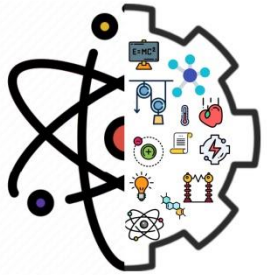
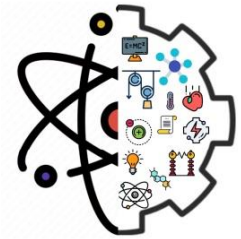




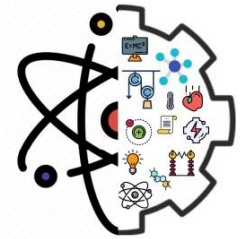
# الوحدة الاولى
# الفصل الثاني:
# (الكميات القياسية والكميات المتجهة)

**اعداد : أ . شمعه محمد العنزي**



# عناصر الوحدة

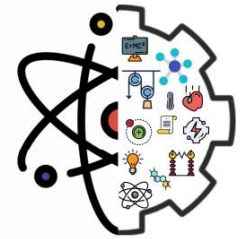
1. الكميات القياسية (العددية)
2. الكميات المتجهة
3. جمع الكميات المتجهة (المتجهات)
4. خواص جمع الكميات المتجهة (المتجهات)
5. تحليل الكميات المتجهة (المتجهات)
6. ضرب الكميات المتجهة (المتجهات)



## أهداف الوحده:

في نهاية هذه الوحده ستكون قادرا على :

١/التفريق بين الكميات الفيزيائية المتجهة والكميات الفيزيائية القياسية
٢/ضرب أمثله على الكميات المتجهة
٣/تمثيل المتجهة تمثيل رياضيا
٤/استخدام طريقه الرسم البياني في جمع المتجهات
٥/ايجاد محصله المتجهات
٦/تصحيح الخطافي رسمه المحصلة في الامثله المطروحة
٧/ذكر خصائص جمع المتجهات
٨/تقدير أهميه الكميات المتجهة في الحياة
٩/تصميم خريطة المفاهيم للمتجهات

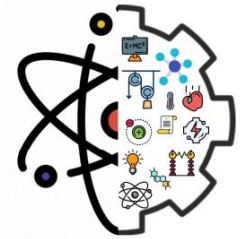


## مقدمة :

في الفيزياء توجد كميات فيزيائيه عديدة بعضها تحتاج إلى تحديد مقدار هذه الكميات ويكون هذا كافيا للتعبير عنها بشكل كامل وبعضها تحتاج للتعبير عن مقدار هذه الكميه واتجاهها ،وهذا التنوع في الكميات الفيزيائية أمر مهم جدا في الفيزياء

فالفيزياء هي احد علوم الطبيعه ،والتنوع في كمياتها مهم لوصف الطبيعه بشكل صحيح وشامل .

