

교과서를 들어가며...

우리의 수학 교육은 정상일까? 많은 사람들이 수학으로 힘들어하고 포기하는 사람들이 생겨나 '수포자'라는 단어가 일상화되었다. 수학 교육의 방향에 문제가 있음은 모두가 공감하고 있고, 해결하려 노력하는 움직임도 많이 생겨나고 있으나 여전히 대다수 교육 현장은 제자리 걸음을 반복하고 있는 것이 현실이다.

수학 교육에 대해 이야기 하기 전 먼저 교육 활동의 기본 매체인 교과서에 대해 이야기 해보려고 한다. 교과서는 교육과정을 효율적으로 교육하기 위해 만들어졌다. 학습할 내용을 담은 기초 자료라고 볼 수 있다. 교과서의 가장 큰 장점은 공부를 효율적으로 할 수 있게 편집되어 있다는 것이다. 교과서는 머리말을 통해 과목의 특성과 배양하려는 능력이 무엇인지를 제시하고 단원의 개요나 학습목표를 통해 각 단원에서 배울 점을 명확하게 보여준다. 본문을 공부한 다음 읽기자료, 실험, 탐구학습 등을 통해 배운 내용을 실생활에서 활용할 수 있게 만든다. 또한 실생활이나 다른 교과와의 연관성은 거의 없는 수준이고 단순한 계산 기능 위주의 문제들이 대다수의 시간을 차지한다. 이는 학습자가 수학에 대해 흥미와 관심을 가질 충분한 동기가 될 수 없다. 이러한 동기의 부재는 많은 학습자들이 수학은 기초적인 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈만 할 줄 알면 된다는 생각을 갖게 하기도 한다.

이 교과서는 수학을 좋아하는 사람, 수학이 주는 아픔도 느껴본 사람 모두에게 더 나은 방향의 수학 교육이 이루어지기를 바라는 마음으로 만들게 되었다. 공부를 체계적으로 할 수 있게 편집되어 있는 교과서의 장점을 극대화하여 만든 이 교과서를 통해 수학에 대한 인식 변화가 새로워지길 바란다. 수학에 대해 부정적이었던 사람들이 수학에 대해 다시 생각해 볼 수 있게끔, 우리가 배워야 할 수학의 본질이 무엇인지를 알 수 있게 이 교과서를 집필하였다. '정답'만을 위한 수학 교육이 아닌 '수학적 이해'와 '수학적 연결'을 중요시 하는 교과서를 만들었다.

수학은 보이지 않는 관념 속에 존재하는 대상을 다루기에 사고력을 길러준다. 추상적인 대상을 다루기 때문에 상대방에게 설득력 있게 설명하는 것이 매우 중요하다. 다양한 현상을 설명하는데 적합한 수학은 응용 능력을 길러주기도 한다. 이처럼 수학은 우리가 생각하는 입시 수학처럼 정답에 관심을 갖고 출발한 학문이 아니다. 수학의 기본 정신은 '정답'이 아닌 '연결'이다. 교육의 핵심은 모르는 것을 알려주는 것이다. 모르는 것을 알아가는 과정에서 중요한 것은 '호기심'이라 생각하는데, 교육을 다양한 방법으로 시도하여 학생들의 호기심을 이끌어내는 것이 가장 중요한 것이다. 스토리텔링이나 생활 속 문제를 해결 하는 방법, 사회의 어느 부분에 쓰이는 지 등 실제적으로 느낄 수 있을 만한 것들을 알려주는 것이 아이들의 호기심을 이끌어 낼 수 있지 않을까라는 생각이 든다. 우리 삶 속에서 학생들이 체험할 수 있는 문제로 수학의 힘을 느끼게 하는 것이 필요하다.

대한민국의 수학 교육은 많은 국민들이 문제점이 많다고 생각하는 부분 중 하나 일 것이다. 가장 큰 이유는 주입식 교육 체계에다가 대학 입시 위주의 교육이기 때문이다. 이런 교육은 수학이라는 학문을 본질적으로 탐구해가기 보다 문제 푸는 기술과 공식 암기 정도에 그친다. 원래 학교라는 곳은 어떤 지식이나 기술을 알려주기 위해서 존재한다. 그런데 평가 중심의 교육을 통해서 학생들은 정작 사회에서 필요한 것들을 배우지 못하고 있다. 얼마나 많이 아느냐 하는 지식의 양은 중요하지 않고 세상의 변화를 읽어내고 필요할 때 원하는 지식을 찾아내는 활용할 수 있는 능력이 더 중요한 시대가 된 것이다. 우리 수학 교육도 변화하는 시대에 발맞춰 입시중심, 평가중심의 수학을 벗어나 수학의 본질을 탐구하고 수학하는 즐거움을 향유할 수 있는 방향으로 변화해야 한다고 생각한다.

교과서 집필을 위한 과제로 진행한 '수포자 인터뷰'를 통해 배운 내용보다 훨씬 높은 수준의 문제가 시험에 나와 당황한 적이 있다는 이야기를 들었다. 학교 내신 평가는 수업 시간에 다룬 내용을 소재로 해야하는 것 아닌가? 수업 시간에 다루는 교재는 교과서이고, 따라서 내신 평가도 교과서에서 다룬 단원을 소재로 이루어져야 한다. 그러나 많은 학교에서 수업은 교과서로 해놓고 교과서 수준을 벗어나는 문제들이 교내 시험에 출제되는 일이 빈번하게 일어나고 있다. 학생들은 일찍부터 사교육에 의존하며 곁핍기식 선행학습을 하게 된다. 사교육은 선행학습을 낳고 선행학습은 공교육 수업을 무력화시킨다. 학습자 간의 개인 차이가 심각해지고 학습자의 학교 수업에 대한 참여가 불성실해진다. 이렇게 되면 수학에 대한 관심과 흥미가 낮고 대학입학 수단으로만 수학을 인식하게 된다. 수학 학습 결손 및 부진 학생이 다수인데, 수학은 위계성이 뚜렷하기 때문에 그런 학생들은 만회할 기회가 없다. 이러한 학생들은 수학에 대한 부정적인 태도로 인해 너무 쉽게 수학을 포기하게 된다. 지나친 선행학습과 입시만을 기반으로한 균형잡히지 않은 수업이 이루어지고, 교육의 양극화 현상이 발생한다. 대학 입시로 모든 것이 끝나며 수학이 상급학교 진학을 결정하는 역할을 하게된다. 세상은 수능이 가장 공정한 기준이라고 말하며 앞으로 비중을 더 늘려야 한다고 말하고 있지만 필자는 수능이 공정하다는 말에 동의하지 않는다. 줄 세우기 식 상대평가는 수능이 가진 가장 심각한 문제라고 생각한다. 수능이 우리 나라의 수학 교육을 망치는 주범이라고 말하고자한다.

