera o amenaza la libertad individual o los derechos constitucionales conexos. Por ejemplo: la libertad de tránsito en sus diversas manifestaciones ligadas principalmente al libre tránsito de las vías de uso público, vías de uso que sin ser públicas son de uso común y el libre ingreso y salida del domicilio, entre otros.

**Rpta.: E**

3. Establezca la relación correcta entre las siguientes garantías constitucionales y los casos en los que proceden.

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| I. Acción de amparo                | a. Juan es detenido por dos efectivos policiales, por más de dos semanas, sin tener orden de captura, ni haber cometido delito flagrante.          |
| II. Habeas corpus                  | b. Una resolución del consejo municipal impide contratar a ciudadanos extranjeros en su jurisdicción, ello contradice a la ley general de trabajo. |
| III. Acción popular                | c. Lucía fue impedida de ingresar a un prestigioso restaurante por ser de descendencia afroperuana.  |
| IV. Acción de inconstitucionalidad | d. Una ley contra los congresistas tráfugas limita su labor en las diversas funciones que acredita lo dispuesto por la Constitución.               |

A) Ib, IId, IIIa, IVc

B) Ic, IIa, IIIb, IVd

C) Id, IIc, IIIb, IVa

D) Ic, IIa, IIIId, IVb

E) Ib, IIa, IIIId, IVc

**Solución:**

(Ic) La Acción de amparo se interpone a la vulneración o amenaza frente a la discriminación.

(IIa) El *habeas corpus* se interpone cuando se vulnera o amenaza la libertad individual.

(IIIb) La Acción popular procede cuando una norma o acto administrativo vulnera una ley.

(IVd) La Acción de inconstitucionalidad se interpone en el Tribunal Constitucional cuando una ley o norma con rango de ley vulnera la Constitución política.

**Rpta.: B**

4. Un grupo de estudiantes de diversos colegios fueron invitados a escuchar un debate referente a los «Retos del Bicentenario». Muchos de ellos quisieron expresar sus ideas, pero no se les permitió bajo el sustento que no son ciudadanos en ejercicio y no es necesario ni importante escuchar sus expresiones. Ante esta situación, fueron a reclamar sus derechos a los organizadores del evento. De lo mencionado, ¿qué principio sobre los Derechos del Niño se estaría vulnerando?

A) La supremacía del niño

B) El derecho a la vida y la supervivencia

C) La no discriminación

D) La participación infantil

E) El derecho al desarrollo físico

**Solución:**

La participación infantil es un derecho y uno de los 4 principios fundamentales de la Convención sobre los Derechos del niño/a. También es una responsabilidad ya que implica compartir las decisiones que afectan a la vida propia y a la vida de la comunidad en la cual se vive.

**Rpta.: D**

## Historia

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Después que se demostró que la teoría de Florentino Ameghino estaba equivocada, los posteriores investigadores sobre el origen del hombre americano plantearon una hipótesis \_\_\_\_\_, para encontrar una correcta explicación del inicio poblacional de nuestro continente. Así también, ya no se aceptaba la idea de que provenimos de un solo flujo étnico migratorio, sino que se plantean teorías de carácter \_\_\_\_\_ tal como lo sustentó \_\_\_\_\_, autor de la teoría oceánica.

- A) autoctonista – monoracial – Méndez Correia
- B) inmigracionista – poliracial – Paúl Rivet
- C) inmigracionista – monogenista – Alex Hrdlicka
- D) aloctonista – poligenista – Dennis Stanford
- E) autoctonista – poliracial – Paul Rivet

**Solución:**

Alex Hrdlicka, fue el antropólogo que demostró que la teoría autoctonista de Florentino Ameghino estaba errada, al comprobar que los restos del *homo pampeanus* eran de monos que correspondían a estratos cuaternarios y no terciarios. Los estudiosos de este tema encontraron en las corrientes inmigracionistas la explicación sobre el origen del hombre americano.

**Rpta.: B**

2. Durante el periodo lítico del antiguo Perú, los pobladores andinos tuvieron que adaptarse al relieve de la sierra y la costa para lograr su supervivencia. La tradición costeña se caracterizó en lo económico, porque el antiguo peruano
- A) desarrolló la caza de camélidos andinos y cérvidos.
  - B) aprovechó los recursos marinos y la caza de camélidos.
  - C) intensificó la recolección selectiva de tubérculos.
  - D) buscó recursos en el mar, valles, lomas y humedales.
  - E) practicó una economía mixta, alternando la pesca con la horticultura.

**Solución:**

El periodo lítico significó para el hombre andino un reto ya que tuvo que adaptarse a la geografía y clima propias del periodo que se presentaba, el Pleistoceno. Para lograr su subsistencia recurrió a buscar el alimento de los valles, lomas, humedales y los recursos del mar.

**Rpta.: D**

3. El Arcaico inferior se caracterizó porque se da el tránsito de una economía de subsistencia a una economía productora. La investigación arqueológica descubrió diferentes yacimientos pertenecientes a este periodo. Señalar la secuencia cronológica correcta de estos sitios arqueológicos, cuyas manifestaciones culturales mencionan los siguientes enunciados.

- I. Guitarrero II: evidencias de horticultura inicial en el callejón de Huaylas.
- II. Telarmachay: los primeros corrales de camélidos encontrados en Tarma.
- III. Nanchóc: los primeros cultivos del Perú, encontrados en Cajamarca.
- IV. Santo Domingo: aldea de pescadores horticultores más antiguos de la costa.

A) III, I, II, IV    B) IV, I, II, III    C) III, I, IV, II    D) I, II, III, IV    E) IV, III, II, I

**Solución:**

Tim Diltalay descubrió el yacimiento arqueológico de Nanchóc en Cajamarca (6500 a.C). Aquí se encontró la evidencia más antigua de horticultura en América. Thomas Lynch descubrió a Guitarrero II (6000 a.C), que también demostró evidencias de horticultura temprana en el callejón de Huaylas. Federico Engel, descubrió en pisco, Ica, la aldea más antigua de la costa peruana (5800 a.C). Por su parte Daniele Lavallo encuentra los restos del primer corral de auquénidos en el Perú, en Tarma, Junín (5200 a. C).

**Rpta.: C**

4. Las investigaciones sobre el estudio del desarrollo de las culturas prehispánicas realizadas por John Rowe y Luis Guillermo Lumbreras permitieron sistematizar periodos en la evolución de la civilización andina. Al respecto, señale el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.

- I. La metodología de periodizar de Rowe se basó en el estudio socioeconómico de los pueblos.
- II. El periodo que Lumbreras denominó primer desarrollo regional es lo que Rowe llamó Intermedio temprano.
- III. Para Rowe existieron tres horizontes culturales en el Perú prehispánico, donde impone su hegemonía una cultura panandina.
- IV. Según Lumbreras, inmediatamente después del Formativo Andino, se constituyó el Imperio Wari.

A) FVVF    B) FFVF    C) VVFF    D) VVFV    E) FVFV

**Solución:**

El criterio de John Rowe para sistematizar periodos en la época prehispánica de la historia del Perú fue el estudio de la difusión de la cerámica. Luis Guillermo Lumbreras fue el que aplicó la metodología de estudiar el desarrollo socioeconómico de los pueblos. El periodo que Lumbreras llamó primer desarrollo regional coincide con el periodo Intermedio temprano que estableció John Rowe. Es este arqueólogo quien planteó que existían tres horizontes culturales que se diferencian de los intermedios, porque en aquellos periodos predomina una cultura panandina. Para Lumbreras, después del periodo formativo continua el periodo del primer desarrollo regional y no del Imperio Wari.

**Rpta.: A**

5. Los autores de las teorías sobre el origen de la Civilización andina debatían si la cultura peruana se originó como consecuencia de un desarrollo autónomo interno o fue producto de influencias foráneas. Indique sobre este aspecto, cuáles de las proposiciones son correctas.
- I. Max Uhle afirmó que las primeras culturas del Perú fueron Proto-Chimú y Proto-Nazca.
  - II. Julio C. Tello planteó que el primer foco de irradiación cultural en América fue Valdivia de Ecuador.
  - III. Federico Kauffman consideró que el origen de la cultura peruana se encuentra en la selva central.
  - IV. Julio C. Tello, estudioso de Chavín, afirmó que esta fue la cultura matriz del Perú precolombino.
- A) II, III y IV    B) I, IV    C) I, III    D) I, II y IV    E) I, II

**Solución:**

Diversas teorías discutieron sobre el verdadero origen de la cultura peruana.

Max Uhle dijo que esta se originó por influencia de los Mayas y que las primeras altas culturas del Perú fueron Proto Chimú y Proto Nazca. Su teoría es conocida como Inmigracionista.

Julio C. Tello consideraba que la dinámica interna de desarrollo de las antiguas sociedades peruanas forjó una cultura propia o autóctona siendo Chavín la cultura matriz de la civilización Andina. A su teoría se le llama autoctonista.

Federico Kauffman Doig sostuvo que Valdivia (Ecuador), fue el primer foco de irradiación cultural en América. Su teoría se denomina Aloctonista.

Rpta.: B

## Geografía

### EJERCICIOS DE CLASE

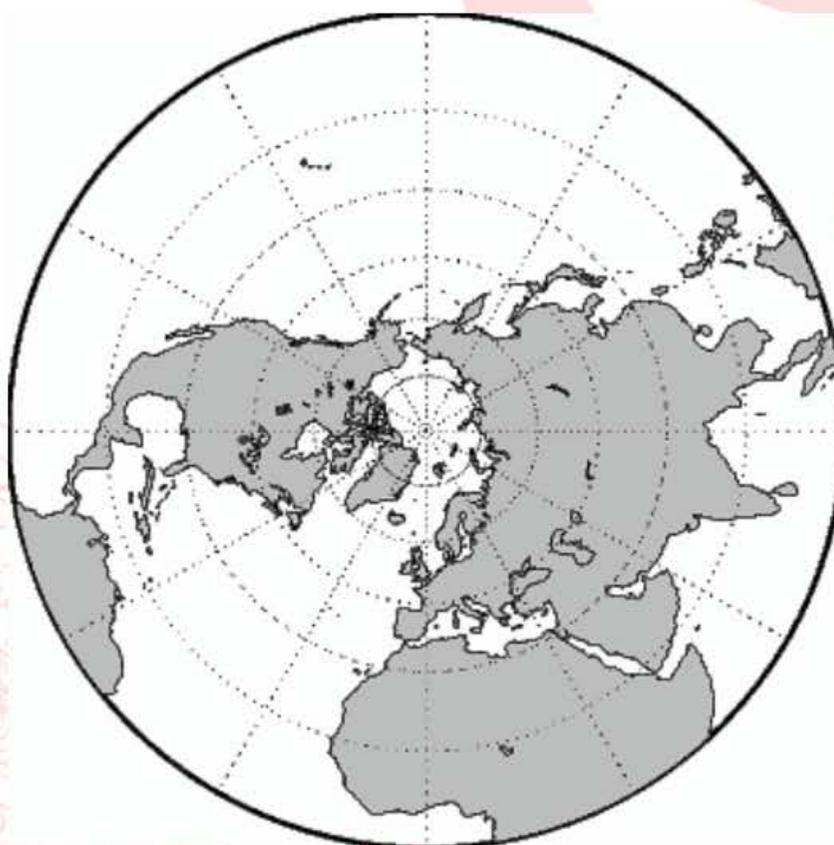
1. Autoridades del Gobierno Regional de Huancavelica viajaron a Alemania con el objetivo de atraer inversiones. Para mostrar las potencialidades de la región, presentaron documentos cartográficos elaborados a escala 1 / 100 000, siendo objetados por carecer del suficiente nivel de detalle requerido por los inversionistas. De acuerdo a la información proporcionada, identifique los enunciados correctos.
- I. Los planos topográficos fueron los documentos utilizados por los funcionarios.
  - II. Las escalas de menor tamaño son las más idóneas para el fin planteado.
  - III. Los funcionarios prescindieron del principio de generalización cartográfica.
  - IV. Un documento cartográfico a escala 1 / 50 000 ofrece mayor nivel de detalle.
- A) I, II y III    B) II y IV    C) I, II y IV    D) I y III    E) III y IV

**Solución:**

- I. Incorrecto. A partir de la escala referida (1/100 000), se deduce que los documentos utilizados por los funcionarios fueron cartas.
- II. Incorrecto. Escalas de mayor tamaño hubiesen sido más útiles para el fin planteado, ya que ofrecen mayor nivel de detalle.
- III. Correcto. Los funcionarios obviaron el principio de generalización cartográfica, que consiste en la selección de lo principal y esencial del tema, según la escala del mapa.
- IV. Correcto. Un documento cartográfico a escala 1 / 50 000 ofrece mayor nivel de detalle por tratarse de una escala de mayor tamaño que una de 1 / 100 000.