الكميات الفيزيائيه و
وحدات القياس





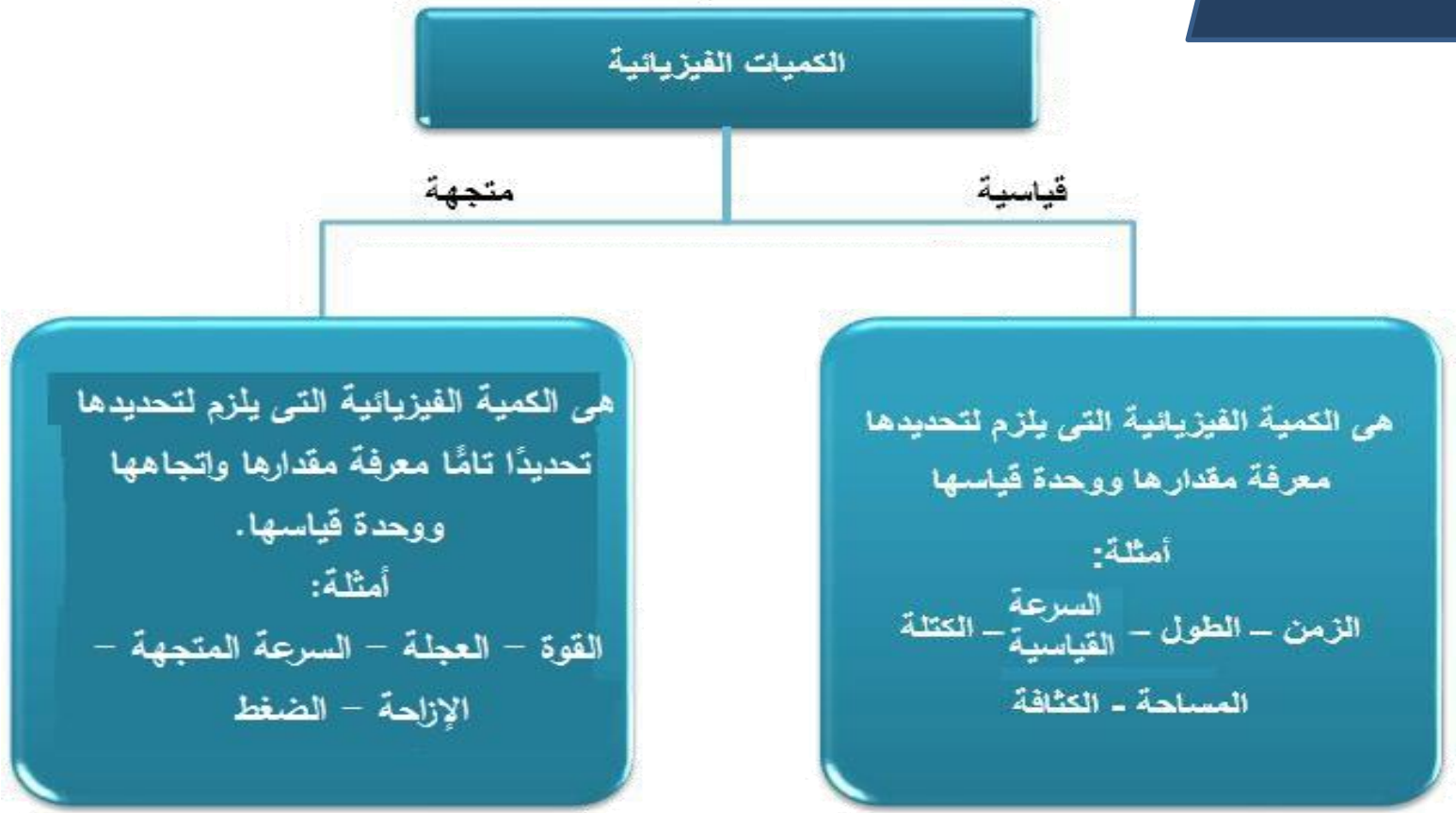
أولا

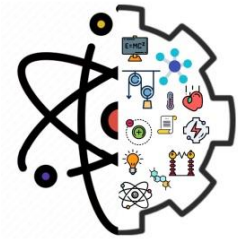
01

# الكميات الفيزيائية.

أ/شمعه محمد العنزي

## تنقسم الكميات الفيزيائية إلى :







ثانيا

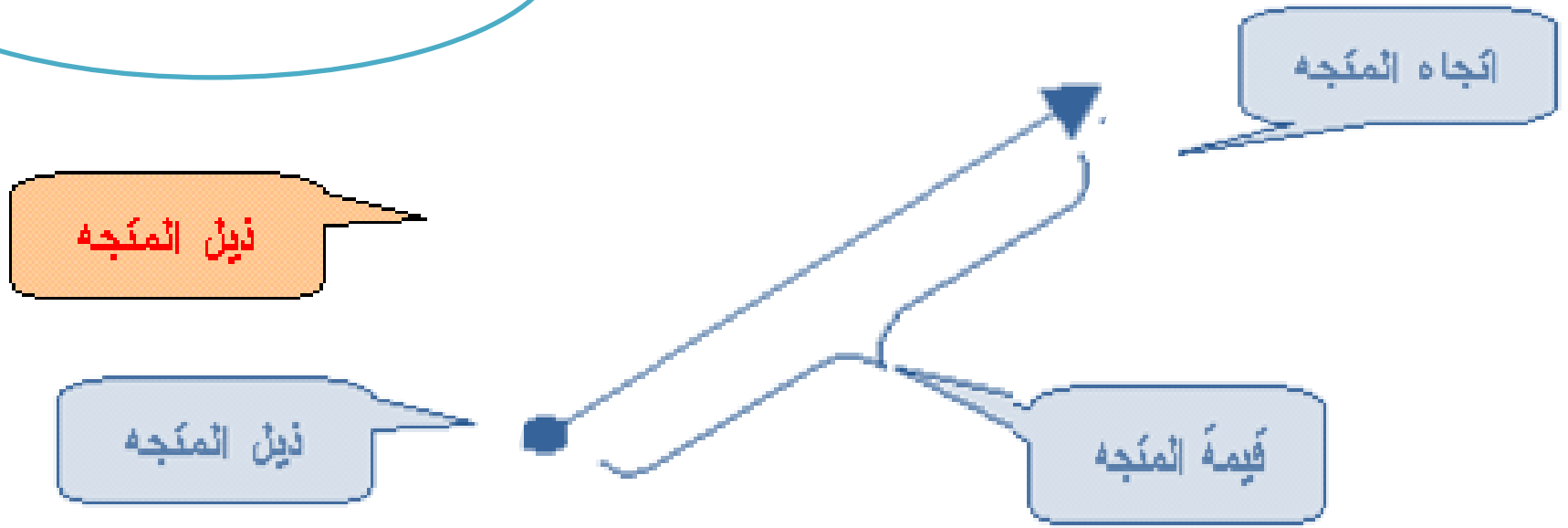
02

# جمع الكميات المتجهة (المتجهات)
## ١/طريقه الرسم
## ٢/طريقه جيب التمام .

أ/شمعه محمد العنزي

## طريقه الرسم:

تمثيل المتجه

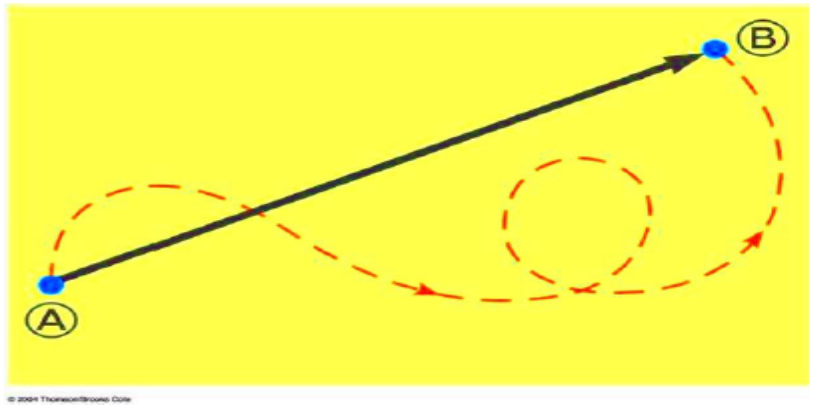


## تمثيل المتجه:

- رمز المتجه:
  - في النص المطبوع (في الكتب) نمثل المتجه بحرف غامق، مثلا $\boldsymbol{A}$.
  - في النص المكتوب باليد نمثل المتجه بحرف فوقه سهم، مثلا $\vec{A}$ .
  - مقدار المتجه $\boldsymbol{A}$ يكتب بطريقتين: $A$ أو $|\mathbf{A}|$.