또 한가지 우리나라 수학 교육의 문제점은 교사 중심의 수업 진행이다. 설명식 수업으로는 학생들의 수학적 사고력의 발달에 도움되지 않는다. 개인차를 고려하지 못하는 획일화된 수업인 것이다. 가시적인 성과를 내는데 필요한, 즉 시험에 자주 나타나는 문제 풀이 중심의 수업이다. 교사 중심의 수업, 절차적 지식을 강조하는 수업으로 사고력 발달을 이루지 못하고 학생들이 문제 풀이 방법과 유형을 암기하도록 하는 수업이 된다. 학생들의 주체적인 탐구보다는 교사가 설명한 공식과 전략을 반복적으로 연습하는 식의 수업이다. 사고력보다 지식 중심의 학습을 통해 높은 수학적취도를 얻은 학생은 자신이 가진 지식의 틀로부터 쉽게 벗어나지 못하게 된다.

수학을 배우는 것에 대해 부정적인 사람들은 '수학은 살아가는 동안 사용할 일이 없다. 일상 속에서 수학을 접하는 일은 거의 없다.' 라고 말하곤 한다. 수학은 우리가 살면서 찾아보기 힘든 것일까? 교과서에만 존재하는 수학만이 수학일까? 아니다. 우리가 바라보는 이 세상 또한 수학이라고 볼 수 있다. 수학 공부에서 놓쳐서는 안될 분야가 있는데, 그 중 하나는 창조사상이다. 이 세상이 아름답게 보이는 것도 수학적 구조로 세상이 창조되었기 때문이다. 하지만 많은 사람들이 이를 모르고 세상 속에서 수학을 찾아보기 어렵다고 생각하며 살아가고 있다. 수학을 포기하고, 싫어하는 사람들이 하는 말들이 여기서 나온다. '수학은 내 생활과 직접적 연관이 없다.' 하지만 따지고 보면 내가 눈으로 보는 것에서 수학을 찾기는 쉽다. 길을 걷다 눈에 보이는 건물들도 하나의 수학이라 볼 수 있는 것이다. 해바라기꽃 모양에서 또 육각형의 벌집이나 눈송이에서부터 해와 달과 별의 움직임까지 모든 창조물들이 갖는 조화로움이 수학적으로 표현될 수 있다.

우리 나라가 어떻게 교육을 행해야할까? 너무나도 좋은 장점을 가지고 있는 교과서를 활용하는 데에 문제가 있는 우리 나라의 교육. 가장 문제라고 생각되는 수능. 다른 나라에서는 과연 어떤 교육을 행하고, 시험을 치르고 있을까? 프랑스의 경우, 고등학교 졸업생들을 대상으로 '바칼로레아'로 불리는 대학 입학 자격시험을 치르게 하는데 이 시험에는 정답이 없다. 그저 자신의 생각을 논리적으로 설명하고 다른 사람을 설득하는지를 보는 시험이기 때문이다. 학생들 스스로 잘 생각해보지 않았던 문제에 대해 생각해보고 타인과 세상을 이해하는 힘을 길러주는 것이 프랑스 교육의 목적이다. 우리가 수학을 가르치고자 하는 그 목적은 무엇인가? 목적을 바로 잡는다면 앞으로의 수학에 기대감을 가져보아도 되지 않을까? 수학 교육의 흐름이 어떠한지, 우리 나라의 수학 교육과정과 외국의 것과는 어떻게 다른지 또는 수준에 차이가 있다면 얼마나 차이가 나는지 관심을 가지며 교육에 대한 발전이 이루어지기를, 교육 시스템이 바람직한 방향으로 바뀌지길 바란다.

수학은 항상 이것을 이것이 아닌 것으로 설명하려 한다.
이것이 수학이라는 게임에 적용되는 **단 하나의 규칙**이다.

수학의 기본 정신은 '**정답**'이 아닌 '**연결**'이다.

수학은 ..

1. 사고력을 길러줍니다.
2. 소통 능력을 길러줍니다.
3. 응용 능력을 길러줍니다.
4. 융합적 능력을 길러줍니다.
5. 아름다움을 추구하는 능력을 길러줍니다.

○ 복습하기

<학습목표>

- 순서쌍과 좌표를 이해한다.
- 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석 할 수 있다.
- 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

일차식

1. 다음에서 일차식을 모두 찾으시오.

(1) $3x$ (2) $\frac{x}{2} - 1$

(3) $(x + 2) - x$ (4) $x^2 - x + 1$

좌표평면과 그래프

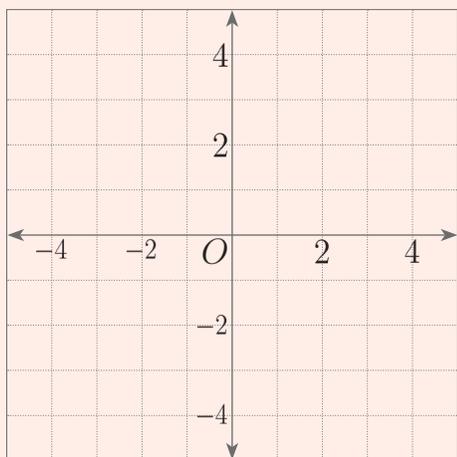
2. 다음 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고 제몇 사분면 위의 점인지 말하시오.

(1) $A(2, 4)$

(2) $B(-3, -4)$

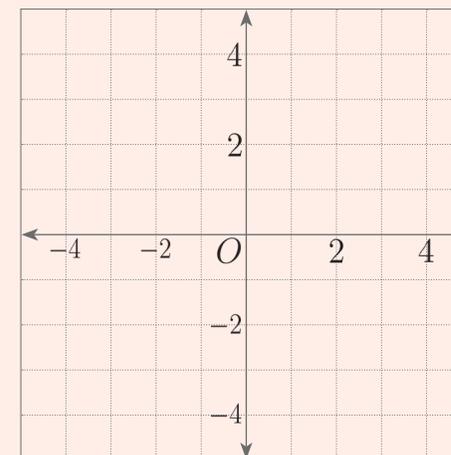
(3) $C(4, -1)$

(4) $D(-1, 2)$



그래프

3. 정비례 관계 $y = ax(a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 수 a 의 값을 구하시오.