**Rpta.: E**

2. Tomando en cuenta la proyección con la que ha sido elaborado el documento cartográfico que se presenta, determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados.



- I. El punto central del área representada registra el mayor valor de latitud.
- II. Los meridianos son líneas que divergen del polo norte hacia el círculo máximo.
- III. La región central de África presenta menor deformación que el Ártico.
- IV. La zona periférica sería mejor representada por una proyección cilíndrica.

A) VFFV      B) FVFV      C) VVFF      D) FFVV      E) VVVV

**Solución:**

- I. Verdadero. El punto central es el polo norte, que posee el mayor valor de latitud: 90°.
- II. Verdadero. Los meridianos aparecen como líneas rectas que unen el polo norte y el ecuador.

- III. Falso. En la proyección acimutal polar las regiones ecuatoriales como el centro de África presentan mayor deformación.
- IV. Verdadero. La zona periférica del mapa registra valores de baja latitud, por ende, estaría mejor representada por una proyección cilíndrica.

Rpta.: C

3. A partir de la escala gráfica que contiene el mapa de la Comunidad de Madrid. Determine la alternativa que presente la escala numérica correcta.



- A) 1:5 000 000  
D) 1:2 500 000

- B) 1:7 500 000  
E) 1:250 000

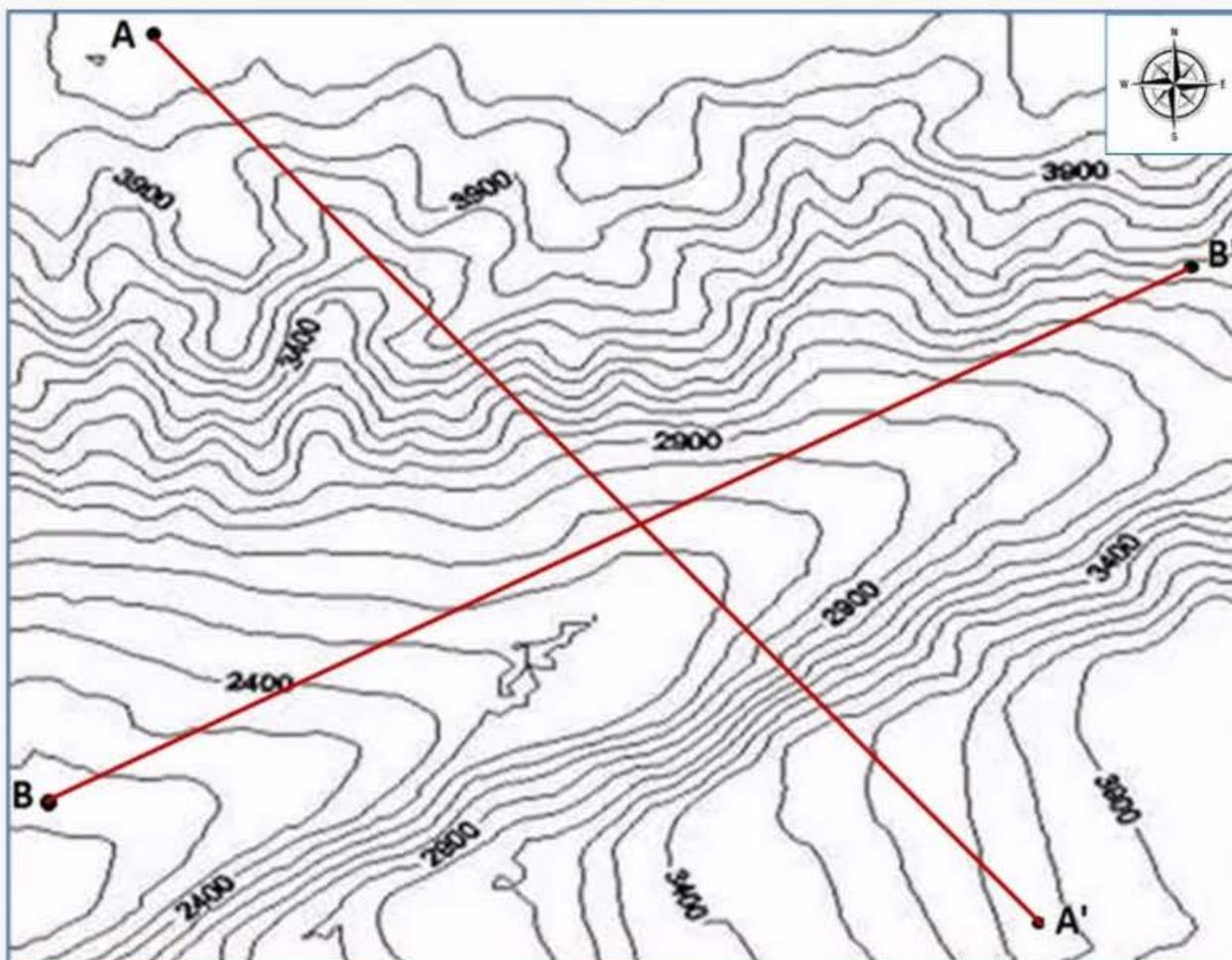
- C) 1:500 000

**Solución:**

En la escala gráfica se cumple que  
1 cm equivale a 25 km  
1 cm equivale a 2 500 000 cm  
Por lo tanto, la escala numérica es 1: 2 500 000

Rpta.: D

4. Con la relación a la información que se brinda en el siguiente gráfico, determine el valor de verdad (V o F) de los enunciados que se presentan a continuación.



- I. La parte central tiene menor pendiente que el sector norte.
- II. El perfil topográfico A-A' es más accidentado que el B-B'.
- III. La equidistancia empleada en la carta es de 500 metros.
- IV. La curva de nivel de menor cota se localiza a 2100 m s. n. m.

A) VFFV      B) VVFF      C) FVFF      D) FFVV      E) VFVF

**Solución:**

- I. Verdadero. Dado que en la parte central las curvas de nivel presentan mayor separación, se puede afirmar que tiene menor pendiente que el sector norte.
- II. Verdadero. El perfil topográfico A-A' es más accidentado que el B-B' porque atraviesa más curvas de nivel, y con menor separación entre ellas, que el perfil B-B'.
- III. Falso. La equidistancia, es decir, la distancia altitudinal entre curvas de nivel próximas, es de 100 metros.
- IV. Verdadero. La curva de nivel de menor cota, situada en el sector suroccidental del área representada, se localiza a 2100 m s. n. m.

**Rpta.: B**



**Solución:**

El costo fijo medio es igual al costo fijo entre el volumen de producción. En la medida en que se incrementa el costo marginal debido a la productividad marginal decreciente, el costo medio también se incrementa; en tanto que, a mayor producción, estando constante el costo fijo, el costo fijo medio disminuye.

**Rpta.: B**

4. Para una empresa productora de sillones y comedores que dispone de insumos fijos (maquinarias, herramientas, instalaciones) y también insumos variables (mano de obra, materias primas). En el corto plazo, a medida que se incrementa el número de trabajadores, secuencialmente experimentará lo siguiente:

1. el producto medio y el producto marginal del trabajo son iguales.
2. el producto marginal del trabajo tiene una tendencia creciente.
3. el producto marginal del trabajo es igual a cero.
4. nivel máximo de producto marginal del trabajo.
5. el producto marginal del trabajo tiene una tendencia decreciente.

A) 3,2,1,5,4    B) 2,4,5,1,3    C) 1,2,5,4,3    D) 2,4,5,3,1    E) 4,5,3,2,1

**Solución:**

De acuerdo a la teoría de la producción, en el corto plazo, a medida que se incrementa la cantidad de insumos variables (trabajo), el Pmg L tiene una tendencia creciente, hasta llegar al nivel más alto (punto de inflexión en el producto total), para posteriormente tener una tendencia decreciente (en la primera etapa). Luego de incrementar insumo variable llega hasta el punto en que  $Pmg L = Pme L$  (punto del óptimo técnico), siguiendo una tendencia decreciente del Pmg L hasta llegar a cero, donde el producto total es el máximo nivel (segunda etapa).

**Rpta.: B**

5. Para finales del mes de agosto del presente año el precio del pollo llegó a registrar entre 11 a 13 soles el kilo en algunos mercados de la capital, llevando a la situación de que los hogares compren menos cantidades u opten por dejar de consumirlos ya que surgen alternativas como el mondongo, patitas o espinazo; por otro lado, quienes también son clientes en estos mercados son los dueños de los pequeños restaurantes que redujeron significativamente sus compras de la carne avícola. Representando, para cada tipo de consumidor, un bien \_\_\_\_\_, respectivamente.

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| A) de consumo – infungible | B) infungible – de capital |
| C) de consumo – de capital | D) transables – consumo    |
| E) intransable – mueble    |                            |

**Solución:**

Según su destino, los bienes se clasifican en: de consumo y de capital, el primero está orientado a la satisfacción directa de las necesidades, en tanto, el segundo para la elaboración de otros bienes y/o servicios.

**Rpta.: C**

6. De los siguientes enunciados, relacione la actividad con el sector productivo y marque la respuesta correcta.

- |  |                      |
|--|----------------------|
| I. Explotación de gas natural del lote 88 y 56 – Camisea – Cusco | a. Sector terciario  |
| II. Créditos hipotecarios al 7 % de interés anual                | b. Sector primario   |
| III. Concierto de Coldplay y Guns N' Roses en Lima               | c. Sector secundario |
| IV. Ampliación del aeropuerto internacional Jorge Chávez         |                      |
- A) Ib, IIc, IIIa, IVc                      B) Ib, IIa, IIIa, IVc                      C) Ic, IIa, IIIb, IVc  
D) Ic, IIe, IIIb, IVa                      E) Ia, IIb, IIIc, IVb

**Solución:**

- I. El aprovechamiento de los hidrocarburos (petróleo – gas natural) en la etapa de extracción está dentro del sector primario.  
II. Los servicios que se brindan en el sistema financiero pertenece al sector terciario.  
III. Los espectáculos culturales, conciertos de artistas, etc. pertenecen al sector terciario.  
IV. La ampliación (edificación, construcción) de la infraestructura del aeropuerto internacional Jorge Chávez, pertenece al sector secundario.

**Rpta.: B**

7. Los intentos de parte del Gobierno para la compra de fertilizantes para la nueva campaña agrícola por tercera vez consecutiva no prosperaron, declarándose desierta dicho proceso, que tendría como efecto la menor provisión de alimentos en los mercados y el impacto en la inflación, ya que dentro de los estimados que lleva a cabo el BCR decidió por incluir a los precios de los fertilizantes. Por otro lado, el duro golpe también se hace sentir en los restaurantes que tienen que reducir sus raciones para poder lidiar con el incremento en los costos y de los hogares sobre todo de los estratos de ingresos bajos que destinan casi el 45 % de ello en alimentos.