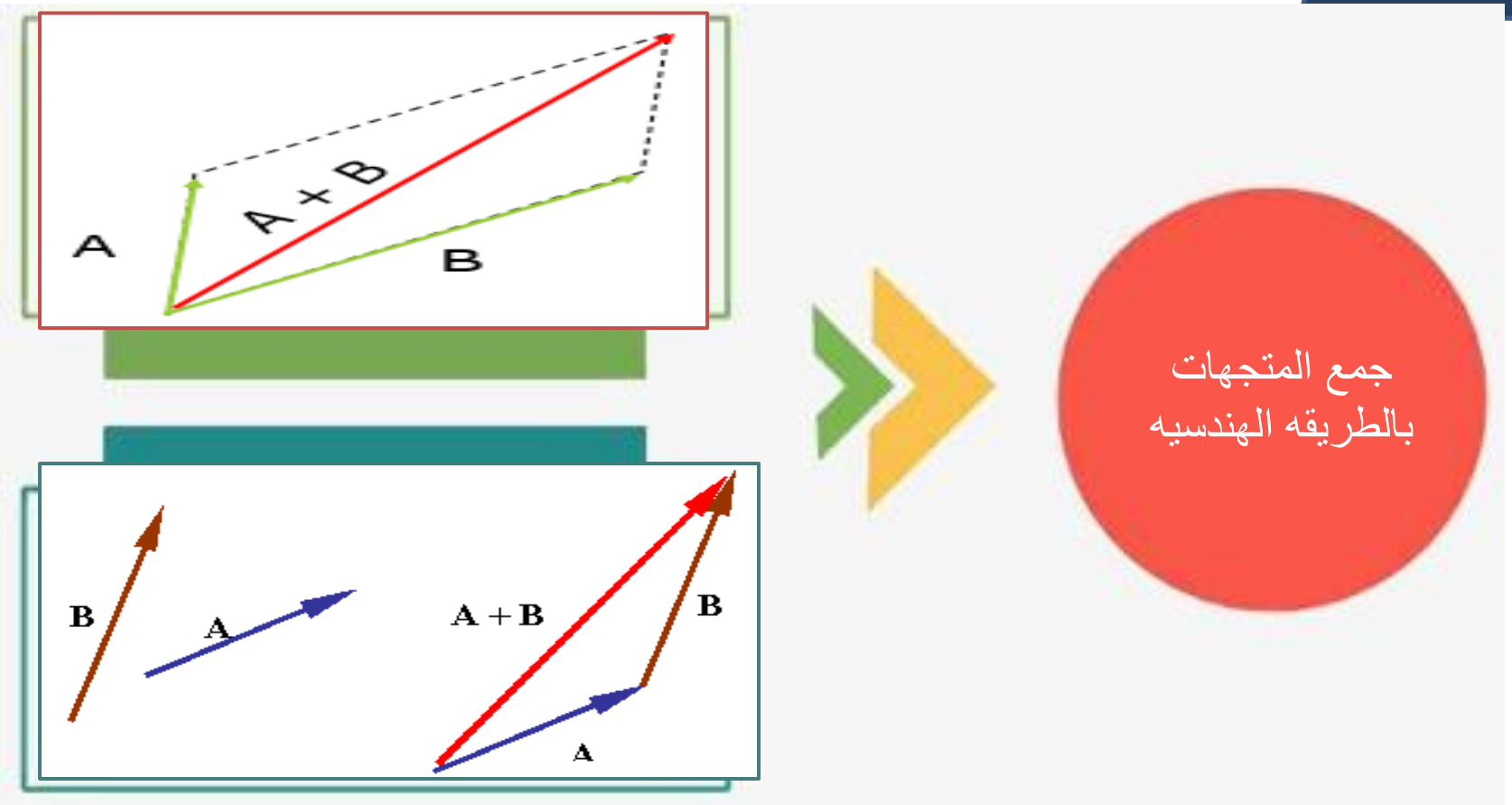
**مثال على كمية متجهة: الازاحة**

جسيم يتحرك من النقطة $A$ الى النقطة $B$ على طول المسار الموضح بالخط الاحمر المتقطع:




- **المسافة**: الخط المتقطع يمثل المسافة (كمية عددية) التي قطعها الجسيم.
- **الإزاحة**: وهي ممثلة بالسهم من $A$ الى $B$ وهي كمية متجهة ولا تعتمد على المسار بين النقطتين.

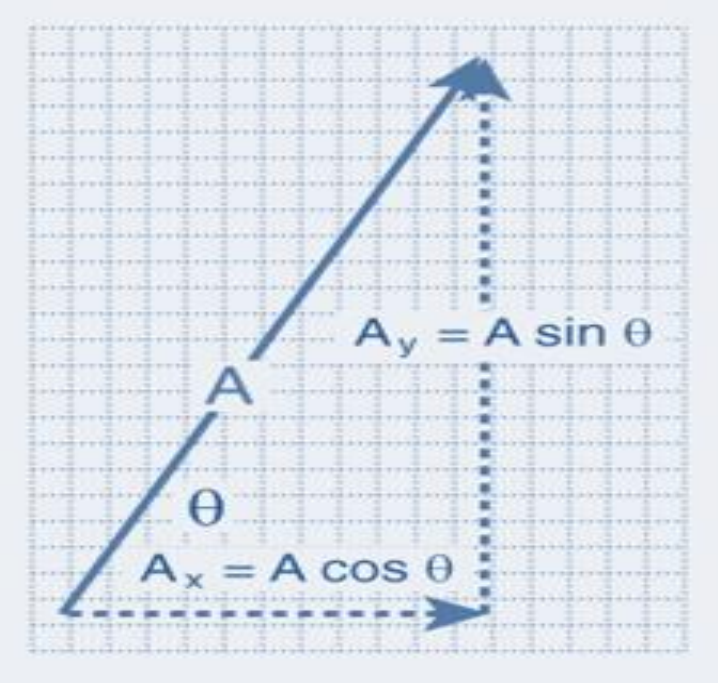
# طريقه جيب التمام

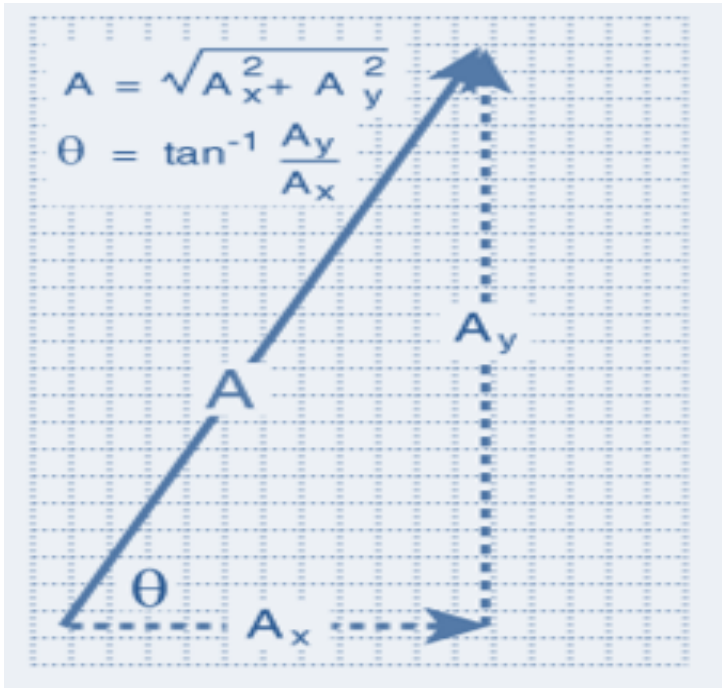


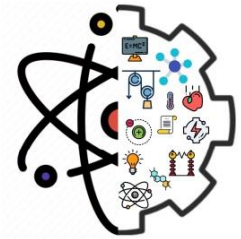

جمع المتجهات
بالطريقه الهندسيه

## تحليل المتجهات:

- لتبسيط التعامل مع المتجهات: نحللها إلى مركّبات سينية وصادية.