정비례와 반비례

4. 다음에서 y 가 x 에 정비례하는지 반비례하는지 말하고, x 와 y 사이의 대응 관계를 식으로 나타내시오.

(1) 한 시간에 $70km$ 를 달리는 자동차가 x 시간 동안 달린 거리 $y km$

(2) 넓이가 $24cm^2$ 인 삼각형의 밑변의 길이가 xcm 일 때, 높이 $y km$

연립방정식

5. 다음 연립방정식을 푸시오.

(1)
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 2y = 18 - 3x \\ x - y = 1 \end{cases}$$



함수

- 함수의 뜻
- 일차함수의 그래프
- 일차함수의 그래프의 절편과 기울기
- 일차함수의 그래프의 성질
- 일차함수의 식 구하기
- 일차함수와 일차방정식
- 두 일차함수의 그래프와
연립일차방정식

1

함수의 뜻

함수의 개념과
일차함수의 의미를 이해한다.

함수는 무엇인가요?

탐구

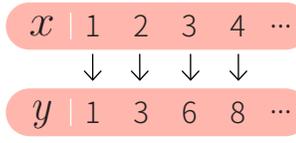
다음 표는 예원이가 강낭콩을 심고 싹이 난 후 매일 강낭콩의 키를 재어 나타낸 것이다. 강낭콩이 싹이 난 지 x 일 후의 키를 y cm라 할 때, 물음에 답해 보자.

x (일 후)	1	2	3	4	5	...
y (cm)	1	2	6	8	12	...



- 강낭콩이 싹이 난 지 1일 후의 키는 몇 cm인가?
또, 2일 후의 키는 몇 cm인가?
- x 의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y 의 값은 몇 개로 정해지
는지 말해 보자.

위의 탐구의 표에서 x 의 값이 1, 2, 3, 4, ...로 변함에 따라 y 의 값이 1, 3, 6, 8, ...로 각각 하나씩 정해진다.

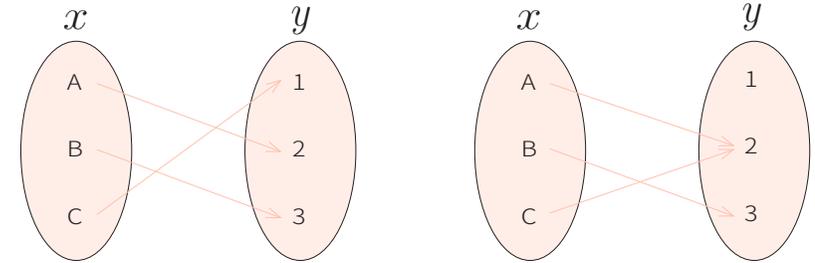


단어
여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 변수라고 한다.

이와 같이 두 변수 x 와 y 에 대하여 x 의 값이 정해짐에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 정해지는 대응 관계가 성립할 때, y 를 x 의 함수라고 한다.

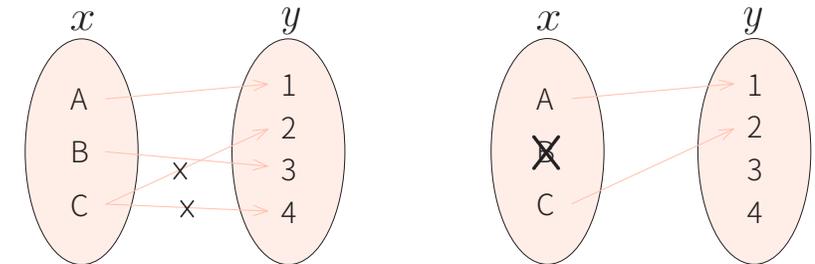
함수인 경우

x 의 값이 정해짐에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 정해지는 경우



함수가 아닌 경우

- x 에 y 가 오직 하나 대응되지 않고 두개 이상 대응되는 경우
- y 에 대응되어 있지 않은 x 가 하나라도 존재하는 경우
(x 에 y 가 대응되어 있지 않은 경우)



의사소통 두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 변함에 따라 y 의 값이 '오직 하나씩' 정해지는 대응 관계를 일상생활에서 찾아 이야기해 보자.

예 제 1

다음 두 변수 x, y 에 대하여 y 가 x 의 함수인지 말하시오.

- (1) 100m 달리기를 할 때, 달린 거리 x cm와 남은 거리 y m
- (2) 자연수 x 와 그 약수 y

풀이 (1) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계는 다음 표와 같다.

x	0	1	2	3	4	...	100
y	100	99	98	97	96	...	0

위의 표에서 x 의 값이 0, 1, 2, ..., 100으로 변함에 따라 y 의 값은 100, 99, 98, ..., 0과 같이 오직 하나씩 대응하므로 y 는 x 의 함수이다.

(2) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계는 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	...
y	1	1,2	1,3	1,2,4	...

위의 표에서 x 의 값 2에 대응하는 y 의 값은 1, 2이다. 따라서 x 의 값 하나에 y 의 값이 오직 하나씩 대응하지 않으므로 y 는 x 의 함수가 아니다.

답 (1) y 는 x 의 함수이다. (2) y 는 x 의 함수가 아니다

문제 1 7명의 학생이 풍경 그림 공모전에 참가하였다. 그림을 제출한 학생 수가 x 일 때, 아직 제출하지 못한 학생 수를 y 라고 하자.



(1) 다음 표를 완성하고, x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y								

(2) y 가 x 의 함수임을 설명하시오.

함숫값은 무엇인가요?

식 $y = 5x, y = \frac{2}{x}$ (단, $x \neq 0$), $y = 4 - x, \dots$ 는 x 의 값이 정해짐에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 정해지는 함수이다.

이처럼 y 가 x 의 함수일 때, 이것을 기호로

$$y = f(x)$$

와 같이 나타낸다.

함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 정해지면 그에 따라 정해지는 y 의 값, 즉 $f(x)$ 를 x 의 **함숫값**이라고 한다.