Del enunciado anterior, se pone de relieve el impacto que genera la crisis de los fertilizantes en las etapas del proceso económico denominados

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| A) producción y consumo.    | B) circulación e inversión. |
| C) distribución y consumo.  | D) consumo e inversión.     |
| E) inversión y circulación. |                             |

**Solución:**

La escasez y los precios altos de los fertilizantes lleva a que los agricultores del país reduzcan sus volúmenes de producción y tengan que incrementar los precios a la cual ofrecen sus cosechas, todo esto reflejándose en los costos para los restaurantes y los gastos del consumidor final que representan un porcentaje muy significativo del ya precario y cada vez deteriorado salario que perciben.

**Rpta.: A**

8. Manuel es un reconocido empresario que, para atender a la demanda por fiestas de fin de año, con los escasos recursos que posee, puede producir entre juguetes y panetones. Al aumentar la producción de panetones, se verifica que, en el modelo de la Frontera de Posibilidades de Producción (FPP), se generó un cambio de un punto a otro a lo largo de la misma curva. Por lo cual se puede afirmar que

- I. produce juguetes a niveles eficientes.
- II. produce una menor cantidad de juguetes.
- III. se encuentra en pleno empleo.
- IV. hubo un avance tecnológico en la producción de panetones.

A) I y II      B) Solo I      C) II y IV      D) I, II y III      E) III y IV

**Solución:**

- I. Las combinaciones a diferentes niveles de producción de ambos bienes, que se sitúan a lo largo de la curva de las FPP se producirá a niveles eficientes.
- II. Diferentes combinaciones a lo largo de la curva de la FPP, lleva a incurrir en costo de oportunidad, es decir, ante un incremento en la producción de un bien tendrá como consecuencia una disminución en la producción del otro bien. De acuerdo al enunciado a mayor producción de panetones, menor será la producción de juguetes.
- III. Los niveles de producción que se ubiquen a lo largo de la curva de la FPP se encuentra en pleno empleo (nivel eficiente).
- IV. El aumento en la producción de panetones obedece a un cambio en la combinación a lo largo de la misma curva (costo de oportunidad).

**Rpta.: D**

9. De acuerdo a la función de producción de una empresa que se encuentra en el corto plazo, señale la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados y marque la respuesta correcta.

- ( ) En la segunda etapa, el producto marginal del trabajo es negativo.
- ( ) Siempre que el producto marginal del trabajo aumenta, aumenta el producto total.
- ( ) Solo si el producto marginal del trabajo aumenta, aumenta el producto total.
- ( ) Cuando el producto marginal es igual a cero, se encuentra en el punto del óptimo técnico.

A) FFFF      B) FV FV      C) VFVV      D) FVFF      E) VVVV

**Solución:**

- (F) En la segunda etapa, el producto marginal del trabajo tiene una tendencia decreciente, pero no negativa.
- (V) Siempre que el producto marginal del trabajo aumenta, aumenta el producto total (dentro de la primera etapa).
- (F) El producto total puede aumentar aun cuando el producto marginal del trabajo disminuye (en la segunda etapa).
- (F) Cuando el producto marginal es igual a cero, se encuentra en el nivel máximo del producto total.

**Rpta.: D**

10. A casi tres años de la aparición y propagación del virus de la Covid-19, las medidas de protección para evitar el contagio continúan vigentes en la comunidad, es así como las personas al salir de sus hogares portan sobre el cuello, cartera o en el bolsillo el alcohol medicinal o la presentación en gel, así como en dispensas de establecimientos, centros comerciales de libre concurrencia, escuelas, etc., dicho producto satisface una necesidad \_\_\_\_\_ y tiene como característica ser \_\_\_\_\_.
- A) secundaria – concurrente  
 B) primaria – fijable  
 C) secundaria – ilimitado  
 D) primaria – ilimitado  
 E) terciaria – sustituible

**Solución:**

Las necesidades primarias son aquellas que al satisfacerlas permiten la conservación de nuestra integridad física, la vida, la salud, etc., como lo es el uso de alcohol medicinal como barrera de protección frente al contagio de algunas enfermedades y que al ser consumido de manera habitual se caracteriza por ser fijable.

**Rpta.: B**

## *Filosofía*

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Mucha gente cree tener la verdad o la falsedad. Ello se percibe cuando alguien defiende su punto de vista frente a otras personas. Esto es muy común en los sujetos que, cuando expresan algo, consideran que se debe respetar y validar lo que afirman por el solo hecho de mencionarlo.

De lo anterior se deduce que

- A) en nuestro tiempo, se rechazan plenamente las ideas fundamentales de los sofistas.  
 B) el autoconocimiento resulta ser una de las características claves de nuestros días.  
 C) en la sociedad de nuestros días, Sócrates y Aristóteles tienen mucha influencia.  
 D) el respeto por las ideas del otro es la clave para alcanzar la verdad en la vida.  
 E) en la actualidad, muchas personas piensan conforme al relativismo de los sofistas.

**Solución:**

Si en la actualidad impera la creencia que sostiene que la verdad y la falsedad son decididas de acuerdo con el parecer de cada persona, entonces de algún modo las personas coinciden con el relativismo de los sofistas.

**Rpta.: E**

2. Alberto es un maestro albañil que está construyendo una casa de campo de dos pisos en Huaral. Él tiene el deseo de poder ir de vacaciones con su familia en el próximo verano. Según la teoría de las cuatro causas de Aristóteles, en el enunciado se está haciendo referencia respectivamente a la causa

- A) eficiente y final.  
 B) material y formal.  
 C) esencial y final.  
 D) final y material.  
 E) formal y final.

**Solución:**

Según la teoría de las cuatro causas de Aristóteles, aquel que construye es la causa eficiente, y el objetivo de tener la casa para ir de vacaciones es la causa final.

**Rpta.: A**

3. De acuerdo con Sócrates, el cultivo del alma debe ser el fin de nuestra existencia y es la actividad que alcanza la máxima realización de nuestro ser. Así, un ejemplo que evoque dicha cuestión es

- A) la vida teórica está al margen de la práctica.
- B) el no poder actuar antes de saber qué somos.
- C) solo el filósofo puede realizar acciones buenas.
- D) solo una vida autoexaminada es virtuosa.
- E) el ser y el bien son conceptos independientes.

**Solución:**

Nuestra esencia como seres humanos es nuestra alma, la cual debe de cultivarse, ya que es sede de la actividad intelectual y ética al mismo tiempo. Una de las formas de cultivo es autoexaminándose a sí mismo, esto es una forma de encontrar la virtud.

**Rpta.: D**

4. Todas las cosas que están en la realidad son producto del mundo de las ideas. Nuestros cuadernos y lapiceros son copias de las esencias que constituyen el mundo inteligible. Así, los fabricantes de dichos objetos se seguirán pasando dichas ideas para producir más y más cuadernos y lapiceros. No obstante, la idea de tales cosas no perece, en cambio, los objetos que se hacen producto de las ideas, sí.

De acuerdo con Platón, del enunciado podemos colegir que el

- A) mundo sensible es real, perfecto, atemporal e inmutable.
- B) hombre virtuoso solo debe dominar su ser y sus ideas.
- C) mundo sensible está por encima del mundo inteligible.
- D) sujeto puede alcanzar lo inteligible mediante lo sensible.
- E) mundo real existe independientemente del mundo sensible.

**Solución:**

Para Platón, las cosas son producto del mundo de las ideas, allí se encuentra la verdadera realidad.

**Rpta.: E**

5. El camino hacia la verdad debe ser entendido como una búsqueda común con los demás hombres. Para lograr tal fin, el método filosófico más conveniente es el diálogo. Así, \_\_\_\_\_ es para \_\_\_\_\_ el método que permite alcanzar, de modo progresivo, la verdad que se encuentra en el interior de cada hombre.

- |                               |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|
| A) la filosofía – Aristóteles | B) la virtud – Sócrates        |
| C) el idealismo – Platón      | D) el relativismo – Protágoras |
| E) la mayéutica – Sócrates    |                                |

**Solución:**

Para Sócrates, la mayéutica es un método donde el interlocutor descubre las verdades por sí mismo.

**Rpta.: E**

6. Según Aristóteles, la causa formal es el patrón o la estructura que, cuando está presente, convierte la materia en un ser particular, pero que en principio solo existe potencialmente.

Así, si ejemplificamos dicha cuestión tenemos que

- A) una semilla es en potencia una flor.
- B) los planos solo sirven para construir.
- C) un martillo es usado para hundir clavos.
- D) una oruga es en acto una oruga.
- E) un barco hecho de plástico y papel.

**Solución:**

Para Aristóteles la causa formal es el principio que determina la materia, convirtiéndola en una esencia particular.

**Rpta.: D**

7. De acuerdo con la teoría hilemórfica, podríamos decir que la carpeta que se encuentra en el salón de clases posee un componente de madera y una figura que lo hace ser como tal, igualmente sucede con nuestros lapiceros, poseen un componente de plástico, tinta, punta de metal y una figura que permite identificarlo como objeto útil para escribir.

Del enunciado podemos inferir que los objetos poseen

- A) materia y forma que pueden disolverse.
- B) forma al igual que las ideas platónicas.
- C) materia ligada a la forma accidentalmente.
- D) materia y forma que son insolubles.
- E) materia, la cual es su principio inmutable.

**Solución:**

Para Aristóteles, la causa formal es el principio que determina la materia convirtiéndola en una esencia particular.

**Rpta.: D**

8. «Los sofistas son maestros ambulantes que ejercen su actividad docente mediante honorario. No forman una escuela filosófica ni representan una doctrina definida. En lugar de la incógnita del universo, estudiada por los filósofos anteriores, se interesan por los problemas del hombre y de la sociedad humana. Tornan problemáticos campos hasta entonces considerados como seguros. Remueven así el dogmatismo ingenuo, divinando horizontes desconocidos y vírgenes: en la Ética, Derecho, Pedagogía, Gramática, Gnoseología. Pero no obtienen normas objetivas para la vida teórica y práctica, sino permanecen en el relativismo y subjetivismo. Sobreestiman el arte de la palabra y de la contienda».

ALARCO, Luis Felipe (1970) *Lecciones de Metafísica*. 5ta edición. Lima, UNMSM, pp. 28-29.

Del texto se puede inferir que los sofistas no pudieron encontrar normas objetivas porque

- A) usaban la persuasión de la palabra para defender sus tesis.
- B) los horizontes desconocidos no son exactos ni precisos.
- C) creían que la precisión es una cuestión propia de los dioses.
- D) discutían a través de los diálogos con Sócrates y sus discípulos.
- E) su doctrina no les permitía conformar escuelas filosóficas.

