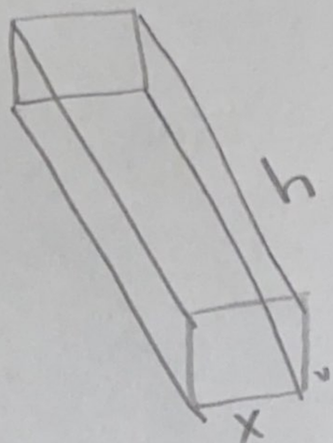
1.- Se va a construir una cisterna rectangular con base y tapa cuadrada que almacenará 10,000 litros de agua. El costo del concreto para la base y las caras laterales es de \$180 por m^2, mientras que para la tapa es de \$220 por m^2. ¿Cuáles deben ser las medidas de la cisterna para minimizar el costo de su construcción?



① V = Area de la base x altura

$V = x^2 \cdot h$

$x^2 h = 10{,}000_2$

Precio de la construcción

$P = x^2 + 4xh + x^2$

$P = (180)(x^2) + (180)(4)(x)(h) + (220)(x^2)$

$P = 180x^2 + 720xh + 220x^2$

$\underline{P = 400x^2 + 720xh}$ Precio

② Función modelo

$P = 400x^2 + 720x\left(\frac{10{,}000}{x^2}\right)$

$P = 400x^2 + \frac{7200\,000}{x}$

$P = 800x - \frac{7200\,000}{x^2}$

$800x - \frac{7200\,000}{x^2}$

$800x = \frac{7200\,000}{x^2}$

$800x^3 = 7200\,000$

$x^3 = \frac{7\,200\,000}{800}$

$\sqrt{x^3} = \sqrt{\frac{7200\,000}{800}}$

$x = 20.80$

③ Despejando

$h = \frac{10\,000}{x^2}$

$h = \frac{10\,000}{(20.80)^2}$

$h = \frac{10\,000}{432.64}$

$h = 23.11$

④ Sostitución

$400(20.80)^2 + 720(20.80)(23.11)$

$\underline{519{,}151.36}$

2.- Se requiere construir un recipiente cilíndrico de metal sin tapa, que tenga una superficie total de 120 cm^2; determina las dimensiones de modo que se tenga el mayor volumen posible.

$A = \pi r^2 + 2\pi r h$

$V = \pi r^2 h$

$\pi r^2 + 2\pi r h = 220$

$2\pi r h = 120 - \pi r^2$

$h = \dfrac{120 - \pi r^2}{2\pi r}$

Sostituyendo h:

$V = \pi r^2 = \dfrac{120 - \pi r^2}{2\pi r}$

$V = r\dfrac{(120 - \pi r^2)}{2}$

$V = r\dfrac{(60 - \pi r^2)}{2}$

$V = 60r - \dfrac{\pi r^3}{2}$

$V = 60 - \frac{1}{2}\pi r^3$

$V = 60 - \frac{3}{2}\pi r^2$

Igualar con 0

$60 - 3/2\,\pi r^2 = 0$

$60 = 3/2\,\pi r^2$

$3/2\,\pi r^2 = 60$

$3\pi r^2 = 60(2)$

$3\pi r^2 = 120$

$r^2 = \dfrac{120}{3\pi}$

$V = \sqrt{\dfrac{120}{3\pi}}$

$V = 3.57$

$h = 3.56$

$V = 142.54.$

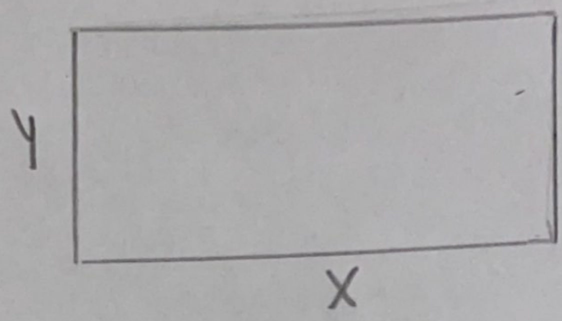
3.- Un agricultor desea construir con 100m de rollo de tela de alambre un corral de forma cuadrada o rectangular; determine las dimensiones del corral de tal manera que su área sea máxima.