예를 들어 y 가 x 의 함수이고 $y = 4 - x$ 인 관계가 있을 때, 이 함수를 $f(x) = 4 - x$ 와 같이 나타낼 수 있다. 또, $f(x) = 4 - x$ 에서 $x = 3$ 일 때의 함숫값은 $f(3) = 4 - 3 = 1$ 이다.

$$y = 4 - x \quad y = f(x)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{f(x) = 4 - x}$$

예 제 2

한 개의 무게가 250g인 사과 x 개의 무게를 y g이라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 이 함수를 $y = f(x)$ 라고 할 때, 다음을 구하시오.

- (1) $f(x)$
- (2) $x = 3$ 일 때의 함숫값

풀이 (1) 사과 한 개의 무게가 250g이므로 사과 x 개의 무게는 $250x$ g이다. 따라서 $f(x) = 250x$

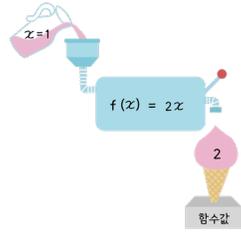
(2) $f(x) = 250x$ 에서 x 에 3을 대입하면

$$f(3) = 250 \times 3 = 750$$

답 (1) $f(x) = 250x$ (2) 750

$f(x) = 2x$ 일 때, $f(1)$ 의 값 구하기

$f(x) = 2x \xrightarrow{x=1 \text{을 대입}} f(1) = 2 \times 1 = 2$



문제 1 정가가 x 원인 물건의 10% 할인된 가격을 y 원이라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 이 함수를 $y = f(x)$ 라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $f(x)$

(2) $x = 4000$ 일 때의 함수값

문제 2 함수 $f(x)$ 가 다음과 같을 때, $f(2)$, $f(-3)$ 의 값을 각각 구하시오.

(1) $y = 4x$

(2) $y = -\frac{6}{x}$

(3) $y = x - 1$

일차함수는 무엇인가요?

탐구

10L의 물이 담겨 있는 어항에 매분 2L씩의 물을 넣는다고 한다. 이 어항에 물을 넣기 시작하여 x 분이 지난 후의 전체 물의 양을 yL 라고 하자.



① 다음 표를 완성해 보자.

x (분)	0	1	2	3	4	5	...
y (L)	10						...

② x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내 보자.

위의 탐구에서 두 변수 x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면

$$y = 2x + 10$$

과 같이 y 가 x 에 대한 일차식으로 나타내어진다. 이때 x 의 값이 정해짐에 따라 y 의 값이 **오직 하나씩** 정해지므로 y 는 x 의 함수이다.

일반적으로 함수 $y = f(x)$ 에서 y 가 x 에 대한 일차식

$$y = ax + b \text{ (단, } a, b \text{는 상수, } a \neq 0 \text{)}$$

로 나타날 때, 이 함수를 x 에 대한 **일차함수**라고 한다.

✓ 개념확인



일차함수가 아닌 예

$$y = \frac{2}{x} (\mathbf{X}) \quad y = x^2 + 3 (\mathbf{X})$$

예 제 3

속력이 분속 $3km$ 인 기차를 타고 $170km$ 떨어진 지점까지 가려고 한다. 기차가 출발한 지 x 분 후에 도착지까지 남은 거리를 ykm 라고 할 때, 물음에 답하시오.

- (1) y 를 x 의 식으로 나타내시오.
- (2) y 는 x 에 대한 일차함수인지 말하시오.

풀이 (1) 기차가 x 분 동안 이동한 거리는 $3xkm$ 이므로 y 를 x 의 식으로 나타내면 $y = 170 - 3x$

(2) $170 - 3x$ 는 x 에 대한 일차식이므로 $y = 170 - 3x$ 는 x 에 대한 일차함수 이다.

답 (1) $y = 170 - 3x$ (2) 일차함수이다.

문제 1 다음 중 일차함수를 모두 찾으시오.

- (1) $y = 4x$
- (2) $y = \frac{2}{x}$
- (3) $y = -\frac{6}{x}$
- (4) $y = x^2 + 1$

문제 2 다음에서 y 를 x 에 대한 식으로 나타내고, 일차함수임을 설명하시오.

- (1) 밑변의 길이가 xcm 이고 높이고 $10cm$ 인 삼각형의 넓이가 ycm^2 이다.
- (2) 500원짜리 볼펜 한 자루와 x 원짜리 연습장 3권을 사고 지불한 금액이 y 원이다.

문제 3 다음 그림과 같이 성냥개비를 사용하여 정사각형을 일렬로 이어 붙이려 한다. 정사각형 x 개를 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수를 y 개라고 하자.



(1) 오른쪽 표를 완성하시오.

x 개	1	2	3	4	...
y 개					

(2) x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내고 y 가 x 에 대한 일차함수인지 말하시오.

의사소통 일상생활에서 일차함수의 예를 찾고, 그것이 일차함수인 까닭을 말해 보자.

한 개에 1300원 하는 사과를 x 개 사고 10000원을 내면 거스름돈은



$2L$ 의 물이 들어 있는 수조에 매분 $1L$ 씩 물을 받으면 x 분 후의 물의 양은



2

일차함수의 그래프

일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

일차함수의 그래프는 어떻게 그리나요?

탐구

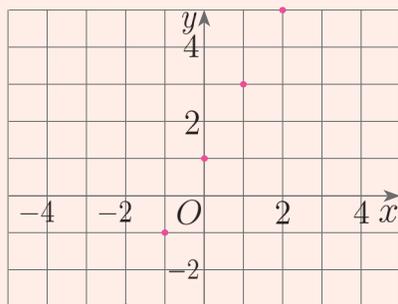
- ① 일차함수 $y = 2x + 1$ 에 대하여 오른쪽 표를 완성하고, 표에서 x 의 값을 x 좌표, y 의 값을 y 좌표로 하는 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내 보자.

x	-2	-1	0	1	2
y					

- ② 표를 완성하면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y					

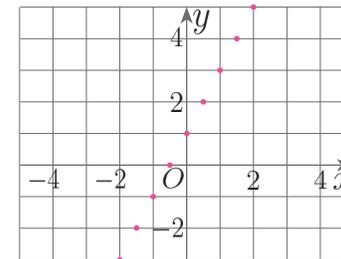
이때 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 아래 그림과 같다.