**Solución:**

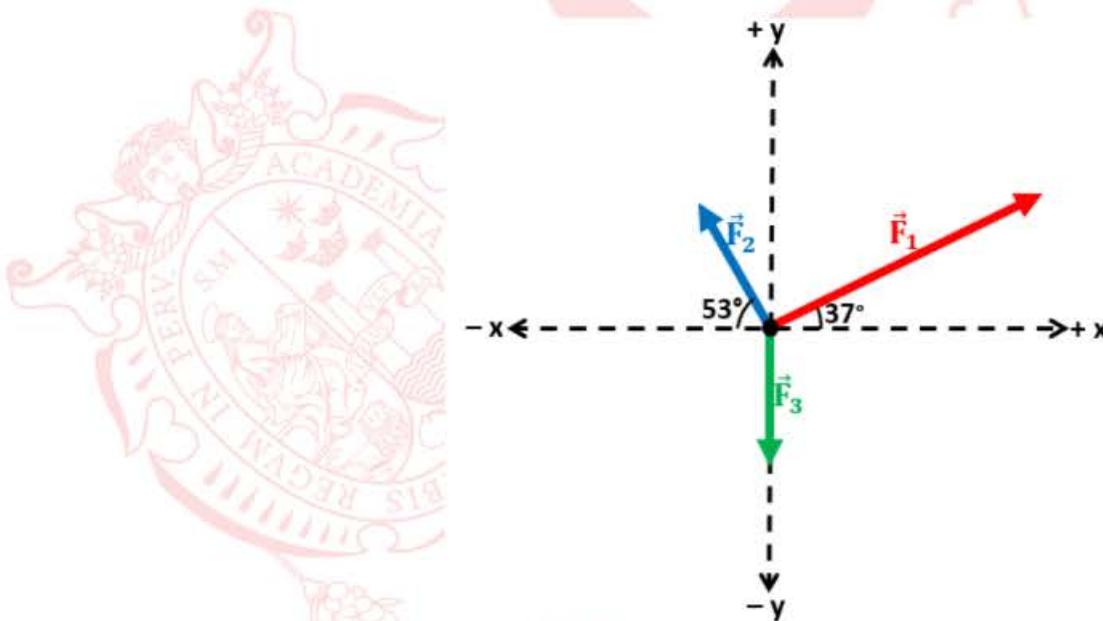
Para los sofistas, el lenguaje (la palabra) permite defender las posiciones de los distintos temas, por ende, no es posible sentenciar algo determinado desde una sola posición. Así, no es posible encontrar normas objetivas.

Rpta.: A

## Física

### EJERCICIOS DE CLASE

1. Tres fuerzas de magnitudes  $F_1 = 20 \text{ N}$ ,  $F_2 = 10 \text{ N}$  y  $F_3 = 10 \text{ N}$  actúan sobre una partícula situada en el origen de un sistema de coordenadas, como muestra la figura. Determine la magnitud y la dirección respecto al eje  $+x$  de la fuerza resultante.



- A)  $20\sqrt{2} \text{ N}$ ;  $60^\circ$
- D)  $10\sqrt{2} \text{ N}$ ;  $135^\circ$

- B)  $10\sqrt{2} \text{ N}$ ;  $45^\circ$
- E)  $5\sqrt{2} \text{ N}$ ;  $45^\circ$

- C)  $20\sqrt{2} \text{ N}$ ;  $120^\circ$

**Solución:**

Componentes de  $\vec{F}_1$ :

$$F_{1x} = +20 \cos 37^\circ = (20) \left( \frac{4}{5} \right) = +16 \text{ N} ; F_{1y} = +20 \sin 37^\circ = (20) \left( \frac{3}{5} \right) = +12 \text{ N}$$

Componentes de  $\vec{F}_2$ :

$$F_{2x} = -10\cos 53^\circ = -(10)\left(\frac{3}{5}\right) = -6 \text{ N} ; F_{2y} = +10\text{sen}53^\circ = (10)\left(\frac{4}{5}\right) = +8 \text{ N}$$

Componentes de  $\vec{F}_3$ :

$$F_{3x} = 0 ; F_{3y} = -10 \text{ N}$$

Componentes del vector resultante:

$$R_x = 16 - 6 + 0 = +10 \text{ N} ; R_y = 12 + 8 - 10 = +10 \text{ N}$$

Magnitud de  $\vec{R}$ :

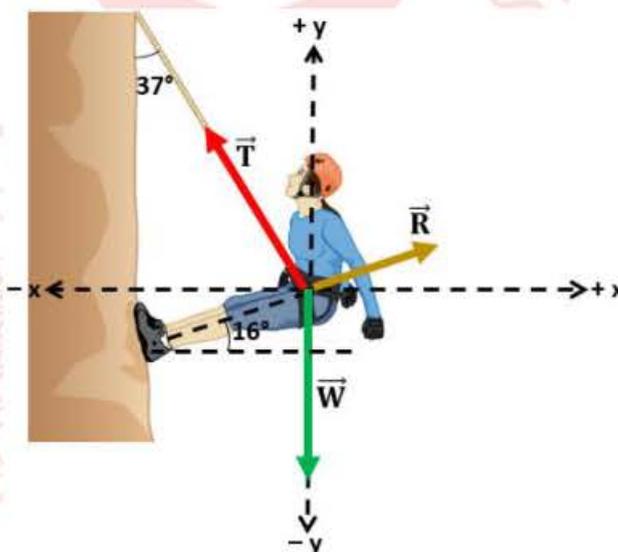
$$R = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ N}$$

Dirección de  $\vec{R}$ :

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \theta = 45^\circ$$

**Rpta.: B**

2. Una chica escaladora de peso  $W = 600 \text{ N}$  comienza a moverse por una pared vertical mediante una cuerda ideal unida a la hebilla de su cinturón que le permite aumentar la longitud de esta, como muestra la figura. Si  $T = 500 \text{ N}$  y  $R = 250 \text{ N}$ , determine la magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre la chica en el instante en que comienza a moverse. (Considere:  $\sqrt{205} \approx 14,3$ )



- A) 143 N      B) 286 N      C) 124 N      D) 205 N      E) 224 N

**Solución:**

Componentes de  $\vec{R}$ :

$$R_x = +250\cos 16^\circ = (250)\left(\frac{24}{25}\right) = +240 \text{ N} ; R_y = +250\text{sen}16^\circ = (250)\left(\frac{7}{25}\right) = +70 \text{ N}$$

Componentes de  $\vec{T}$ :

$$T_x = -500 \cos 53^\circ = -(500) \left( \frac{3}{5} \right) = -300 \text{ N} ; T_y = +500 \sin 53^\circ = (500) \left( \frac{4}{5} \right) = +400 \text{ N}$$

Componentes de  $\vec{W}$ :  $W_x = 0$  ;  $W_y = -600 \text{ N}$

Componentes de la fuerza resultante:

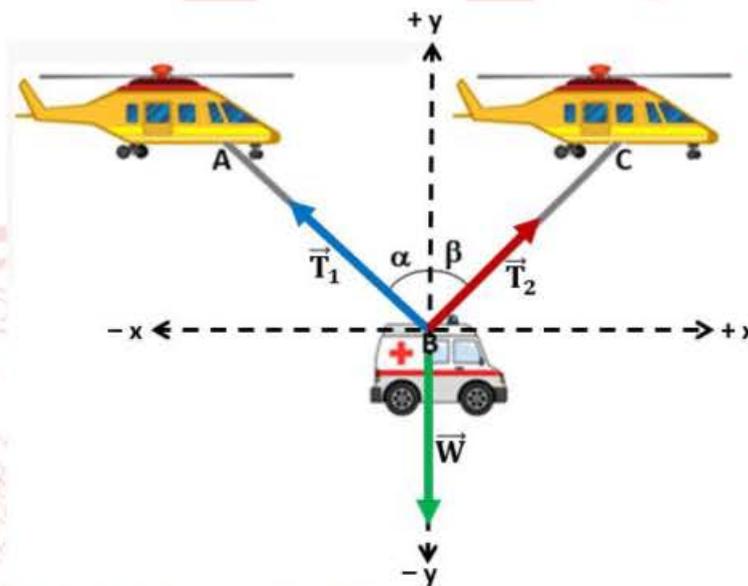
$$F_x = 240 - 300 + 0 = -60 \text{ N} ; F_y = 70 + 400 - 600 = -130 \text{ N}$$

Magnitud de  $\vec{F}$ :

$$F = \sqrt{(-60)^2 + (-130)^2} = 10\sqrt{205} \approx (10)(14,3) = 143 \text{ N}$$

Rpta.: A

3. Dos helicópteros de rescate sostienen una ambulancia de peso  $W = 10 \text{ kN}$  mediante cuerdas ideales AB y BC, como muestra la figura. Las cuerdas forman con la vertical ángulos  $\alpha = 37^\circ$  y  $\beta = 53^\circ$ . Si la fuerza resultante es nula, determine las tensiones  $T_1$  y  $T_2$  en las cuerdas AB y BC respectivamente.



A) 16 kN; 12 kN  
D) 9 kN; 3 kN

B) 10 kN; 8 kN  
E) 5 kN; 4 kN

C) 8 kN; 6 kN

**Solución:**

Componentes de  $\vec{T}_1$ :

$$T_{1x} = -T_1 \sin \alpha = -\frac{3}{5} T_1 ; T_{1y} = T_1 \cos \alpha = \frac{4}{5} T_1$$

Componentes de  $\vec{T}_2$ :

$$T_{2x} = T_2 \sin \beta = \frac{4}{5} T_2 ; T_{2y} = T_2 \cos \beta = \frac{3}{5} T_2$$

Componentes de  $\vec{W}$ :  $W_x = 0$  ;  $W_y = -10 \text{ kN}$

Por dato:

$$R_x = -\frac{3}{5}T_1 + \frac{4}{5}T_2 = 0 \rightarrow 3T_1 = 4T_2$$

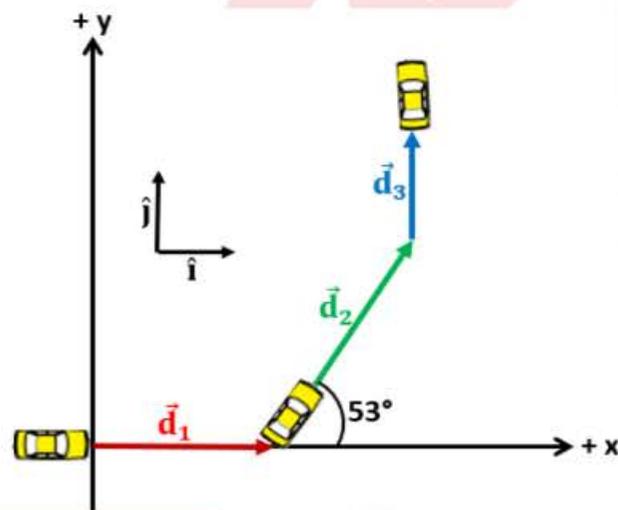
$$R_y = \frac{4}{5}T_1 + \frac{3}{5}T_2 - 10 = 0 \rightarrow 4T_1 + 3T_2 = 50$$

$$T_1 = 8 \text{ kN} \quad ; \quad T_2 = 6 \text{ kN}$$

Rpta.: C

4. Un automóvil realiza desplazamientos de magnitudes  $d_1 = 10 \text{ km}$ ,  $d_2 = 25 \text{ km}$  y  $d_3 = 5 \text{ km}$ , tal como se indica en la figura. ¿Cuál es la expresión vectorial del desplazamiento resultante del automóvil?

