

Задачи на закон всемирного тяготения

Продолжаю публикацию [цикла](#) задач по [физике](#) и [астрономии](#). Сегодня у меня на повестке дня задачи на закон всемирного тяготения - что интересно, так это то, что такие задачи встречаются в задачниках и по астрономии, и по физике.

Для визуализации формул я буду использовать сервис [LaTeX2gif](#), чтобы эти формулы отображались и в RSS-ленте этого блога. В качестве источника для задач я воспользуюсь книгой "Сборник задач по астрономии", выпущенную в Москве издательством "Просвещение" в 1980 году и написанную Михаилом Михайловичем Дагаевым.

Немного теории

Те, кто достаточно хорошо знаком с физикой, может пропустить этот участок статьи, а тем, кто подзабыл её, я привожу краткое теоретическое введение.

Согласно закону всемирного тяготения, на поверхности сферического тела массой M и радиусом R гравитационное ускорение будет определяться выражением (если мы пренебрегаем ослаблением g вследствие вращения тела):

$$g = G \frac{M}{R^2},$$

а на поверхности Земли то же ускорение будет

$$g_0 = G \frac{M_0}{R_0^2} = 9,81 \text{ м/с}^2 = 981 \text{ см/с}^2,$$

откуда, поделив первое равенство на второе, получим:

$$g = g_0 \frac{M}{R^2} = g_0 \cdot g',$$

где M обязательно выражается в массах Земли и R - в радиусах Земли, а g' - относительное гравитационное ускорение в сравнении с земным.

В поле тяготения небесного тела на произвольном расстоянии от него гравитационное ускорение

$$g_r = G \frac{M}{r^2},$$

или, учитывая первое равенство

$$g_r = \frac{g}{\left(\frac{r}{R}\right)^2}.$$

В этой формуле r и R могут быть выражены в любых единицах длины - главное, чтобы они обязательно были одинаковые.

Пример задачи

Условие: Найти гравитационное ускорение, сообщаемое Юпитером своему второму галилеевому спутнику Европе, находящемуся от планеты на среднем расстоянии $670,9 \cdot 10^3$ км. Масса Юпитера в 318 раз больше земной массы, а средний радиус Земли равен 6371 км.

Дано: Обозначим данные из условия задачи:

спутник, $r = 670,9 \cdot 10^3$ км;

Юпитер, $M = 318$;

Земля, $R_0 = 6371$ км.

Решение: По формулам (***) и (**) находим искомое ускорение

$$g_r = g \frac{R^2}{r^2}, g = g_0 \frac{M}{R^2},$$

где $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$ - ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Тогда

$$g_r = g_0 \frac{M}{r^2},$$

причем r выражено в радиусах Земли, а масса M - в массах Земли, т. е. в тех единицах измерения, что и в формуле (**).

Поскольку средний радиус Земли $R_0 = 6371$ км, то искомое гравитационное ускорение

$$g_r = 9,81 \frac{318}{\left(\frac{670,9 \cdot 10^3}{6371}\right)^2} = 0,281 \text{ м/с}^2.$$

Задачи

Итак, список задач для самостоятельного решения, подобных разобранным - все они на закон всемирного тяготения и для их решения достаточно теоретического минимума сверху, плюс немного памяти.

1. Определить ускорение свободного падения на поверхности планет Марса и Венеры, а также астероида Цереры. Массы и радиусы в сравнении с земными: у Марса - 0,107 и 0,533, у Венеры - 0,815 и 0,950, у Цереры - $28,9 \cdot 10^{-5}$ и 0,0784.

2. Масса Луны в 81,3 раза, а диаметр в 3,67 раза меньше земных. Во сколько раз вес астронавтов был меньше на Луне, чем на Земле?

3. Чему равно ускорение свободного падения на поверхности Солнца и Сатурна, радиусы которых больше земного в 109,1 и 9,08 раза, а средняя плотность в сравнении с земной составляет 0,255 и 0,127?

- 4.** Какое ускорение свободного падения было бы на поверхности Земли и Марса, если бы при неизменной массе их диаметры увеличились вдвое и втрое? Сведения о Марсе см. в задаче **1**.
- 5.** Как изменилось бы ускорение свободного падения на поверхности планеты при увеличении ее массы в m раз, а средней плотности в n раз и, в частности, при $m=n$?
- 6.** Каким стало бы ускорение свободного падения на поверхности Солнца, если бы при той же массе оно увеличилось в диаметре до размеров земной орбиты? Масса Солнца в 333 тыс. раз больше земной, а его диаметр равен 1392000 км.
- 7.** Как изменилось бы ускорение свободного падения на Земле при неизменной массе и увеличении ее размеров в 60,3 раза, т. е. до орбиты Луны?
- 8.** В каких пределах меняется гравитационное ускорение спутника связи "Молния-3", выведенного на орбиту 14 апреля 1975 г. и облетающего Землю в пределах высоты от 636 км до 40660 км над земной поверхностью? Принять радиус Земли равным 6370 км.
- 9.** Найти гравитационное ускорение двух галилеевых спутников Юпитера, Ио и Каллисто, обращающихся вокруг планеты на средних расстояниях в 5,92 и 26,41 её радиуса. Масса Юпитера равна 318, а радиус - 10,9 земного.
- 10.** Указать расположение общего центра масс Земли и Луны, приняв радиус Земли 6370 км, массу Луны равной 1/81 земной массы и расстояние между телами - 60 земным радиусам.

Ответы к задачам

Ответы к опубликованным задачам для самоконтроля.

- 1.** 3,70, 8,86 и 0,46 м/с². **2.** В 6 раз. **3.** 273 и 11,3 м/с². **4.** 2,45, 1,09 и 0,93, 0,41 м/с². **5.** $\sqrt[3]{mn^2}$ и m . **6.** 0,59 см/с². **7.** 0,29 см/с². **8.** От 0,18 до 8,11 м/с² (в 45 раз). **9.** 75 см/с² и 3,76 см/с². **10.** 4660 км от центра Земли.