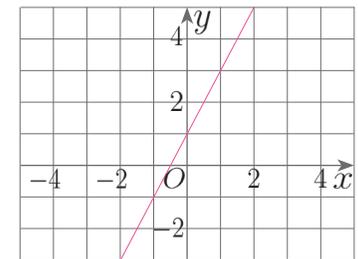
x 의 값의 범위가 수 전체이면 어떤 그래프가 그려질까?

일차함수의 그래프 그리기 (1)

- ① $y = ax + b$ (단, $a \neq 0$)에서 x 의 값이 정해져 있지 않을 때에는 x 의 값의 범위가 수 전체일 때로 생각한다.
 $y = 2x + 1$ 에서 x 의 값의 간격을 점점 작게 하여 얻어지는 순서쌍들을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 <그림 1>과 같이 직선에 가까운 형태가 된다. 이를 x 의 값의 범위가 수 전체일 때까지 계속하면 <그림 2>와 같은 직선이 된다. 이 직선이 일차함수 $y = 2x + 1$ 의 그래프다.



<그림 1>

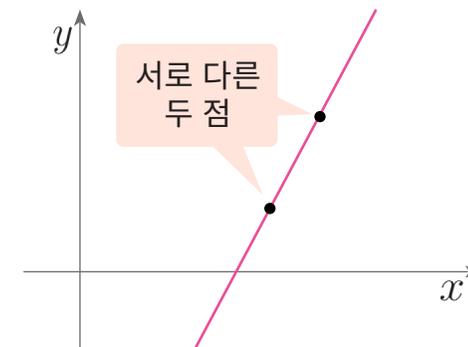


<그림 2>

일반적으로 x 의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 직선으로 나타난다.

일차함수의 그래프 그리기 (2)

일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이므로 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프 위의 서로 다른 두 점을 알면 그 그래프를 그릴 수 있다.



예 제 1

일차함수 $y = -2x + 3$ 에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.

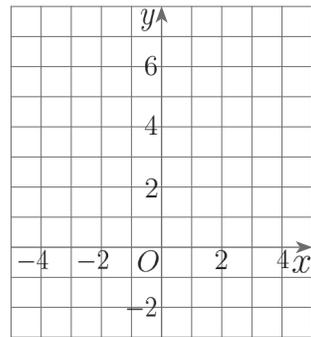
x	...	-2	...	-1	...	0	...	1	...	2	...
y	...	7

- (1) 표를 완성하시오.
 (2) (1)의 표를 이용하여 $y = -2x + 3$ 의 그래프를 그리시오.

풀이 (1) 일차함수 $y = -2x + 3$ 에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	-1	...	0	...	1	...	2	...
y	...	7

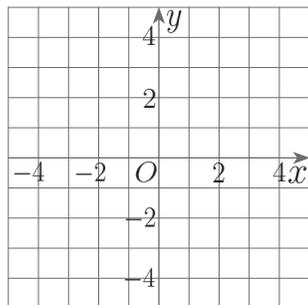
- (2) 위의 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림의 점들이 된다. 따라서 x 의 값의 범위가 수 전체일 때, $y = -2x + 3$ 의 그래프는 이 점들을 모두 지나는 직선이다.



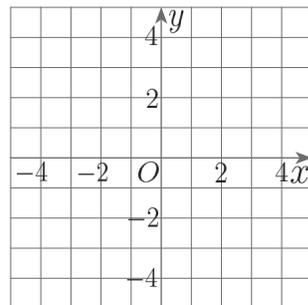
답 풀이참조

문제 1 다음 일차함수의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y = -x + 1$

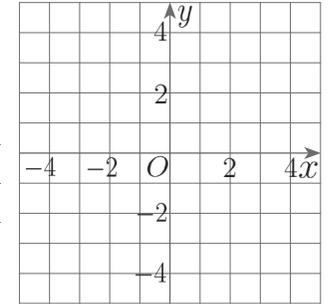


(2) $y = 3x - 2$



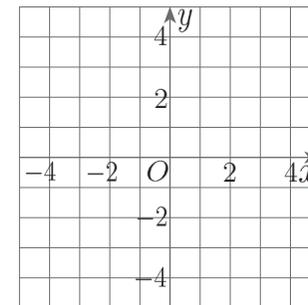
문제 2 일차함수 $y = -2x - 1$ 에 대하여 다음 표를 완성하고, x 의 값의 범위가 모든 수일 때, 그 그래프를 그리시오.

x	-2	-1	0	1	2
y					

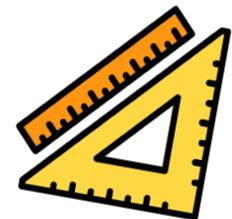
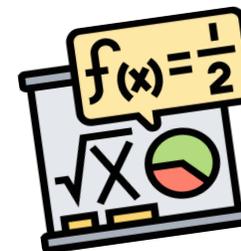
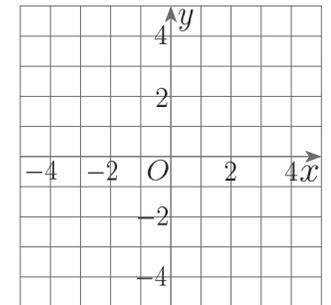


문제 3 다음 일차함수의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y = x + 2$



(2) $y = -\frac{2}{3}x + 1$



3

일차함수의 그래프의 절편과 기울기

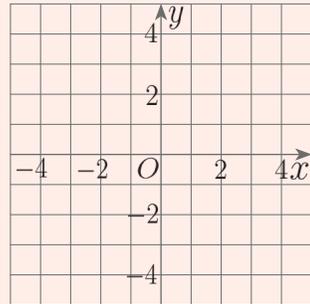
x절편, y절편, 기울기의 뜻을 알고 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

x절편과 y절편이란 무엇일까?

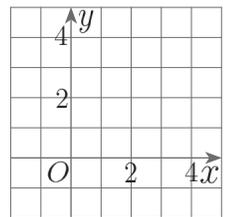
탐구

오른쪽 그림은 일차함수 $y = 2x + 4$ 의 그래프를 좌표평면 위에 나타낸 것이다.

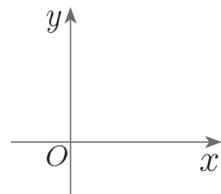
- ① 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 말하고, 그 점의 x 좌표를 구해 보자.
- ② 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표를 말하고, 그 점의 y 좌표를 구해 보자.



오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표는 $(2, 0)$ 이고 이 점의 x 좌표는 2이다. 또, 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$ 이고 이 점의 y 좌표는 3이다.