- A)  $20\hat{i} + 15\hat{j}$  (km)
- B)  $25\hat{i} + 30\hat{j}$  (km)
- C)  $15\hat{i} + 25\hat{j}$  (km)
- D)  $25\hat{i} + 25\hat{j}$  (km)
- E)  $10\hat{i} + 25\hat{j}$  (km)



**Solución:**

Desplazamientos:

$$\vec{d}_1 = 10\hat{i} \text{ (km)}; \quad \vec{d}_2 = 15\hat{i} + 20\hat{j} \text{ (km)}; \quad \vec{d}_3 = 5\hat{j} \text{ (km)}$$

Desplazamiento resultante:

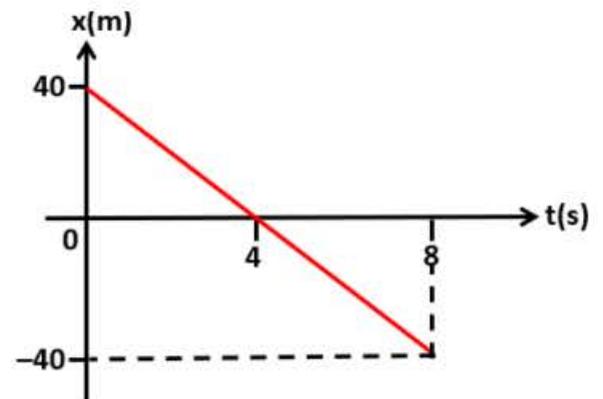
$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = 10\hat{i} + (15\hat{i} + 20\hat{j}) + 5\hat{j}$$

$$\vec{d} = 25\hat{i} + 25\hat{j} \text{ (km)}$$

Rpta.: D

5. Un automóvil se desplaza sobre una pista recta en la dirección del eje  $x$  de acuerdo a la gráfica posición ( $x$ ) – tiempo( $t$ ) mostrada en la figura. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Entre  $t = 0$  y  $t = 4 \text{ s}$  el auto se mueve en la dirección del eje  $+x$ , y entre  $t = 4 \text{ s}$  y  $t = 8 \text{ s}$  se mueve en la dirección del eje  $-x$ .
- II. La ecuación posición – tiempo del automóvil es  $x = 40 - 10t$ .
- III. Entre  $t = 0$  y  $t = 8 \text{ s}$  la distancia recorrida por el automóvil es  $80 \text{ m}$ .



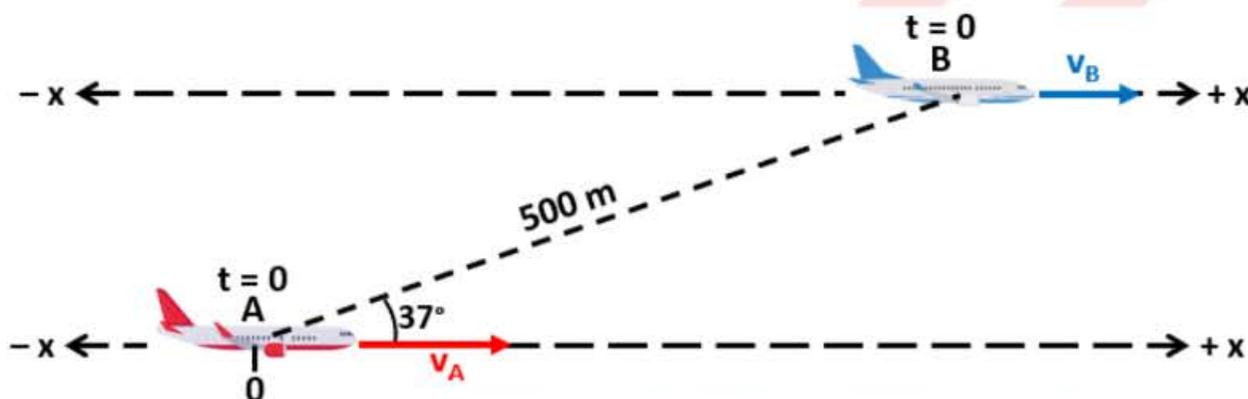
- A) FVV
- B) FVF
- C) FFV
- D) VVF
- E) VVV

**Solución:**

I. F      II. V      III. V

Rpta.: A

6. Dos aviones A y B vuelan paralelamente en línea recta, ambos con velocidad constante en la dirección del eje + x, como muestra la figura. La rapidez del avión A es 150 m/s y la rapidez del avión B es 100 m/s. Si en el instante  $t = 0$  los aviones están separados 500 m, ¿al cabo de qué tiempo la distancia entre los aviones volverá a ser 500 m?



- A) 18 s      B) 10 s      C) 15 s      D) 12 s      E) 20 s

**Solución:**

Ecuaciones posición – tiempo de los aviones:

$$x_A = 150t \quad ; \quad x_B = 300 + 100t$$

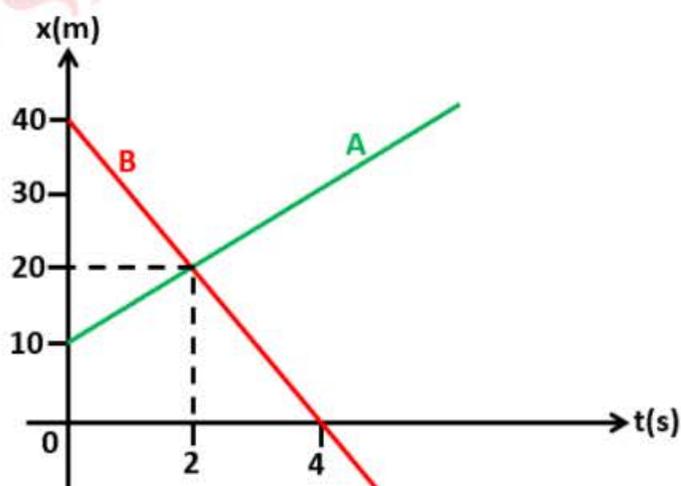
Por dato:

$$\begin{aligned} x_A - x_B &= 300 \\ 150t - (300 + 100t) &= 300 \\ t &= 12 \text{ s} \end{aligned}$$

Rpta.: D

7. La figura muestra las gráficas posición (x) – tiempo (t) de dos automóviles A y B que se desplazan sobre una pista en la dirección del eje x. Determine las posiciones de los automóviles A y B en el instante  $t = 10$  s respectivamente.

- A) + 70 m; – 50 m  
 B) + 80 m; – 40 m  
 C) + 60 m; – 60 m  
 D) + 30 m; – 90 m  
 E) + 20 m; – 100 m



**Solución:**

De la gráfica:

$$v_A = \frac{20-10}{2-0} = +5 \text{ m/s} \quad ; \quad v_B = \frac{0-40}{4-0} = -10 \text{ m/s}$$

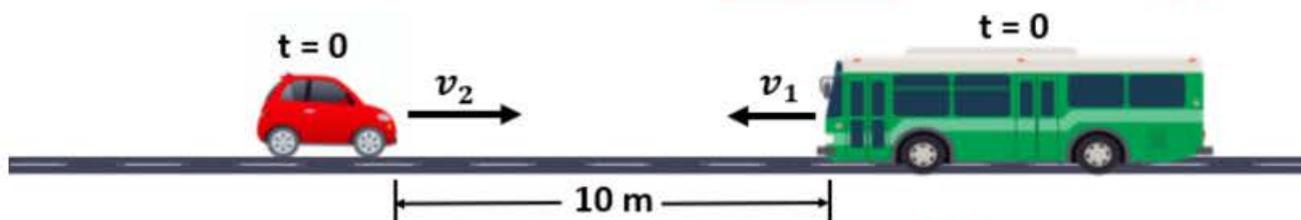
En  $t = 10 \text{ s}$ :

$$x_A = 10 + 5(10) = +60 \text{ m}$$

$$x_B = 40 - 10(10) = -60 \text{ m}$$

**Rpta.: C**

8. Un bus de longitud 10 m y una camioneta de longitud 4 m se desplazan en sentidos contrarios con movimiento rectilíneo uniforme sobre vías paralelas, como muestra la figura. La rapidez del bus es  $v_1 = 5 \text{ m/s}$  y la rapidez de la camioneta es  $v_2 = 7 \text{ m/s}$ . Si inicialmente el bus y la camioneta estaban separados 10 m, ¿al cabo de qué tiempo se encontrarán separados 36 m?



- A) 8 s      B) 10 s      C) 5 s      D) 4 s      E) 6 s

**Solución:**

Recorrido hasta el instante en que se encuentran:

$$s_1 = 10 \text{ m}$$

Recorrido hasta el instante en que terminan de cruzarse:

$$s_2 = 10 + 4 = 14 \text{ m}$$

Recorrido final:

$$s_3 = 36 \text{ m}$$

Distancia total:

$$s = 10 + 14 + 36 = 60 \text{ m}$$

$$s = v_1 t + v_2 t = 5t + 7t = 60$$

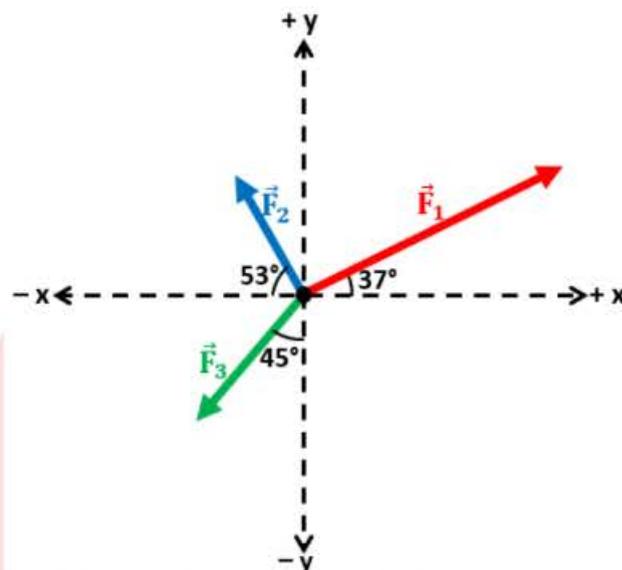
$$t = 5 \text{ s}$$

**Rpta.: C**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Tres fuerzas de magnitudes  $F_1 = 20 \text{ N}$ ,  $F_2 = 10 \text{ N}$  y  $F_3 = 10\sqrt{2} \text{ N}$  actúan sobre una partícula situada en el origen de un sistema de coordenadas, como muestra la figura. Determine la magnitud de la fuerza resultante.

- A) 10 N  
B) 12 N  
C) 15 N  
D) 18 N  
E) 14 N

**Solución:**

Componentes de la fuerza resultante en los ejes x e y:

$$F_x = 16 - 6 - 10 = 0$$

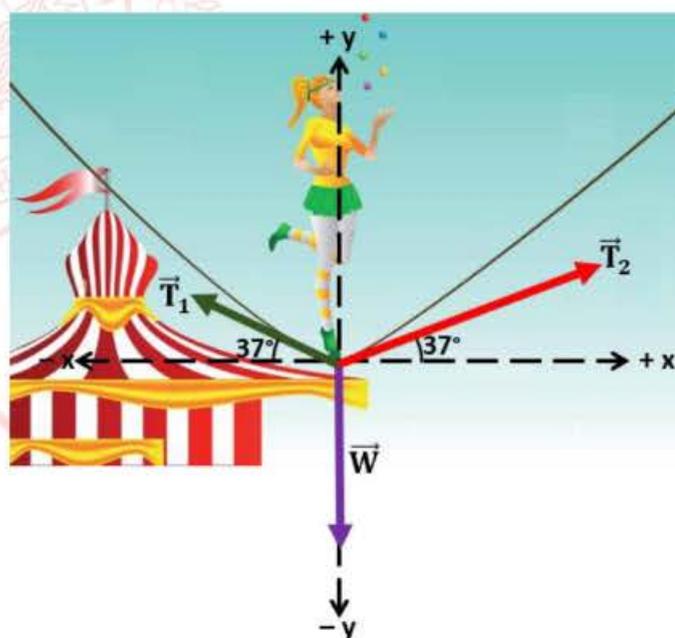
$$F_y = 12 + 8 - 10 = +10 \text{ N}$$

Magnitud de la fuerza resultante:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 10 \text{ N}$$

**Rpta.: A**

2. La figura muestra las fuerzas que actúan en un punto de una cuerda en el instante en que una chica equilibrista de peso  $W = 600 \text{ N}$  presiona dicho punto. Si  $T_1 = 1000 \text{ N}$  y la dirección de la fuerza resultante respecto al eje + x es  $45^\circ$ , ¿cuál es la magnitud de la fuerza resultante en dicho instante?