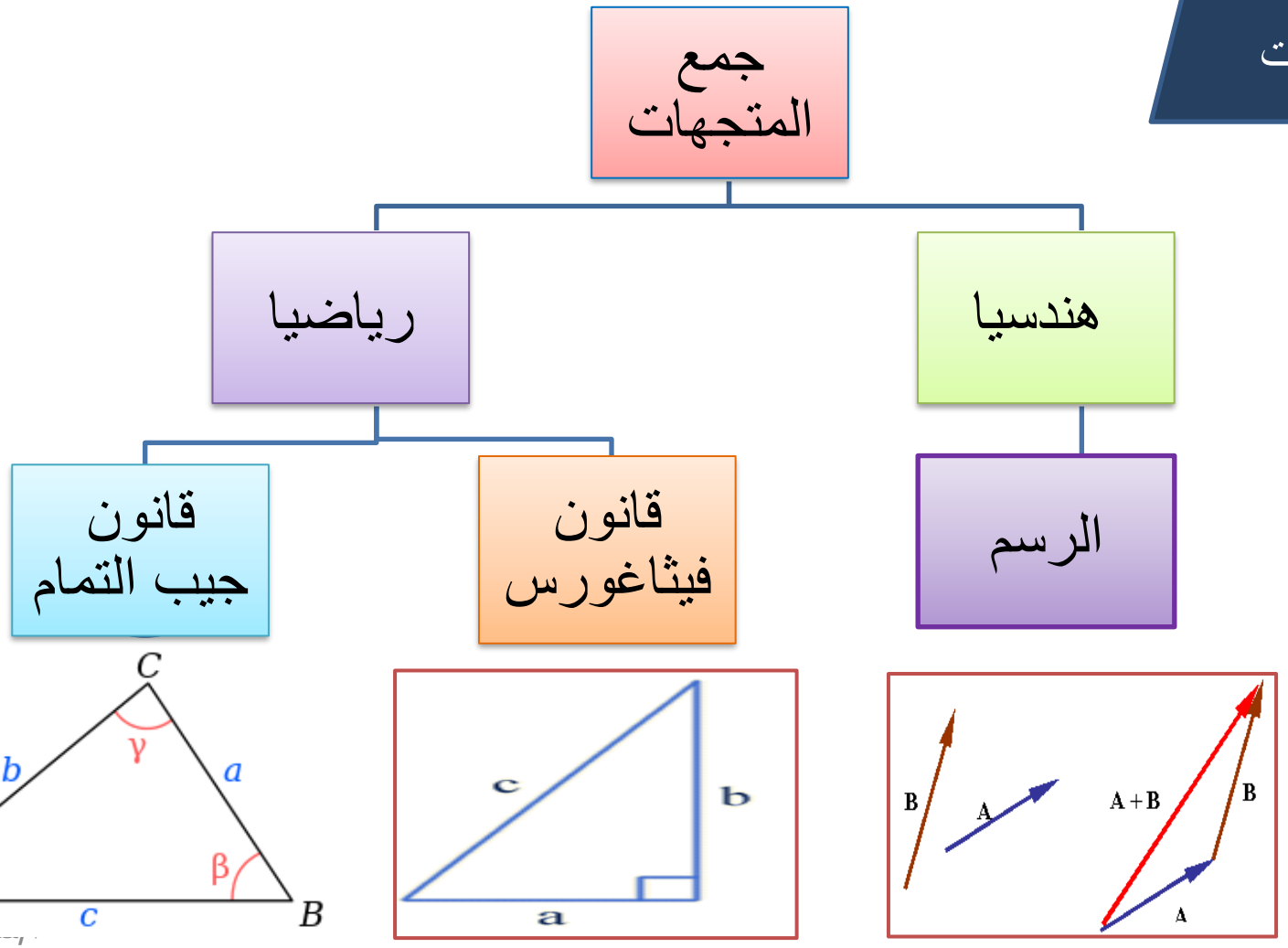


ثالثا

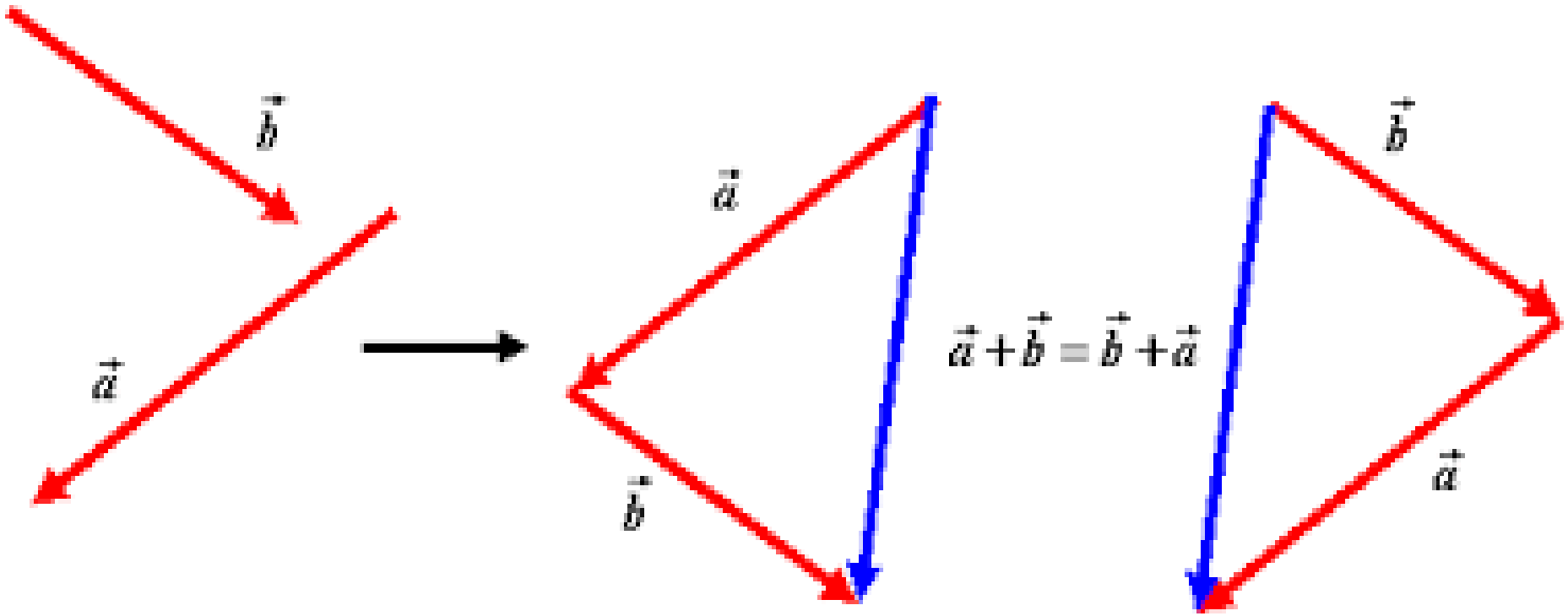
03

# خواص جمع الكميات المتجهة ( المتجهات )

## ايجاد محصله المتجهات

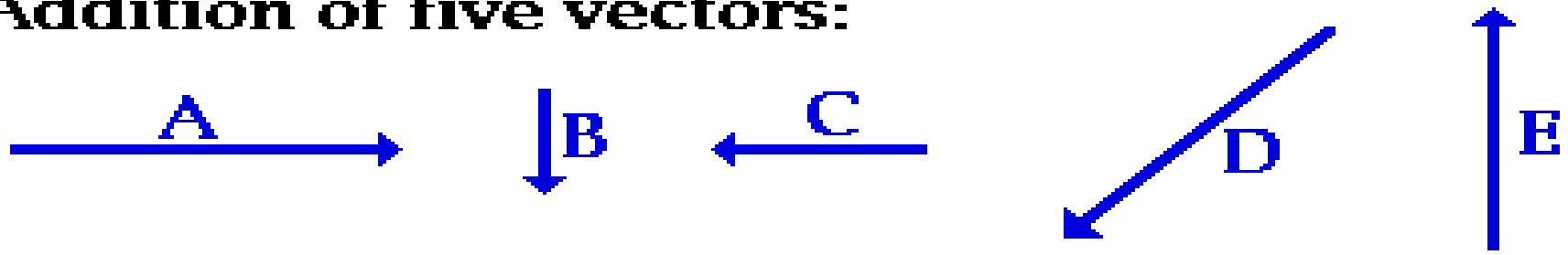


# خصائص جمع المتجهات(الابداليه)

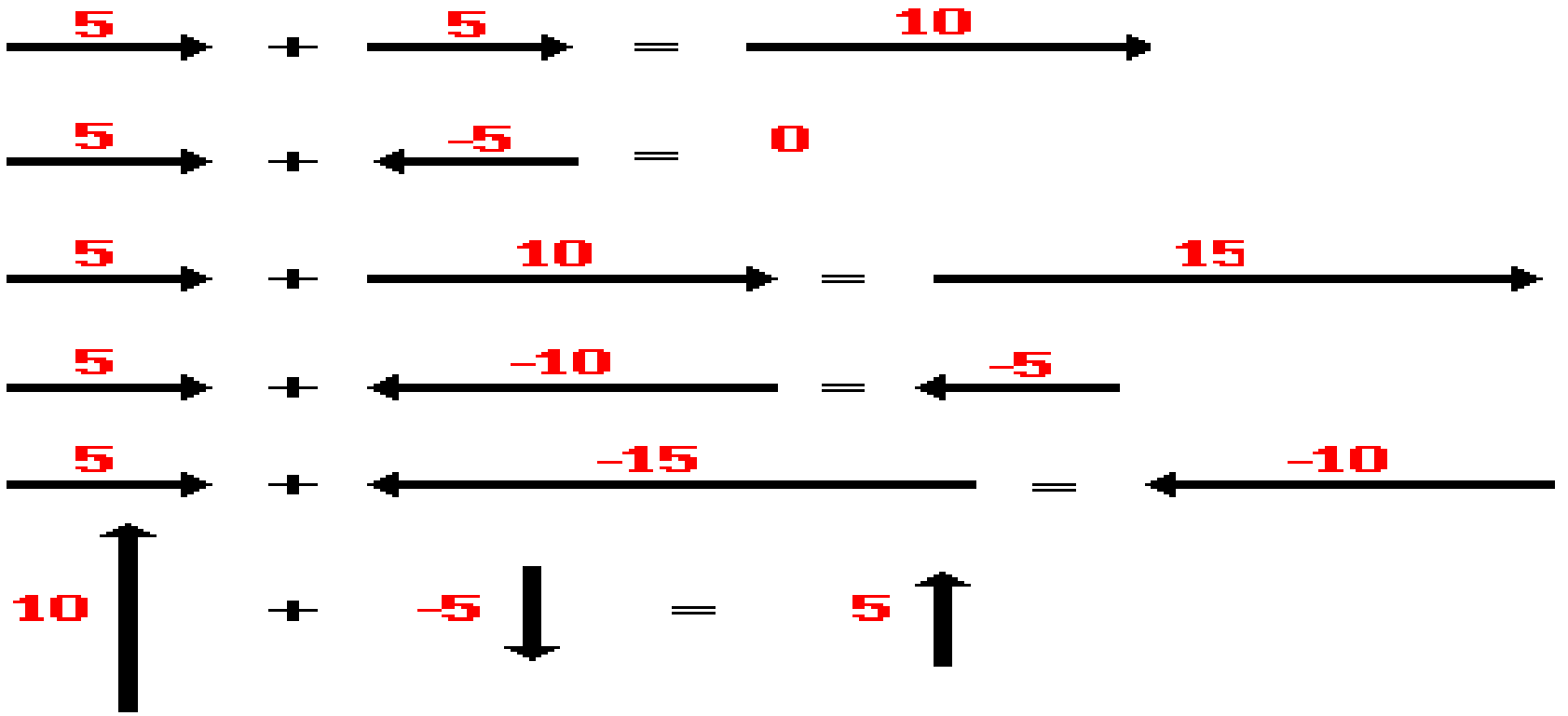