Perímetro $= 2x + 2y = 100m$

$\downarrow$

Simplificada

$x + y = 50$



$\underline{y = 50 - x}$ //

Área $\cdot x \cdot y$

$A = x(50 - x)$

$A = 50x - x^2$

Se deriva

$A' = 50 - 2x$

Se iguala a 0

$50 - 2x = 0$

$50 = 2x$

$\underline{x = 25}$ //

$A'' = -2$

$X20 \to$ maximo

$y = 50 - 25$

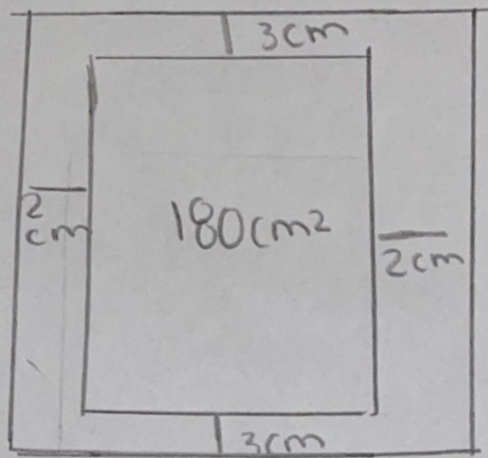
$\underline{y = 25}$ //

Tendrá

Ancho de 25m

largo de 25m

4.- Una imprenta tiene un contrato para hacer invitaciones para unos 15 años, de tal manera que la invitación tenga 180cm² de material impreso, dejando en cada invitación 3cm de margen superior e inferior y 2 de margen izquierdo y derecho. Determine las dimensiones que debe tener la invitación para que la imprenta utilice la menor cantidad de papel posible.



ancho = $x-4$

alto = $y-6$

Área impresa:

$A=(x-4)(y-6)=180cm^2$

$(y-6)=\dfrac{180}{x-4}$

$y=\dfrac{180}{x-4}+6$

Area total

$A=x\cdot y$

Sustituir

$A=x\left(\dfrac{180}{x-4}+6\right)$

$A=\dfrac{180x}{x-4}+6x$

Se deriva

$A'=\dfrac{(x-4)(180)-(180x)(1)}{(x-4)^2}+6$

$A'=\dfrac{180x-720-180x+6}{(x-4)^2}$

$A'=\dfrac{-720}{(x-4)^2}+6$

Se iguala

$6=\dfrac{720}{(x-4)^3}$

$6(x-4)^2=720$

$x-4=\sqrt{720}$

$x=4\pm\sqrt{\dfrac{720}{6}}$

$\boxed{x_1=14.95}$

$x_2=-6.95$

Segunda derivada

$A''=\dfrac{1440}{(x-4)^3}$

Se sustituye x

$x'=1.09$

$x2=-1.09.$

Da un minimo

$y=\dfrac{180}{x-4}+6$ $x=14.95$

$y=\dfrac{180}{10.95}+6$

$y=22.43cm \to$ Alto

$x=14.95cm \to$ Ancho

Dimensiones para area total

área $=330.2$

5.- La suma de dos números es 20. Obtener los números si el producto del triple del primero por el quíntuple del segundo es el máximo.

$x+y=20$

$y=20-x$

$(3x)(5y)$

$3x(5)(20-x)$

$15x(20-x)$

$300x-15x^2$

$d'=300-30x$ $d''=-30$ máximo

$30x=300$

$x=300/30$

$\underline{x=10}$

$y=20-(10)$

$\underline{y=10}$

6.- El futbolista Messi de Argentina hace un tiro libre en uno de los partidos de la copa champions el cual sigue una trayectoria parabólica, descrita para la función $h=8t-6t2$ (seis t va al cuadrado). Calcular el tiempo que tarda el balón en alcanzar la altura máxima y encontrar su valor.

$h=8t-6t^2$

$h'=8-12t$ $h''=12$

$8-12t=0$

$8=12t$

$t=\frac{8}{12}$

$\underline{t=0.66}$

$t=0.66$

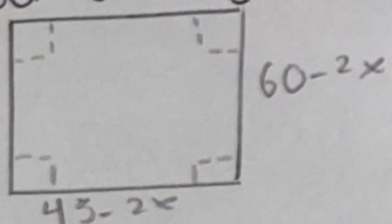
$h=8(0.66)-6(0.66)^2$

$h=5.28-5(0.43)$

$h=5.28-2.6$

$\underline{h=2.66}$

7.- Una empreso de zapatos desea elaborar cajas de cartón sin tapa para envasar su próxima producción de zapatos, pero necesita que su volumen sea el máximo posible, esto porque utilizará pedazos de cartón de 60x45cm ayudale a conocer la medida que deben tener los cuadrados que debe cortar en cada una de las esquinas.



V= largo x ancho x alto

$V=(60-2x)(45-2x)(x)$

$V=2700-120x-90x+4x^2(x)$

$V=2700x-120x^2-90x^2+4x^3$

$V=4x3-210x^2+2700x$

$V=x3-52.5x2+675x$

Primer derivada

$3x^2-105x+625$

a b c

Segunda derivada

$6x-105$

$6(26.51)-105$

$=54.06$

$x_1=26.51$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{-b^2-4ac}}{2a}$

$x=\frac{+105\pm\sqrt{-105^2-4(3)(625)}}{2(3)}$

$x=\frac{105\pm\sqrt{11025-8900}}{6}$

$x=105\pm\sqrt{\frac{2425}{6}}$

$x=\frac{105\pm 54.083}{6}$

$x1=26.51$

$6(8.48)-105$

$=54.12.$

$\frac{159.023x2}{6}=8.48$

50.017.

Escaneado con CamScanner