- A)  $1200\sqrt{2} \text{ N}$  B)  $2400\sqrt{2} \text{ N}$  C)  $3200\sqrt{2} \text{ N}$  D)  $4800\sqrt{2} \text{ N}$  E)  $1000\sqrt{2} \text{ N}$

**Solución:**

Componentes de la fuerza resultante en los ejes x e y:

$$F_x = \frac{4}{5}T_2 - \frac{4}{5}T_1 = \frac{4}{5}T_2 - 800 \quad ; \quad F_y = \frac{3}{5}T_1 + \frac{3}{5}T_2 - W = \frac{3}{5}T_2$$

Por dato:

$$\tan 45^\circ = \frac{F_y}{F_x} = 1 \quad \rightarrow \quad F_x = F_y$$

$$\frac{4}{5}T_2 - 800 = \frac{3}{5}T_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = 4000 \text{ N}$$

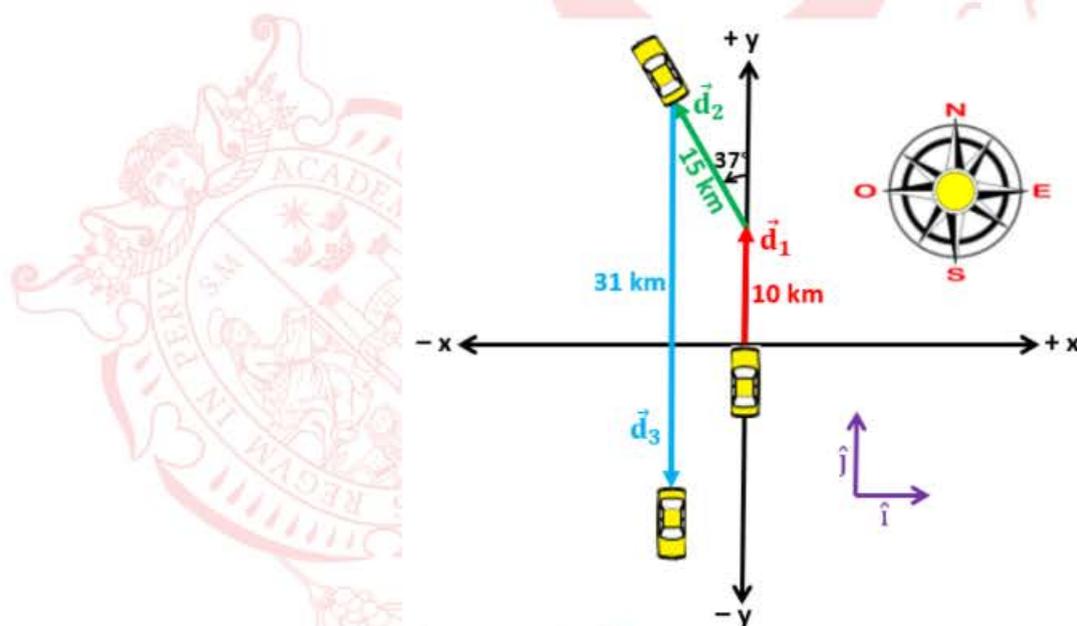
$$F_x = \frac{4}{5}(4000) - 800 = 2400 \text{ N} \quad ; \quad F_y = \frac{3}{5}(4000) = 2400 \text{ N}$$

Magnitud de la fuerza resultante:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2400\sqrt{2} \text{ N}$$

**Rpta.: B**

3. La figura muestra un automóvil que se desplaza sobre una superficie horizontal del modo siguiente: 10 km hacia el norte, luego 15 km en la dirección norte  $37^\circ$  hacia el oeste ( $N37^\circ O$ ) y finalmente 31 km hacia el sur. Determine la expresión vectorial del desplazamiento resultante del automóvil.



A)  $9\hat{i} + 9\hat{j}$  (km)

D)  $-9\hat{i} + 12\hat{j}$  (km)

B)  $9\hat{i} - 12\hat{j}$  (km)

E)  $12\hat{i} - 9\hat{j}$  (km)

C)  $-9\hat{i} - 9\hat{j}$  (km)

**Solución:**

El desplazamiento hacia el norte se escribe:

$$\vec{d}_1 = 10\hat{j} \text{ (km)}$$

El desplazamiento N37°O se escribe:

$$\vec{d}_2 = -15\text{sen}37^\circ\hat{i} + 15\text{cos}37^\circ\hat{j}$$

$$\vec{d}_2 = -9\hat{i} + 12\hat{j} \text{ (km)}$$

El desplazamiento hacia el sur se escribe:

$$\vec{d}_3 = -31\hat{j} \text{ (km)}$$

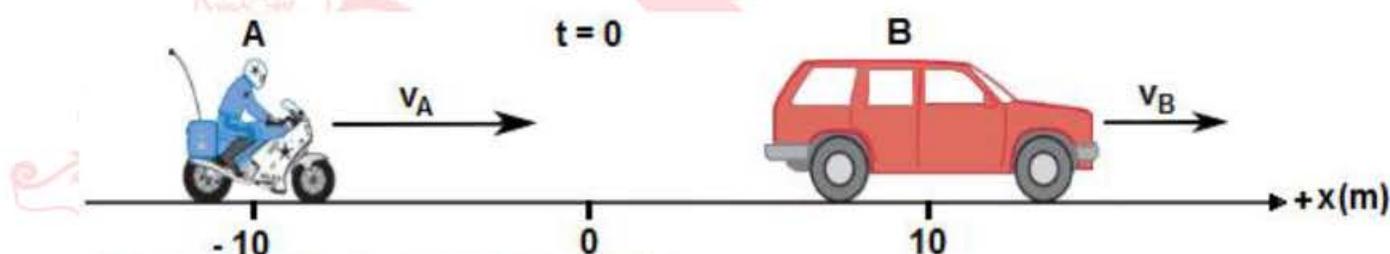
El desplazamiento resultante será:

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = 10\hat{j} - 9\hat{i} + 12\hat{j} - 31\hat{j}$$

$$\vec{d} = -9\hat{i} - 9\hat{j} \text{ (km)}$$

**Rpta.: C**

4. Una moto A y una camioneta B se desplazan sobre una pista recta en la dirección del eje + x, pasando en el instante  $t = 0$  por las posiciones que se indican en la figura. La velocidad de la moto es  $v_A = + 40$  m/s y la velocidad de la camioneta es  $v_B = + 20$  m/s. ¿Cuánto tiempo tardarán los móviles en estar distanciados 40 m?



- A) 3 s      B) 2 s      C) 4 s      D) 6 s      E) 8 s

**Solución:**

Ecuaciones posición – tiempo:

$$x_A = -10 + 40t \quad ; \quad x_B = 10 + 20t$$

$$x_A - x_B = 40 \text{ m}$$

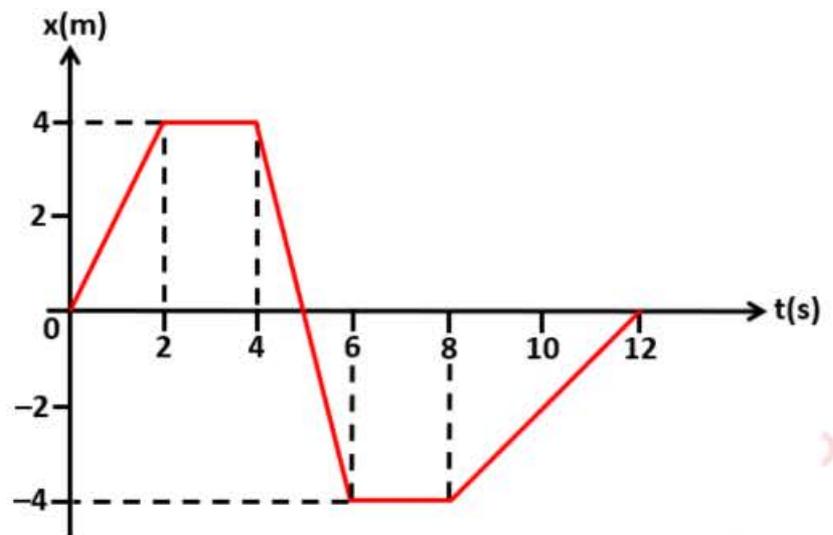
$$-10 + 40t - (10 + 20t) = 40$$

$$t = 3 \text{ s}$$

**Rpta.: A**

5. La figura muestra la gráfica de la posición ( $x$ ) en función del tiempo ( $t$ ) de un ciclista que se mueve rectilíneamente en la dirección del eje  $x$ . Determine su velocidad media entre  $t = 1$  s y  $t = 11$  s?

- A) + 0,3 m/ s  
 B) - 0,6 m/ s  
 C) + 0,4 m/ s  
 D) - 0,3 m/ s  
 E) + 0,2 m/ s



**Solución:**

Para  $0 < t < 2$  s:  $v = + 2$  m/s.

Para  $t_1 = 1$  s:

$$x_1 = 2t = 2(1) = + 2 \text{ m}$$

Para  $8 \text{ s} < t < 12 \text{ s}$ :  $v = + 1$  m/s.

$$x = - 4 + (t - 8) = - 12 + t$$

Para  $t_2 = 11$  s:

$$x_2 = - 12 + 11 = - 1 \text{ m}$$

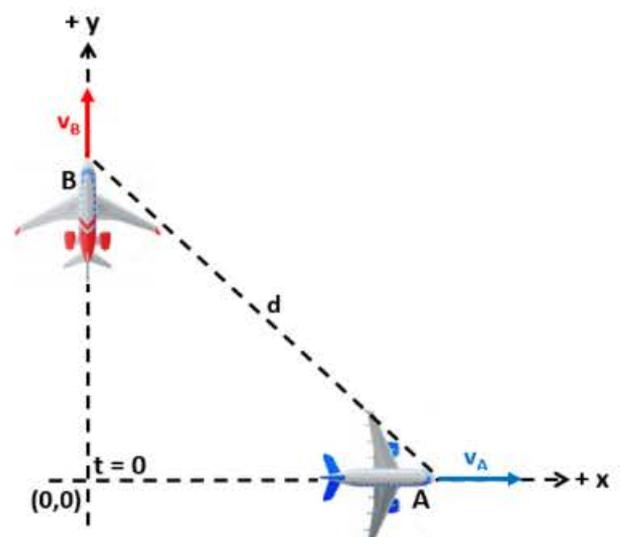
La velocidad media es:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-1 - 2}{11 - 1} = - 0,3 \text{ m/s}$$

**Rpta.: D**

6. Dos aviones A y B se cruzan en la posición (0,0) en el instante  $t = 0$  (en planos paralelos cercanos). El avión A vuela rectilíneamente en la dirección del eje  $+x$  con velocidad constante  $v_A = + 160$  m/s y el avión B vuela rectilíneamente en la dirección del eje  $+y$  con velocidad constante  $v_B = + 120$  m/s, como muestra la figura. ¿Al cabo de qué tiempo la distancia entre los aviones será  $d = 12$  km?

- A) 1 min  
 B) 2 min  
 C) 3 min  
 D) 4 min  
 E) 5 min



**Solución:**

De la figura:

$$x_A^2 + x_B^2 = d^2$$

$$(160t)^2 + (120t)^2 = (12 \times 10^3)^2$$

$$t = 60 \text{ s} = 1 \text{ min}$$

**Rpta.: A**

7. Un tren se dirige hacia una montaña con movimiento rectilíneo uniforme. El maquinista del tren hace sonar el silbato y recibe el eco del sonido 4 s más tarde. En el instante de recibir el eco vuelve a tocar el silbato y recibe el segundo eco del sonido 3 s después. ¿Cuál es la rapidez del tren? Considere que el sonido tiene una rapidez constante de 336 m/s.