## خصائص جمع المتجهات(التجميعيه)

**Addition of five vectors:**



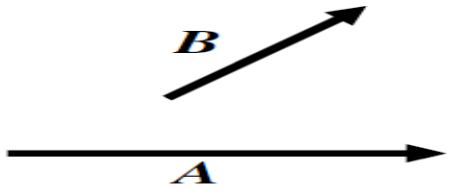
## جمع المتجهات



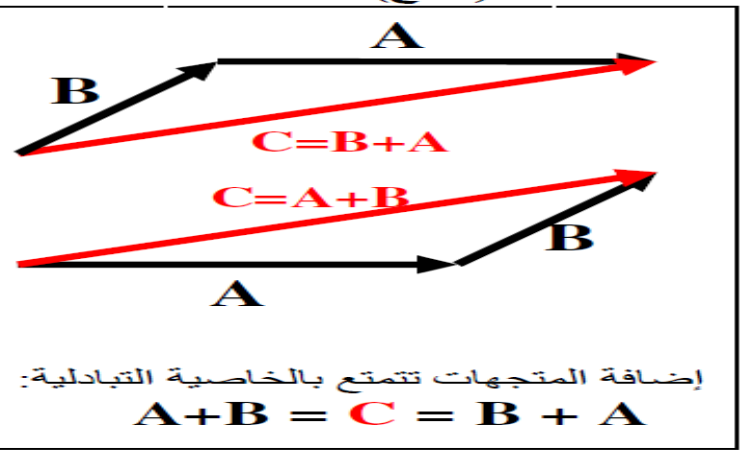
# جمع وطرح المتجهات

يمكن جمع أو طرح المتجهات بطريقتين: الطريقة الهندسية و الطريقة الجبرية.

