



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO



PREPARATORIA REGIONAL DE TEJUPILCO

MATERIA: CÁLCULO INTEGRAL

CATEDRÁTICO: ALFONSO JARAMILLO AVILÉS

EQUIPO 2:

- SELENA DÍAZ CABRERA
- JENNYFER AGUIRRE PEÑA
- EMMANUEL PINEDA DELGADO
- MARÍN ALBERTO ALBARRÁN FLORES
- DIEGO SINUHE LUCIO GÓMEZ

QUINTO SEMESTRE GRUPO 1

TEJUPILCO, MÉXICO A 29 DE NOVIEMBRE DE 2020

1. Se va a construir una cisterna rectangular con base y tapa cuadrado que almacenara 10,000 litros de agua. El costo del concreto para la base y las caras laterales es de \$180 por m² mientras que para la tapa es de \$220 por m². ¿Cuáles deben ser las medidas de la cisterna para minimizar el costo de su construcción?

1.- $v = \text{Área de la base} \times \text{altura}$

$$V = x^2 \cdot h$$

$$x^2 h = 10,000 \text{ L}$$

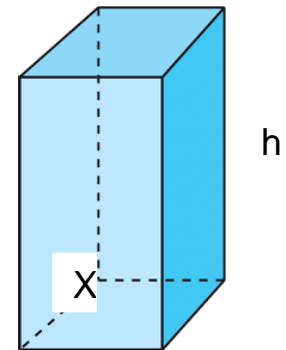
Precio de la construcción.

$$P = x^2 + 4xh + x^2$$

$$P = (180)(x^2) + (180)(4)(x)(h) + (220)(x^2)$$

$$P = 180x^2 + 720xh + 220x^2$$

$$P = 400x^2 + 720xh \quad | \text{ precio}$$



3.- Despejando

$$h = \frac{10\,000}{x^2}$$

$$h = \frac{10\,000}{(20.80)^2}$$

$$h = \frac{10\,000}{432.64}$$

$$h = 23.11 \quad |$$

2.- Función modelo

$$P = 400x^2 + 720x \left(\frac{10,000}{x^2} \right)$$

$$P = 400x^2 + \frac{7\,200\,000}{x}$$

$$P = 800x - \frac{7\,200\,000}{x^2}$$

$$800x - \frac{7\,200\,000}{x^2} = 0$$

$$800x = \frac{7\,200\,000}{x^2}$$

$$800x^3 = 7\,200\,000$$

$$x^3 = \frac{7\,200\,000}{800}$$

$$\sqrt{x} = \frac{3\sqrt{7\,200\,000}}{800}$$

$$800$$

$$x = 20.80$$

4.- sustitución

$$400(20.80)^2 + 720(20.80)(23.11)$$

$$519,151.36 \quad |$$

2.- Se quiere construir un recipiente cilíndrico de metal sin tapa, que tenga una superficie total de 120 m^2 , determine las dimensiones de modo que se tenga el mayor volumen posible.

$$A = \pi \cdot r^2 + 2\pi r h$$

$$\pi r^2 + 2\pi r h = 120$$

$$2\pi r h = 120 - \pi r^2$$

$$h = \frac{120 - \pi r^2}{2\pi r}$$

Sustituyendo en Ec.2

$$v = \pi r^2 \frac{(120 - \pi r^2)}{2\pi r}$$

$$v = r \frac{(120 - \pi r^2)}{2}$$

$$v = r \frac{(60 - \pi r^2)}{2}$$

$$v = 60r - \frac{\pi r^3}{2}$$

$$v = 60 - \frac{1}{2} \pi r^3$$

$$v^1 = 60 - \frac{3}{2} \pi^2$$

Igualando a 0

$$60 - \frac{3}{2} \pi r^2 = 0$$

$$60 = \frac{3}{2} \pi r^2$$

$$\frac{3}{2} \pi r^2 = 60$$

$$3\pi r^2 = 60(2)$$

$$r^2 = \frac{120}{3\pi}$$

$$r^2 = \frac{\sqrt{120}}{3\pi}$$

$$r = 3.57$$

$$h = \frac{120 - \pi(3.57)^2}{2\pi(3.57)} = 3.56$$

3. Un agricultor desea construir con 100 m de rollo de tela de alambre un corral de forma cuadrada o rectangular; determine las dimensiones del corral tal que su área sea máxima.