A) 24 m/s      B) 30 m/s      C) 48 m/s      D) 36 m/s      E) 72 m/s

**Solución:**Sean  $v_T$  y  $v_S = 336 \text{ m/s}$  las rapidez del tren y del sonido.Sea  $s_1$  la distancia del tren a la montaña en el instante del primer silbato. En  $t = 4 \text{ s}$ :

$$s_1 + s_2 = v_S t = 4v_S \quad (1)$$

 $s_2$ : distancia que recorre el sonido desde la montaña hasta el maquinista en el primer eco.En  $t = 4 \text{ s}$  el tren recorre:

$$s_1 - s_2 = v_T t = 4v_T \quad (2)$$

Sumando (1) y (2):

$$s_1 = 2(v_S + v_T) \quad (3)$$

Para el segundo silbato en  $t = 3 \text{ s}$ :

$$s_2 + s_3 = v_S t = 3v_S \quad (4)$$

 $s_3$ : distancia que recorre el sonido desde la montaña hasta el maquinista en el segundo eco.En  $t = 3 \text{ s}$  el tren recorre:

$$s_2 - s_3 = v_T t = 3v_T \quad (5)$$

Sumando (4) y (5):

$$s_2 = \frac{3}{2}(v_S + v_T) \quad (6)$$

(3) y (6) en (1):

$$2(v_S + v_T) + \frac{3}{2}(v_S + v_T) = 4v_S \quad \rightarrow \quad \underline{v_T = \frac{v_S}{7} = \frac{336}{7} = 48 \text{ m/s}}$$

**Rpta.: C**

# Química

SEMANA N° 2: MATERIA, CLASIFICACIÓN. PROPIEDADES Y CAMBIOS DE LA MATERIA

## EJERCICIOS DE CLASE

1. En la naturaleza, encontramos diferentes tipos de materia que pueden ser clasificadas como sustancias (elementos o compuestos) y mezclas (homogéneas o heterogéneas). Al respecto, indique la alternativa **incorrecta**.
- A) El **latón** que es una aleación conformada por 65% de cobre y 35% de zinc, es una solución sólida.
  - B) El **ácido acetil salicílico** ( $C_9H_8O_4$ ) que presenta propiedades farmacológicas, es un compuesto.
  - C) El **yodo** ( $I_2$ ) empleado en el laboratorio, que es un sólido de color oscuro y tiene la propiedad de sublimarse, es un elemento.
  - D) El **vino**, bebida que contiene agua, azúcar, levadura y extracto de uvas, es una mezcla heterogénea.
  - E) La **roca granito** que contiene cuarzo, feldespato y mica, empleado en la construcción, es una mezcla heterogénea.

### Solución:

- A) **CORRECTO**: La aleación es una mezcla homogénea (cobre y zinc), también se clasifica como una solución sólida.
- B) **CORRECTO**: El ácido acetil salicílico ( $C_9H_8O_4$ ) es un compuesto químico orgánico.
- C) **CORRECTO**: El yodo ( $I_2$ ) es un elemento no metálico, puede sublimarse a temperatura ambiente (conversión de sólido a vapor).
- D) **INCORRECTO**: La bebida hecha de uvas, obtenida por fermentación alcohólica es una mezcla homogénea o solución líquida.
- E) **CORRECTO**: La roca granito es una mezcla heterogénea formada principalmente de tres minerales.

Rpta.: D

2. Luego de agregar **ácido carbónico** ( $H_2CO_3$ ) al **óxido de calcio** ( $CaO$ ), se obtiene un **producto turbio acuoso de carbonato de calcio**. Posteriormente, se adiciona ácido clorhídrico ( $HCl$ ) produciéndose una reacción química y obteniéndose cloruro de calcio ( $CaCl_2$ ); este cloruro se funde y a través de la electrólisis se obtiene **calcio** en el cátodo y **cloro** en el ánodo. Al respecto, indique la alternativa que contiene respectivamente la clase de materia, que se encuentra **subrayado y en negrita**.
- A) Elemento, compuesto, elemento, mezcla y elemento
  - B) Compuesto, mezcla, mezcla, elemento y elemento
  - C) Compuesto, compuesto, mezcla, elemento y elemento
  - D) Compuesto, compuesto, mezcla, elemento y compuesto
  - E) Elemento, elemento, elemento, mezcla y elemento

**Solución:****ácido carbónico (H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>):** sustancia compuesta**óxido de calcio (CaO):** sustancia compuesta**producto turbio acuoso de carbonato de calcio:** mezcla heterogénea**calcio (Ca):** sustancia elemental**cloro (Cl<sub>2</sub>):** sustancia elemental**Rpta.: C**

3. Las mezclas pueden separarse por métodos físicos en base a las diferentes propiedades físicas de cada uno de sus componentes, como densidad, temperaturas de ebullición, entre otras. Al respecto, seleccione el valor de verdad (V o F) de cada proposición.

- I. La mezcla de arcilla y monedas de acero paramagnético se separan con un imán.
- II. La mezcla de agua y etanol del vino se separan por destilación simple.
- III. La mezcla del agua de mar y arena se separan por decantación.

A) VVV      B) FVF      C) VFV      D) FVV      E) FFV

**Solución:**

- I. **VERDADERO:** La mezcla de arcilla y monedas de acero paramagnético (paramagnetismo es un fenómeno por el cual un material presenta atracción frente a un campo magnético); se pueden separar a través de un imán.
- II. **VERDADERO:** La mezcla de agua y vino se puede separar por destilación simple, debido a sus diferentes puntos de ebullición. A una atmósfera de presión el agua hierve a 100 °C y el etanol a 78,4 °C.
- III. **VERDADERO:** La mezcla del agua de mar se puede separar de la arena por decantación.

**Rpta.: A**

4. El butanol (CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OH) es un líquido con densidad igual a 0,81 g/mL, hierve a 117 °C y se funde a – 90 °C; tiene una presión de vapor de 0,58 kPa a la temperatura de 20 °C; al entrar en contacto con el trióxido de cromo forma un gas inflamable. Esta sustancia, por ingestión genera toxicidad. Además, por oxidación, puede formar butanal. Al respecto, indique el número de propiedades físicas y químicas mencionadas respectivamente.

A) 4 y 5      B) 5 y 4      C) 4 y 4      D) 2 y 5      E) 4 y 2

**Solución:**

Propiedades Físicas	Propiedades Químicas
Líquido	Al entrar en contacto con el trióxido de cromo forma un gas inflamable.
Densidad: 0,81g/mL	
Punto de fusión: – 90 °C	Inflamabilidad
Punto de ebullición: 117°C	Por ingestión genera toxicidad
P <sub>v</sub> (20°C): 0,58 kPa	Puede convertirse a butanal

**Rpta.: B**

5. Una barra de titanio de 7 metros de largo, presenta un color gris y un volumen de aproximadamente  $1,5 \times 10^3 \text{ cm}^3$ . Su densidad es  $4,51 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , su conductividad térmica es  $16 \text{ W/(K.m)}$ ; presenta una dureza de 6 en la escala de Mohs y un calor específico de  $500 \text{ J/kg.K}$ . Al respecto, determine el número de propiedades intensivas mencionadas en el texto.

A) 3                      B) 2                      C) 5                      D) 4                      E) 6

**Solución:**

Propiedades Intensivas	Propiedades Extensivas
Color	Longitud
Densidad	
Conductividad térmica	Volumen
Dureza	
Calor específico	

Rpta.: C

6. La química estudia los cambios de la materia y su relación con la energía. Estos cambios pueden ser físicos (F), químicos (Q) o nucleares (N); al respecto, indique la alternativa que clasifique a cada uno de los siguientes cambios.

- I. El mármol se rompe con un martillo.
- II. La lluvia acida corroe una estatua de mármol en el tiempo.
- III. Encender una estufa eléctrica.
- IV. Disolver sacarosa en agua.
- V. Conversión de Neptunio (Np) a plutonio (Pu).

A) FQQNQ      B) QFQNNQ      C) FFQQN      D) FQFFN      E) FQFQN

**Solución:**

- |   |                  |
|---|------------------|
| I. El mármol se rompe con un martillo.            | (cambio físico)  |
| II. La lluvia acida corroe una estatua de mármol. | (cambio químico) |
| III. Encender una estufa eléctrica.               | (cambio físico)  |
| IV. Disolver sacarosa en agua.                    | (cambio físico)  |
| V. Conversión de Neptunio (Np) a plutonio (Pu).   | (cambio nuclear) |

Rpta.: D

7. En una industria de embarcaderos, las barras de aluminio son transformadas en ladrillos para emplearlas en la proa de una embarcación y se protege de la corrosión. Determine el calor, en kilo Joule (kJ), requerido para elevar la temperatura de una barra de aluminio de 100 gramos desde  $36^\circ\text{C}$  hasta  $40^\circ\text{C}$ .

Dato:  $c.e_{Al} = 0,217 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$        $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

A) 0,26                      B) 0,38                      C) 0,36                      D) 0,39                      E) 0,40

**Solución:**

$$Q = m \times c.e \times (T_f - T_i)$$

$$Q = 100 \text{ g} \times 0,217 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \times (40 - 36)^\circ\text{C} = 86,8 \text{ cal} \times \left(\frac{4,18 \text{ J}}{1 \text{ cal}}\right) \approx 3,63 \times 10^2 \text{ J}$$

$$3,63 \times 10^2 \text{ J} \left(\frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ J}}\right) = 0,36 \text{ kJ}$$

**Rpta.: C**

8. A través de la calorimetría se evalúan los procesos de transferencia de calor; para ello se mide la cantidad de calor transferido de un cuerpo caliente a uno frío por un gradiente de temperaturas. ¿Cuál será la temperatura final, en °C, cuando se alcance el equilibrio térmico al introducir una pieza de hierro de 25 gramos a 90°C, dentro de un recipiente que contiene 150 gramos de agua a 25 °C?

**Dato:**  $c.e \left(\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}\right)$ : agua = 1 cal/ g°C, hierro = 0,1 cal/ g°C

- A) 26,9      B) 25,9      C) 21,6      D) 26,1      E) 27,0

**Solución:**

$$Q_{\text{ganado}} = -Q_{\text{perdido}}$$

$$[m \times ce \times \Delta T]_{\text{agua}} = -[m \times ce \times \Delta T]_{\text{hierro}}$$

$$150 \text{ g} \times 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \times (T_f - 25)^\circ\text{C} = 25 \text{ g} \times 0,1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \times (90 - T_f)^\circ\text{C}$$

$$150 T_f - 3750 = 225 T_f - 2,5 T_f$$

$$T \approx 26,1^\circ\text{C}$$

**Rpta.: D**

9. El 26 de abril de 1986, el reactor número cuatro de la central nuclear de Chernóbil estalló. Fue el peor accidente nuclear que ha conocido el mundo; se liberó alrededor de 1 200 TJ de material radiactivo al ambiente. La lluvia radiactiva fue 400 veces superior a la radiactividad liberada en Hiroshima. Determine la masa en miligramos correspondiente a la energía liberada por el reactor.