1. الطريقة الهندسية (بالرسم): إعتبر المتجهين $A$ و $B$:



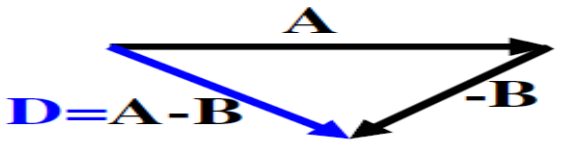

Addition (جمع)




إضافة المتجهات تتمتع بالخاصية التبادلية:

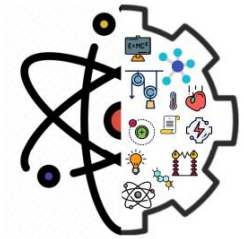
$$A+B = C = B + A$$

Subtraction (طرح)




طرح متجهين يكافئ إضافة
معكوس أحدهما الى الاخر:

$$D = A + (-B)$$
$$= A - B$$





ثالثا

03

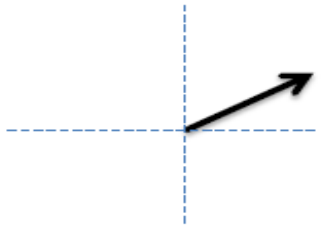
# تحليل الكميات المتجهة (المتجهات)

أ/شمعه محمد العنزي

تحليل المتجهات :

# تحليل المتجهات Vector components

- المتجه الذي أمامك مقداره 5 وحدات. ويصنع زاوية قدرها 30 درجة من محور السينات الموجب عكس عقارب الساعة.
- يمكن تحليل هذا المتجه إلى مركبتين:



– المركبة السينية

$$a_x = |a| \cos\theta = 5 \cos 30 =$$

– المركبة الصادية

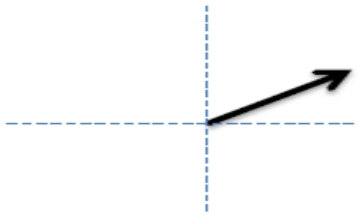
$$a_y = |a| \sin\theta = 5 \sin 30 =$$

- لاحظ أنّ: $|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ وأن $\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$

تحليل المتجهات

# تحليل المتجهات Vector components

- المتجه الذي أمامك مقداره 5 وحدات، ويصنع زاوية قدرها 30 درجة من محور السينات الموجب عكس عقارب الساعة.
- يمكن تحليل هذا المتجه إلى مركبتين:



– المركبة السينية

$$a_x = |a| \cos\theta = 5 \cos 30 =$$

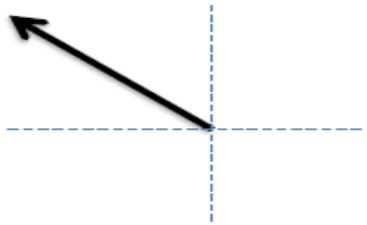
– المركبة الصادية

$$a_y = |a| \sin\theta = 5 \sin 30 =$$

- لاحظ أنّ: $|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ وأن $\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$

# تحليل المتجهات Vector components

- المتجه الذي أمامك مقداره 7 وحدات. ويصنع زاوية قدرها 130 درجة من محور السينات الموجب عكس عقارب الساعة.
- يمكن تحليل هذا المتجه إلى مركبتين:



– المركبة السينية

$$a_x = |a| \cos\theta = 7 \cos 130 = -4.5$$

– المركبة الصادية

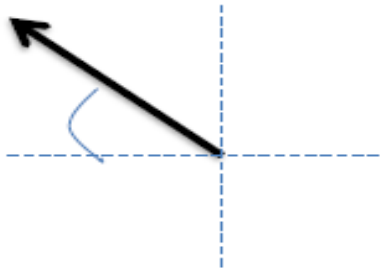
$$a_y = |a| \sin\theta = 7 \sin 130 = 5.4$$

- لاحظ أنّ: $|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ وأن $\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$

تدريب١ :

# في المثال السابق

- هل يمكن حل المسألة باستخدام الزاوية المحصورة بين المتجه ومحور السينات السالب؟ (الزاوية 50)

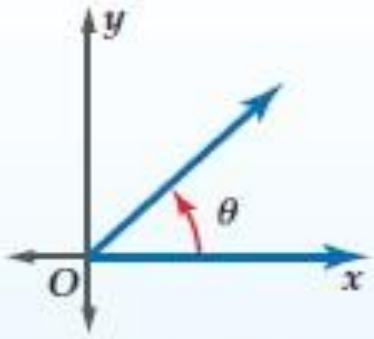
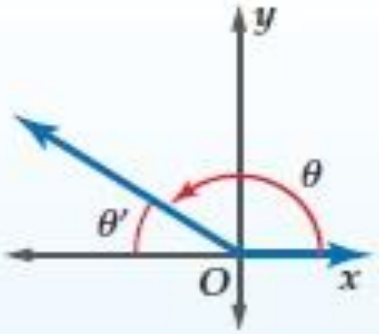
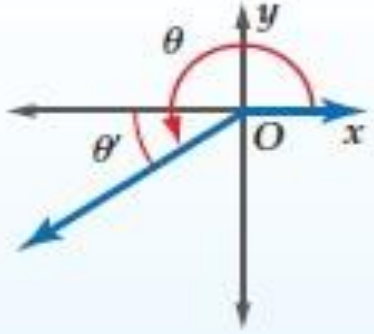
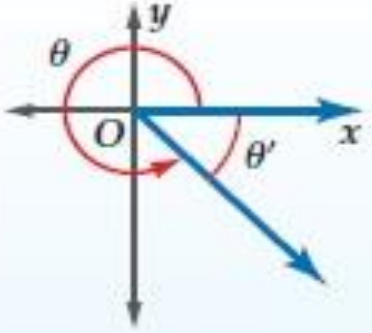