이와 같이 일차함수의 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 그래프의 **x절편**이라 하고, y 축과 만나는 점의 y 좌표를 그 그래프의 **y절편**이라고 한다.



y 절편
 $y = ax + b$
 \uparrow
 y 절편

탐구 일차함수 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 의 그래프의 x 절편은 2이고, y 절편은 3이다.

예제 1

x 절편과 y 절편을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 원점을 지나지 않을 때, x 절편과 y 절편을 알면 일차함수의 그래프가 x 축 및 y 축과 만나는 두 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 그릴 수 있다.

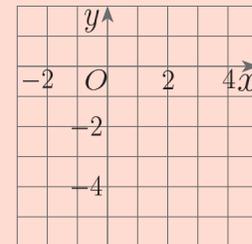
일차함수 $y = 2x - 4$ 의 그래프의 x 절편과 y 절편을 이용하여 그 그래프를 그려 보자.

- 1 x 절편과 y 절편을 각각 구한다.

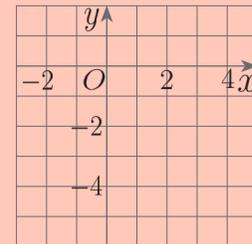
$y = 2x - 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 $0 = 2x - 4$
 $-2x = -4, x = 2$
 또, $y = 2x - 4$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = 2 \times 0 - 4 = -4$
 즉, 이 그래프의 x 절편 2이고, y 절편은 -4이다.

- 2 위의 1에서 구한 x 절편과 y 절편을 이용하여 순서쌍 (x 절편, 0), (0, y 절편)을 좌표로 하는 두 점을 좌표평면 위에 나타낸다.

순서쌍 (x 절편, 0), (0, y 절편) : $(2, 0), (0, -4)$



- 3 위의 2에서 나타낸 두 점을 지나는 직선을 그린다.



문제 1 x 절편, y 절편 구하기

예제

일차함수 $y = \frac{2}{3}x - 2$ 의 그래프의 x 절편과 y 절편을 구하시오.

풀이 $y = \frac{2}{3}x - 2$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = \frac{2}{3}x - 2, \frac{2}{3}x = 2, x = 3$
 $y = \frac{2}{3}x - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = \frac{2}{3} \times 0 - 2, y = -2$
 따라서 x 절편은 3,
 절편은 y 절편은 -2이다.

따라하기

일차함수 $y = \frac{3}{2}x + 3$ 의 그래프의 x 절편과 y 절편을 구하시오.

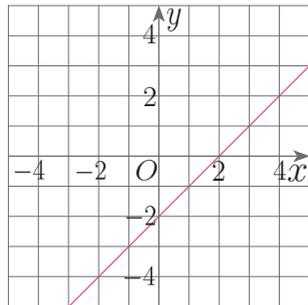
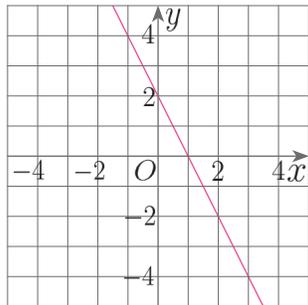
풀이 $y = \frac{3}{2}x + 3$ 에 _____ 을 대입하면

 $y = \frac{3}{2}x + 3$ 에 _____ 을 대입하면

 따라서 x 절편은 _____,
 절편은 y 절편은 _____이다.

문제 2 다음 일차함수의 그래프의 x 절편과 y 절편을 각각 구하시오.

- (1) x 절편 : _____ (2) x 절편 : _____
 y 절편 : _____ y 절편 : _____

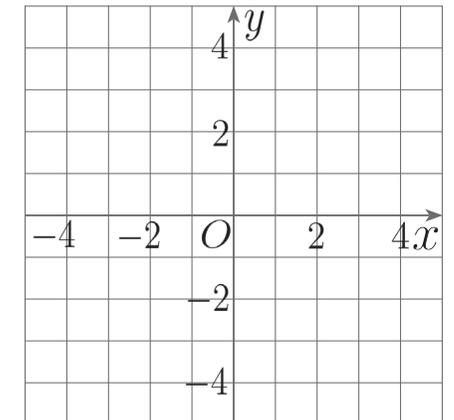


문제 3 다음 일차함수의 그래프의 x 절편과 y 절편을 각각 구하시오.

- (1) $y = -3x + 9$ (2) $y = -\frac{1}{2}x + 3$
 x 절편 : _____, y 절편 : _____ x 절편 : _____, y 절편 : _____
- (3) $y = \frac{5}{4}x + 10$ (4) $y = 2x - 6$
 x 절편 : _____, y 절편 : _____ x 절편 : _____, y 절편 : _____

문제 4 다음 일차함수의 그래프의 x 절편과 y 절편을 각각 구하고, 이를 이용하여 그 그래프를 그리시오.

- (1) $y = -3x + 3$
 (2) $y = \frac{1}{2}x - 1$
 (3) $y = -x - 4$



의사소통 x 절편이 0인 일차함수의 그래프의 특징을 말해 보자.

일차함수의 그래프에서 기울기는 무엇인가요?

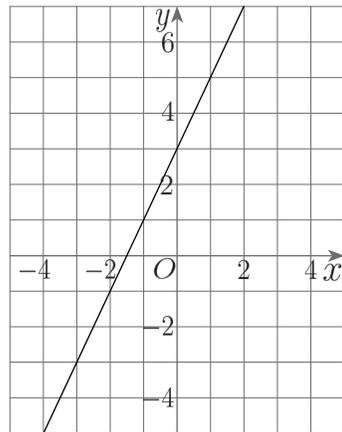
기울기 일차함수 $y = 2x + 3$ 에 대하여 x 의 값에 따라 정해지는 y 의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-3	-1	1	3	5	7	9	...

위의 표에서 x 의 값이 1만큼 증가하면 y 의 값은 2만큼 증가하고, x 의 값이 2만큼 증가하면 y 의 값은 4만큼 증가한다. 따라서 x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비율은

$$\frac{(x \text{의 값의 증가량})}{(y \text{의 값의 증가량})} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

로 일정하고, 이 값은 일차함수 $y = 2x + 3$ 에서 x 의 계수 2와 같다.



이때 $\textcircled{1}$ 은 일차함수 $y = 2x + 3$ 의 그래프에서 직선의 기울어진 정도를 나타낸다.