**Dato:**  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$

- A)  $2,3 \times 10^{-5}$       B)  $1,3 \times 10^{-4}$       C)  $1,3 \times 10^5$       D)  $1,3 \times 10^4$       E)  $1,3 \times 10^{-2}$

**Solución:**

$$E = m c^2$$

$$\text{Energía (J)} = \text{masa (kg)} \times c^2 (\text{m}^2/\text{s}^2)$$

$$1200 \text{ TJ} \left(\frac{10^{12} \text{ J}}{1 \text{ TJ}}\right) = m (\text{kg}) (9 \times 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2})$$

$$\text{masa} = 0,013 \text{ kg} = 1,3 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$1,3 \times 10^{-2} \text{ kg} \left( \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \right) \left( \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} \right) = 1,3 \times 10^4 \text{ mg}$$

Rpta.: D

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la naturaleza, la materia cambia continuamente. Estos cambios pueden ser químicos, físicos o nucleares. La diferencia entre estos cambios se evalúa en función a la composición y características de la materia después del cambio. Al respecto, seleccione la alternativa correcta.
- A) La corrosión del acero no galvanizado sometido altas temperaturas es un cambio físico.
- B) El metabolismo catabólico de los alimentos es un cambio físico, ya que no implica la reacción con enzimas digestivas.
- C) Cuando el yodo sólido se sublima se modifica su composición química, obteniéndose yodo en fase gaseosa.
- D) A través de la desintegración radiactiva del plutonio se forma un nuevo elemento químico.
- E) Cuando el nitrógeno líquido es liberado al ambiente y se convierte en gas, representa a un cambio químico.

#### Solución:

- A) **INCORRECTO.** La corrosión del acero no galvanizado es un cambio químico.
- B) **INCORRECTO.** El metabolismo catabólico de los alimentos es un cambio químico.
- C) **INCORRECTO.** Cuando el yodo se sublima, este no modifica su composición.
- D) **CORRECTO.** En la desintegración nuclear del uranio se forma un nuevo elemento químico como el torio ( $U \rightarrow Th$ ), debido a un cambio nuclear.
- E) **INCORRECTO.** El nitrógeno líquido al ser liberado produce un cambio físico ya que el nitrógeno sólo cambia al estado gaseoso.

Rpta.: D

2. El zinc (Zn) es un metal **maleable**, dúctil y de color gris. Se ubica en el puesto 24 en cuanto a su abundancia en el planeta. Su **calor específico** es  $0,387 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ , su densidad es alrededor de  $7,14 \text{ g/cm}^3$  y su **punto de ebullición** se alcanza a  $907^\circ\text{C}$ . Tiene la **capacidad que al combinarse con ácido nítrico ( $\text{HNO}_3$ )** se convertiría en nitrato de zinc, ( $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$ ). Con respecto a este metal, clasifique sus propiedades resaltadas como físicas (F) o químicas (Q), respectivamente.

- A) FFFQ      B) FQQF      C) FFQF      D) QFFQ      E) FQFQ

**Solución:**

Propiedades Físicas	Propiedades Químicas
<b>Maleabilidad</b>	Capacidad para combinarse con un ácido y generar nueva materia
Ductilidad	
Color	
<b>Calor específico</b>	
Densidad	
<b>Punto de ebullición</b>	

Maleable: Capacidad para transformarse en láminas, es una propiedad **física**.

Calor específico ( $c_e = 0,387 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ) es una propiedad **física**.

Punto de ebullición es una propiedad **física**.

Capacidad de combinarse con el ácido nítrico para formar nitrato de zinc es una propiedad **química**.

**Rpta.: A**

3. Los cambios químicos son aquellos en los cuales se altera la estructura interna de la materia, es decir, rompiendo y formando nuevos enlaces químicos, mientras que en los cambios físicos no ocurren dichos procesos. Para los siguientes cambios, determine el número de cambios químicos y físicos respectivamente:

- (a) Oxidación del aluminio.
- (b) Sublimación del hielo seco.
- (c) Formación de hilos de plata.
- (d) Electrólisis del agua.
- (e) Volatilidad de la acetona.

- A) 1 y 4      B) 2 y 3      C) 3 y 2      D) 4 y 1      E) 5 y 0

**Solución:**

Cambio Físico	Cambio Químico
Sublimación del hielo seco	Oxidación del aluminio
Volatilidad de la acetona	Electrólisis del agua
Formación de hilos de plata	

**Rpta.: C**

4. El accidente provocado por el terremoto y tsunami de Tōhoku, el 11 de marzo de 2011, produjo una gran contaminación con isótopos radiactivos en las aguas del océano Pacífico, durante y después del desastre. Michio Aoyama, profesor de geociencia de radioisótopos del Instituto de Radiactividad Ambiental, estimó que aproximadamente  $1,5 \times 10^9$  nanogramos de cesio-137 ( $^{137}\text{Cs}$ ) radiactivo fueron liberados al Pacífico. Determine la energía, en Joules, que se produjo en este proceso.

**Dato:**  $J = \text{kg} \times \text{m}^2/\text{s}^2$      $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

- A)  $9,00 \times 10^{-15}$       B)  $1,35 \times 10^{15}$       C)  $4,50 \times 10^{-13}$   
D)  $1,35 \times 10^{14}$       E)  $4,50 \times 10^{13}$

**Solución:**

$$E = mc^2$$

$$E = 1,5 \times 10^9 \text{ ng} \times \frac{10^{-9} \text{ g}}{1 \text{ ng}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \left(3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1,35 \times 10^{14} \text{ J}$$

**Rpta.: D**

## Biología

### EJERCICIOS DE CLASE

1. En un extenso estudio sobre una población de Papúa Nueva Guinea, un grupo de investigadores descubren que cierta enfermedad nerviosa, que se consideraba de origen viral, es causada en realidad por un prión, un agente biológico compuesto solo por proteína. ¿Qué le falta a este agente para ser químicamente similar a un virus?
- A) Ácido nucleico  
 B) Carbohidratos  
 C) Membrana plasmática  
 D) Lípidos  
 E) Pared celular

**Solución:**

Los virus están compuestos por ácido nucleico y proteína, aunque muchos poseen además algunos azúcares y lípidos. Si un agente patógeno como un prión está formado solo por proteína, entonces, químicamente se diferencia de un virus por la ausencia de **ácido nucleico**.

**Rpta.: A**

2. Una persona presenta una rara mutación que se caracteriza porque sus linfocitos T auxiliares no presentan el importante receptor CD4. A pesar de que ha estado expuesto al virus de la inmunodeficiencia humana, no se ha infectado. ¿Qué parte del ciclo infectivo del virus VIH/SIDA se ha visto afectada en esta ocasión?
- A) Síntesis  
 B) Liberación  
 C) Maduración  
 D) Fijación  
 E) Penetración

**Solución:**

El virus VIH/SIDA se une al linfocito T auxiliar o cooperador a través del receptor CD4 que el linfocito exhibe. Este evento representa la **fijación** del virus a la célula, sin la cual será imposible que el virus ingrese a la célula defensiva y el proceso infectivo continúe.

**Rpta.: D**

3. Cuando en un texto de biología se afirma que un virus es un parásito, se refiere a que el virus usa \_\_\_\_\_ para persistir.

- A) sus propias enzimas  
B) las enzimas de la célula  
C) su energía potencial  
D) genes externos  
E) la energía del entorno

**Solución:**

Los virus son considerados parásitos intracelulares obligados, ya que aprovechan la **maquinaria enzimática de la célula** que infectan para ser replicados y subsistir.

**Rpta.: B**

4. El cuerpo produce una serie de proteínas como parte del sistema inmunitario. Muchas de ellas son citocinas, que controlan el crecimiento y la actividad de otras células inmunitarias y células sanguíneas. Algunas de ellas, además, son muy activas durante las infecciones virales, bloqueando las actividades de los virus dentro de la célula. ¿Cómo se les llama a estas últimas moléculas?

- A) Anticuerpos  
B) Complemento  
C) Interferones  
D) Inmunoglobulinas  
E) Interleucinas

**Solución:**

Los **interferones** son proteínas liberadas por las células del sistema inmune en respuesta a infecciones virales, por bacterias y por parásitos, incluyendo a las células cancerosas tumorales. Las propias células infectadas por virus pueden producirlos para bloquear la replicación viral en células sanas.

**Rpta.: C**

5. Una investigación durante la pandemia por virus Influenza A H1N1 descubrió que el medicamento Oseltamivir ataca a la neuraminidasa, enzima que ayuda, a las partículas virales recién formadas, para que puedan abandonar la célula infectada en busca de nuevas células. Con base en esto, ¿qué fase del ciclo infectivo del virus estaría siendo afectada por Oseltamivir?

- A) Fijación  
B) Denudación  
C) Síntesis  
D) Ensamblaje  
E) Liberación

**Solución:**

La neuraminidasa es una parte del virus Influenza que hace que las partículas virales recién ensambladas por la célula infectada puedan salir de la misma para infectar a las células vecinas, afectando directamente la fase de **liberación** del virus.

**Rpta.: E**

6. Unos epidemiólogos están investigando un brote de VIH/SIDA en una población al norte de África, encontrando que el caso inicial (paciente cero) surgió luego de que este acudiera a un hospital de emergencias. De todas las opciones posibles de infección, ¿Cuál de los siguientes eventos es el menos probable para que la persona se haya infectado?
- A) Trasfusión desde el banco de sangre
  - B) Trasplante de órgano donado
  - C) Picadura de mosquitos
  - D) Uso de jeringa infectada
  - E) Intervención quirúrgica con instrumental contaminado

**Solución:**

La **picadura de mosquitos** no es una forma comprobada de transmisión del virus VIH/SIDA.

**Rpta.: C**

7. Un hospital regional del interior del país ha desarrollado un plan de contingencia que le ha permitido controlar de manera eficiente el número de casos de los virus ADN conocidos. Sin embargo, aún tiene por delante un largo camino para lograr controlar enfermedades virales como
- A) el papilomavirus humano.
  - B) la rubéola.
  - C) la varicela zoster.
  - D) la hepatitis B.
  - E) el herpes.

**Solución:**

La **rubéola** es una enfermedad infecciosa causada por el virus de la rubéola, un virus ARN perteneciente a la familia Matonaviridae, miden de 50-70 nm de diámetro y poseen un centro denso de 30 nm rodeado de una capa lipídica. Los demás virus mencionados son virus ADN.

**Rpta.: B**

8. Unos estudiantes están rindiendo un examen práctico frente al microscopio, y deben diferenciar una célula bacteriana de otras 4, entre las que se encuentran: una célula de levadura, una de planta, otra de protozooario y una última de microalga. Si pudiera hacerlo de manera simple, ¿qué propiedad bacteriana sería más fácil de reconocer?
- A) La falta de envoltura nuclear
  - B) La presencia de un sistema de membranas
  - C) La abundancia de RER
  - D) La ausencia de ribosomas
  - E) La forma de la célula

**Solución:**

Las bacterias son procariontes, es decir, células que **carecen de envoltura nuclear**; no presentan núcleo verdadero, sino un nucleoide.

**Rpta: A**





15. Relacione las siguientes alternativas y marque la secuencia correcta:

- |                   |                          |
|-------------------|--------------------------|
| I. Cianobacterias | a. Inclusiones nucleares |
| II. Micoplasmas   | b. Fotosíntesis          |
| III. Purpúreas    | c. Usan H <sub>2</sub> S |
| IV. Espiroquetas  | d. Sin pared celular     |
| V. Clamidias      | e. En forma de tirabuzón |

A) Ib, IId, IIIc, IVe, Va

B) Ia, IId, IIIe, IVd, Vc

C) Id, IIb, IIIc, IVe, Va

D) Ie, IIa, IIIId, IVb, Vc

E) Ic, IId, IIIa, IVe, Vb

**Solución:**

Las cianobacterias pueden realizar fotosíntesis parecida a la de las plantas (**Ib**); los micoplasmas son bacterias que no presentan pared celular (**IId**); las bacterias purpúreas usan H<sub>2</sub>S en vez de H<sub>2</sub>O como fuente de equivalentes reductores (**IIIc**); las espiroquetas usualmente tienen forma de tirabuzón (**IVe**) y las clamidias producen inclusiones citoplasmáticas así como nucleares (**Va**).

**Rpta.: A**