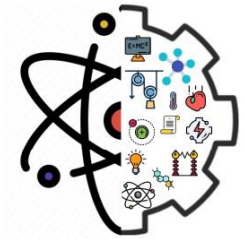
- قارن بين :
  - Cos 130 and Cos50
  - ماذا تستنتج؟

# استخدام طريقه الرسم البياني في جمع المتجهات

## مفهوم أساسي

### الزوايا المرجعية

| الربع الأول | الربع الثاني | الربع الثالث | الربع الرابع |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| $\theta' = \theta$ | $\theta' = 180° - \theta$<br>$\theta' = \pi - \theta$ | $\theta' = \theta - 180°$<br>$\theta' = \theta - \pi$ | $\theta' = 360° - \theta$<br>$\theta' = 2\pi - \theta$ |





رابعا

04

# ضرب الكميات المتجهة (المتجهات)

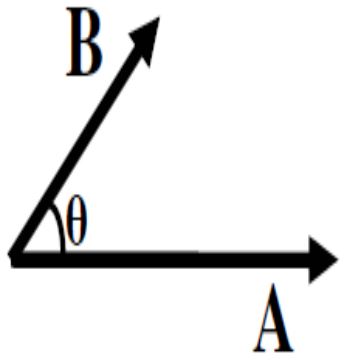
أ/شمعه محمد العنزي

## ضرب المتجهات

### 3.4 ضرب المتجهات:

- **الضرب النقطي (العددي)** **Dot product (Scalar product)**

لنعتبر مرة أخرى المتجهين $A$ و $B$ في الشكل 3.3، في البند 3.3 أعلاه.




الضرب النقطي لمتجهين ينتج كمية عددية:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \cos\theta = AB\cos\theta$$

حيث $\theta$ هي الزاوية بين المتجهين $A$ و $B$ عندما يكون الذيل على الذيل للمتجهين.

مثال: أحسب $\vec{A} \bullet \vec{A}$.

## ضرب المتجهات

لاحظ نتائج الضرب النقطي بين متجهات الوحدة $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$:

$$\hat{i}\bullet\hat{i}=\hat{j}\bullet\hat{j}=\hat{k}\bullet\hat{k}=1$$

$$\hat{i}\bullet\hat{j}=\hat{i}\bullet\hat{k}=\hat{j}\bullet\hat{k}=0$$ (أثبت هذا)

## تدريب ١:

مثال: للمتجهين $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ و $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j}$ إحسب ما يلي:

(1) الضرب القياسي للمتجهين، أي $\vec{A} \bullet \vec{B}$

(2) $\vec{A} \bullet \vec{A}$.

(3) مقدار كل من المتجهين، $\left|\vec{A}\right|$ و $\left|\vec{B}\right|$.

(4) الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

## الحل :

الحل: (1)

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \bullet (-\hat{i} + 2\hat{j})$$
$$= -2\hat{i} \bullet \hat{i} + 6\hat{j} \bullet \hat{j} + 4\hat{i} \bullet \hat{j} - 3\hat{j} \bullet \hat{i}$$
$$= -2 + 6 + 0 + 0$$
$$= 4$$

(2)

$$\vec{A} \bullet \vec{A} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \bullet (2\hat{i} + 3\hat{j})$$
$$= 4i \bullet i + 9\hat{j} \bullet \hat{j}$$
$$|A|^2 = 4 + 9 = 13$$

## الحل :

(3) مقدار المتجه $A$:

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

مقدار المتجه $B$:

$$\left|\vec{B}\right| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

(4) الزاوية بينهما:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| cos\theta \quad \Rightarrow \quad cos\theta = \frac{\vec{A} \bullet \vec{B}}{|A||B|} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\Rightarrow \quad \theta = cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{65}}\right) = 60.3^\circ$$

## تدريب ٢

أوجد مقدار الزاوية $(\theta)$ بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

## الحل:

**الحل Solution:**

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos(\theta)$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = 3.6$$

من ناحية أخرى:

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} &= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j})(B_x\hat{i} + B_z k) \\ &= (3\hat{i} - 4\hat{j})(-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\ &= (3\hat{i}).(-2\hat{i}) + (3\hat{i}).(3\hat{k}) + (-4\hat{j}).(-2\hat{i}) + (-4\hat{j}).(3\hat{k}) \\ &= (-6)(1) + (9)(0) + 8(0) - (12)(0) = -6\end{aligned}$$

## الحل:

وهكذا بالتعويض نجد أنّ:

$$\cos(\theta) = \frac{-6}{18} = -0.333$$

$$\theta = \cos^{-1}(-0.333) = 110^\circ$$

أي أنَّ الزاوية بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ هي $(\theta = 110^\circ)$.

# الضرب الاتجاهي :

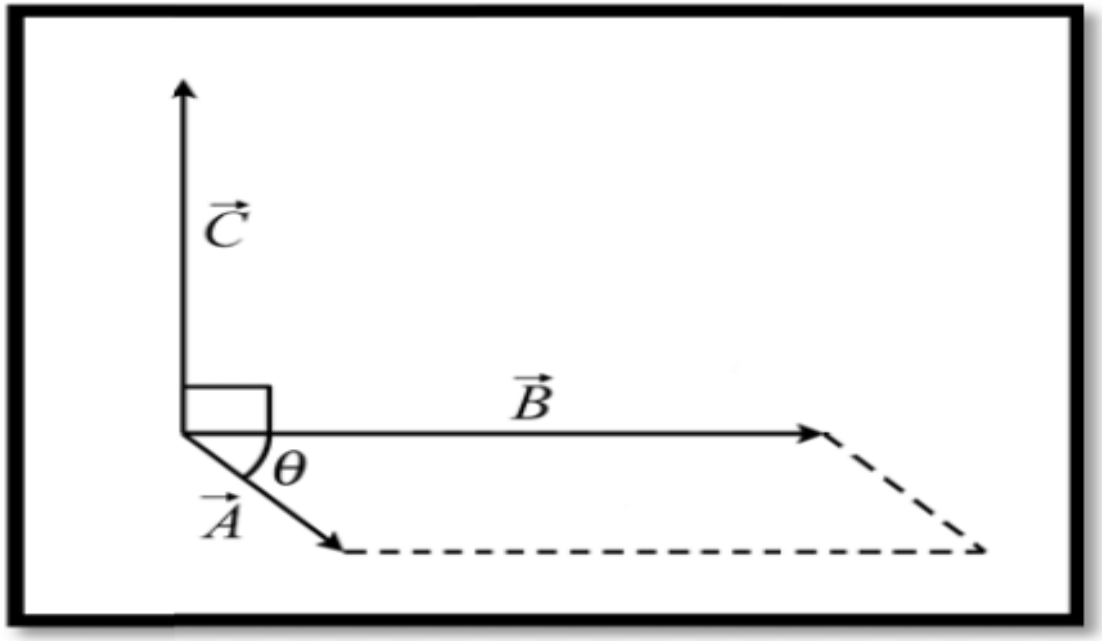
## ٢- ٨- ٢ الضرب الاتجاهي ( Cross Product (X