일반적으로 일차함수 $y = ax + b$ 에서 x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비율은 항상 일정하며, 그 비율은 x 의 계수 a 와 같다.

이 증가량의 비율 a 를 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$$y = ax + b$$

↑
기울기

일차함수의 그래프의 기울기

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에서

$$(\text{기울기}) = \frac{(y \text{의 값의 증가량})}{(x \text{의 값의 증가량})} = a$$

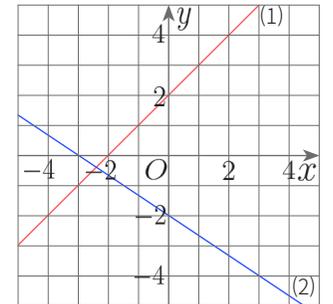
문제 1 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) $y = 5 + 3x$

(2) $y = x - \frac{4}{3}$

(3) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

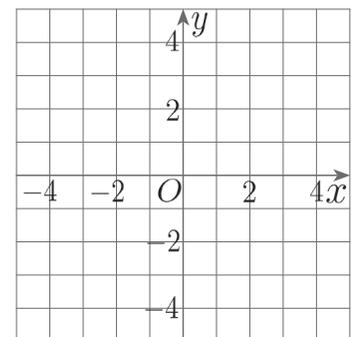
문제 2 오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프 (1), (2)에서 기울기를 각각 구하시오.



문제 3 기울기와 y 절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그리시오.

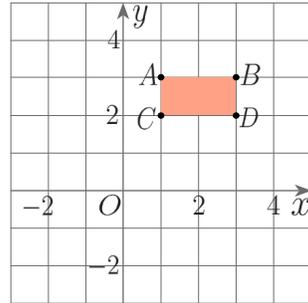
(1) $y = 3x - 1$

(2) $y = -\frac{2}{3}x + 2$



조건을 만족시키는 일차함수의 그래프의 기울기 정하기

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 $A(1, 3), B(1, 2), C(3, 2), D(3, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형이 있다.



이 사각형과 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a 의 값의 범위를 구하여보자.

이해 하기 구하려고 하는 것과 주어진 조건을 알아본다.

이해 하기 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프가 두 꼭짓점 A, C 를 지나도록 그린다.

이해 하기 사각형 $ABCD$ 와 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a 의 값의 범위를 구한다.

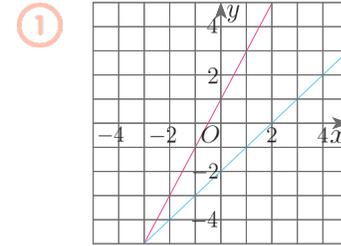
이해 하기 구한 결과가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

4

일차함수의
그래프의 성질

일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

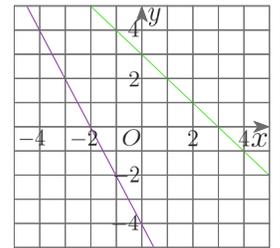
성질 1



일차함수 $y = 2x + 1$ 의 그래프의 기울기는 2이므로 x 의 값이 1만큼 증가하면 y 의 값은 2만큼 증가한다. 또한, 일차함수 $y = x$ 의 그래프의 기울기는 1이므로 x 의 값이 1만큼 증가하면 y 의 값은 1만큼 증가한다.

따라서 기울기가 양수인 두 일차함수의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

② 한편, 일차함수 $y = -x + 3$ 의 그래프의 기울기는 -1 이므로 x 의 값이 1만큼 증가하면 y 의 값은 1만큼 감소한다. 또한, 일차함수 $y = -2x - 4$ 의 그래프의 기울기는 -2 이므로 x 의 값이 1만큼 증가하면 y 의 값은 2만큼 감소한다.



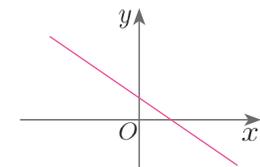
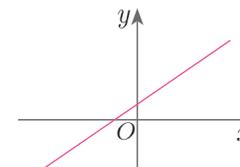
따라서 기울기가 양수인 두 일차함수의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는

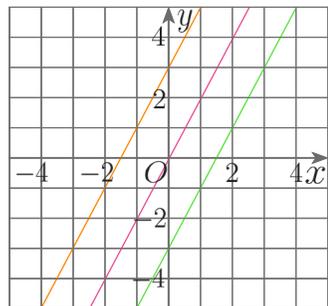
1 $a > 0$ 이면
오른쪽 위로 향하는 직선이다.

2 $a < 0$ 이면
오른쪽 위로 향하는 직선이다.



성질 2

세 일차함수 $y = 2x + 3$, $y = 2x$, $y = 2x - 3$ 의 그래프의 기울기는 모두 2로 같다. 이때 오른쪽 그림과 같이 두 일차함수 $y = 2x + 3$ 과 $y = 2x - 3$ 의 그래프는 일차함수 $y = 2x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 각각 3, -3만큼 평행이동한 것이므로 서로 평행하다. 일반적으로 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 y 절편이 다르면 서로 평행하고, 같으면 일치한다.



일차함수의 그래프의 기울기와 평행

- 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.
- 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 서로 같다.

EX) 두 일차함수 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 와 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 의 그래프는 기울기가 $-\frac{2}{3}$ 로 같고 y 절편이 각각 -2와 4로 다르므로 두 그래프는 서로 평행하다.

의사소통 두 일차함수 $y = ax - 2$ 와 $y = -x + b$ 의 그래프가 서로 평행하기 위한 상수 a, b 의 조건에 대하여 친구와 이야기해 보자.

두 일차함수의 그래프가 서로 평행하려면 a 는 어떤 조건을 만족시켜야 하지?



b 는 어떤 값을 가져도 상관없을까?



문제 1 다음 일차함수 중에서 그 그래프가 오른쪽 위로 향하는 것을 모두 구하시오.

(1) $y = -2 + x$

(2) $y = 6x - \frac{1}{4}$

(3) $y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

문제 2 다음 일차함수 중에서 그 그래프가 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

(1) $y = 3x + 1$

(2) $y = 2x + 5$

(3) $y = 2x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{2} + 3x$

문제 3 두 일차함수 $y = \frac{a}{2}x + 3$ 과 $y = -3x - b$ 의 그래프가 일치할 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

5

일차함수의 식 구하기

일차함수 그래프의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

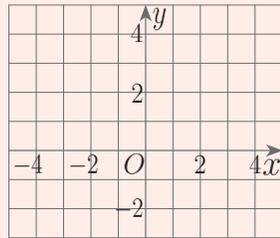
일차함수의 식을 어떻게 구하나요?

탐구

오른쪽 그림은 어떤 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그린 것이다. 이 그래프의 기울기, y 절편을 구하여 보자.

x 의 값이 0에서 2까지 2만큼 증가하면 y 의 값은 2에서 3까지 1만큼 증가하므로 이 그래프 기울기는 이다.

또, 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 2)이므로 y 절편은 이다.



기울기와 y 절편이 주어진 일차함수의 식 일차함수의 식은 $y = ax + b$ (단, a, b 는 상수, $a \neq 0$)로 나타낼 수 있고 상수 a, b 는 각각 일차함수의 그래프의 기울기, y 절편 이므로

탐구 에서 일차함수의 그래프를 나타내는 식은 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 이다.

이처럼 일차함수의 그래프의 기울기와 y 절편을 알면 그 일차함수의 식을 구할 수 있다.

기울기가 -2, y 절편이 3인

일차함수의 식 구하기

$$y = -2x + 3$$

$$y = ax + b$$

기울기 y 절편

기울기와 한 점이 주어진 일차함수의 식

일차함수의 그래프와 기울기와 그 그래프가 지나는 한 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 다음과 같은 순서로 구할 수 있다.

- 1단계 기울기가 a 인 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 로 나타내기
- 2단계 한 점의 좌표를 이용하여 y 절편 b 의 값 구하기
- 3단계 일차함수의 식 구하기

예제 1

일차함수의 그래프의 기울기가 3이고 그 그래프가 점 (1, 2)를 지날 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

풀이 1단계 그래프의 기울기가 3인 일차함수의 식은

$$y = 3x + b \quad \text{..... ①}$$

2단계 이 일차함수의 그래프가 점 (1, 2)를 지나므로

$$x = 1, y = 2 \text{를 ①에 대입하면}$$

$$2 = 3 \times 1 + b, b = -1$$

3단계 따라서 구하는 일차함수의 식은 $y = 3x - 1$

답 $y = 3x - 1$

문제 1 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 -3이고, 점 (2, -1)을 지나는 직선

(2) 일차함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 평행하고, 점 (2, 0)을 지나는 직선

두 점이 주어진 일차함수의 식 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 다음과 같은 순서로 구할 수 있다.

- 1 단계 두 점의 좌표를 이용하여 기울기 a 의 값 구하기
- 2 단계 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 로 나타내기
- 3 단계 한 점의 좌표를 이용하여 y 절편 b 의 값 구하기
- 4 단계 일차함수의 식 구하기

예 제 2

일차함수의 그래프가 두 점 $(1, 2), (4, -4)$ 를 지날 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

풀이 1단계 기울기 a 의 값을 구하면

$$a = \frac{(y \text{의 값의 증가량})}{(x \text{의 값의 증가량})} = \frac{-4 - 2}{4 - 1} = \frac{-6}{3} = -2$$

2단계 그래프 기울기가 -2 인 일차함수의 식은

$$y = -2x + b \quad \dots\dots ①$$

3단계 일차함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 을 지나므로

$$x = 1, y = 2 \text{를 } ① \text{에 대입하면}$$

$$2 = -2 \times 1 + b, b = 4$$

4단계 따라서 구하는 일차함수의 식은 $y = -2x + 4$

답 $y = -2x + 4$

문제 2 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

- (1) $(2, -3), (4, 1)$
- (2) $(-2, 2), (2, 6)$

일차함수의 활용 실생활 문제를 해결하려고 할 때, 두 양 사이의 관계가 일차함수임을 알면 두 변수 사이의 관계를 식으로 나타내어 다음과 같은 순서로 문제를 해결할 수 있다.

- 1 단계 문제의 뜻을 파악하여 변수 x, y 로 정하기
- 2 단계 두 변수 x 와 y 사이의 관계를 일차함수 $y = ax + b$ 로 나타내기
- 3 단계 함숫값이나 그래프를 이용하여 값을 구하기

예 제 1

어떤 양초에 불을 붙이면 양초의 길이는 시간이 지남에 따라 일정하게 줄어든다고 한다. 이 양초에 불을 붙인지 5분, 10분이 지났을 때, 남은 양초의 길이는 각각 $18cm, 16cm$ 가 되었다. 양초에 불을 붙인 지 20분이 지났을 때, 남은 양초의 길이를 구하시오.

풀이 1단계 양초에 불을 붙인 후 흐른 시간을 x 분, 이때 남은 양초의 길이를 ycm 라고 하자.

2단계 양초의 길이는 시간에 따라 일정하게 줄어들므로 두 변수 x 와 y 사이의 일차함수 $y = ax + b$ 의 관계가 성립한다. 시간이 $10 - 5 = 5$ (분) 흐를 때 양초의 길이는 $18 - 16 = 2(cm)$ 가 줄어들므로 기울기 $a = \frac{-2}{5} = -0.4$ 이고, x 와 y 사이의 관계식은

$$y = -0.4x + b \quad \dots\dots ①$$

이다. ①에 $x = 5, y = 18$ 을 대입하면

$$18 = -0.4 \times 5 + b, b = 20$$

따라서 x 와 y 사이의 관계식은

$$y = 20 - 0.4x \quad \dots\dots ②$$

3단계 ②에 $x = 20$ 을 대입하면

$$y = 20 - 0.4 \times 20, y = 12$$

따라서 양초에 불을 붙인 지 20분이 지났을 때, 남은 양초의 길이는 $12cm$ 이다.

답 $12cm$

문제 3 깊이가 $2m$ 인 어느 실내 수영장에 일정하게 물을 채워 넣을 때, 수면의 높이가 매분 $2cm$ 씩 높아진다고 한다. 수면의 높이가 $20cm$ 일 때부터 물을 채워 넣기 시작한 지 10분이 지났을 때, 수면의 높이를 구하시오.

문제 4 오른쪽 그래프는 어느 한 지점에서 지표면으로부터의 깊이에 따라 일정하게 변하는 땅속의 온도를 나타낸 것이다. 이 지점에서 지표면으로부터의 깊이가 $5km$ 일 때, 땅속의 온도를 구하시오.