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب : كمية اتجاهية vector ، ومعنى ذلك، أن حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين هو متجه ثالث ، اتجاهه يكون عمودياً على المستوى الذي يحوي المتجهين المضروبين ببعضهما ، أما مقدار المتجه الجديد فيعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية :

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = |A||B| sin(\theta) \qquad (2\text{-}26)$$

حيث (C) تمثل مقدار الكمية المتجهة الجديدة ، و $(\theta)$ تمثل الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ ، انظر الشكل (١٢- ٢)، وتقرأ $(\vec{A} cross \vec{B})$.

# الضرب الاتجاهي

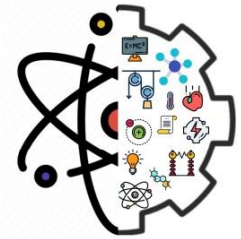



الشكل (١٢- ٢) ويمثل الضرب الاتجاهي لكميتين اتجاهيتين ( $\vec{A}$ ) و( $\vec{B}$ )

## الضرب الاتجاهي

أما اتجاه المتجه $(\vec{C})$ فيمكن معرفته باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (١٢-٢)، مع ضرورة أن يبقى منفرداً لتحديد اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي، وعملية الترتيب هنا مهمة جداً، بمعنى أن المتجه الأول $(A)$ تمثله أصابع اليد اليمنى والثاني $(B)$ تمثله راحة اليد اليمنى، ويمثل الإبهام اتجاه المتجه الجديد $(C)$، وهذا ما يؤكد ضرورة الانتباه إلى الآتي:

غير تبادلية $$\vec{B}\times\vec{A}=-\vec{A}\times\vec{B} \quad (2\text{-}27)$$



## الضرب الاتجاهي

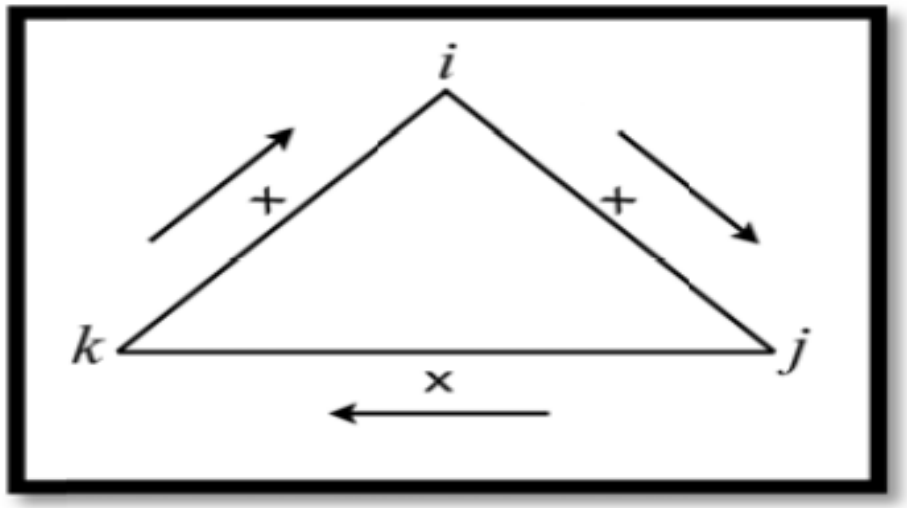
كما أن التعبير الرياضي عن عملية الضرب الاتجاهي باستخدام متجه الوحدة يكون على الشكل الآتي:

$$\vec{A}\times\vec{B}=(A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k})\times(B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}) \qquad (2\text{-}28)$$

ويمكننا إيجاد $(\vec{A}\times\vec{B})$ باعتماد خاصية التوزيع distribution law ، ومن الضروري جداً أن نؤكد هنا أن الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة في النظام الثلاثي المتعامد $(x,y,z)$ هو أوضح وأقرب تطبيق على التطبيق المباشر لهذا النوع من الضرب، فعلى سبيل التطبيق: لو أردنا أن نجد حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ فهذا يقتضي:

$$\hat{i}\times\hat{j}=|i||j|\sin(\theta)$$

# الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحده



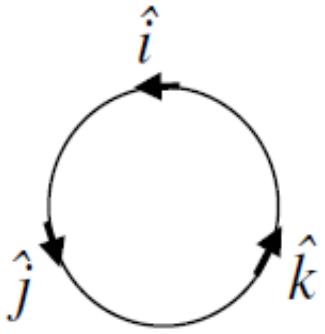

شكل (١٣- ٢) ويبين الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة (i) و(j) و(k)

# الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحده

- لاحظ أن $\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$
- لاحظ نتائج الضرب التقاطعي بين متجهات الوحدة $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$:

$$\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$$

مثلا، $\hat{i}\times\hat{i}=|\hat{i}||\hat{i}|sin(0)=0$




(أثبت هذا)

$$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k} \quad \text{and} \quad \hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k}$$
$$\hat{j}\times\hat{k}=i \quad \text{and} \quad \hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i}$$
$$\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j} \quad \text{and} \quad \hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$$

## تدريب ١ :

لديك المتجهان المعرفان على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

أوجد المتجه الجديد : $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

## الحل:

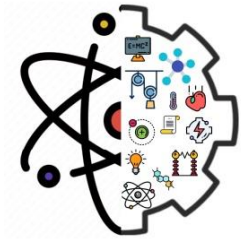
**Solution الحل:**

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (3\hat{i} - 4\hat{j}) \times (-2\hat{i} + 3\hat{k})$$

$$= -(3\hat{i} \times 2\hat{i}) + (3\hat{i} \times 3\hat{k}) + (4\hat{j} \times 2\hat{i}) - (4\hat{j} \times 3\hat{k})$$

$$= 0 + 9(-\hat{j}) + 8(-\hat{k}) - 12(\hat{i})$$

$$\vec{C} = -12\hat{i} - 9\hat{j} - 8\hat{k}$$



# شكرا لكم

أ/شمعه محمد العنزي