Perímetro: $2x+2y=100$ m

Simplificación: $x+y=50$

Y=50-x

Área: $x*y$

$A=x(50-x)$

$A=50x-x^2$

Se deriva:

x

$A' = 50 - 2x$ →

$A'' = -2$

Se iguala a 0:

→ $x=20$

Máximo



Tendrá:
Un ancho de 25 m y
un largo de 25 m.

$50 - 2x = 0$

$50 = 2x$

X=25

Área: 625 m²

$Y = 50 - 25$

Y=25

4. Una imprenta tiene un contrato para hacer invitaciones para unos 15 años, dejando de tal manera la invitación tenga 180 cm² de material impreso, dejando en cada invitación 3 cm de margen superior e inferior y 2 de margen izquierdo y derecho. Determine las dimensiones que debe de tener la invitación para que la imprenta utilice la menor cantidad de papel posible.

Ancho= $x-4$

Largo= $y-6$

$A = (x-4)(y-6)$

$(x-4)(y-6) = 180$

$Y-6 = \frac{180}{x-4}$

$y = \frac{180}{x-4} + 6$

Area total $x \cdot y = \underline{EC.2}$

Sustituyendo "y"

$$A = x \cdot \left(\frac{180}{x-4} + 6 \right)$$

$$A = \frac{180x}{x-4} + 6x$$

Derivar

$$A' = (x-4)(180) - (180x)(1)$$

$$180x - 720 - 180x$$

$$\frac{-720 + 5}{(x-4)^2}$$

$$(x-4)^2$$

Igualar a 0

$$A' = \frac{-720}{(x-4)^2} + 6 = 0$$

$$10 = \frac{720}{(x-4)^2}$$

$$\frac{720}{(x-4)^2} = 6$$

$$720 = 6(x-4)^2$$

$$\frac{720}{6} = (x-4)^2$$

$$\frac{\sqrt{720}}{6} = x-4$$

$$X = \frac{\sqrt{720}}{6} + 4$$

$$X = 4 \pm \frac{\sqrt{720}}{6}$$

$$x_1 = 4 + 10.95$$

$$x_1 = 14.95$$

$$x_2 = 4 - 10.95$$

$$x_2 = -6.95$$

punto mínimo

Segunda derivada

$$\frac{-720}{(x-4)^2} + 6$$

$$(x-4) = 2(x-4)$$

$$\frac{(x-4)^2(0) - (-720)(2(x-4))}{(x-4)^2 \cdot 2}$$

$$= \frac{1440(x-4)}{(x-4)^2}$$

$$= \frac{1440}{(x-4)^3}$$

Altura

$$h = y = \frac{180}{(14.95-4)} + 6 = \underline{22.44}$$

5. La suma de dos números es 20. Obtener los números si el producto del triple del primero por el quintuple del segundo es máximo.

$$x+y= 20. \quad \text{Ecu 1}$$

$$P= (3x) (5y) \text{ máximo.} \quad \text{Ecu 2}$$

Despejar y de Ecu 1

$$y= 20-x$$

Sustituyendo y de Ecu 2

$$p= (3x) (5y)$$

$$p= (3x) (5) (20-x)$$

$$p= 15x (20-x)$$

$$p= 300x-15x^2$$

$$p1= 300-30x$$

Igualando a 0

$$300-30x=0$$

$$300=30x$$

$$300/30 = x$$

$$x= 10$$

$$pI = 300 - 30x$$

$$pII = -30$$

$$x = 10$$

$$pII = -30 < 0 \text{ máximo.}$$

$$y = 20 - x$$

$$y = 20 - 10$$

$$y = 10$$

6. El futbolista Messi de Argentina hace un tiro libre en uno de los partidos de la copa Champions el cual sigue una trayectoria parabólica, descrita por la función $h = 8t - 6t^2$. Calcular el tiempo que tarda el balón en alcanzar la altura máxima y encontrar su valor.

$$h(t) = 8t - 6t^2$$

$$hI = 8 - 12t$$

Igualar a 0

$$8 - 12t = 0$$

$$8 = 12t$$

$$8/12 = t$$

$$t = 0.6$$

$$h(t) = 8t - 6t^2$$

$$h(0.6) = 8(0.6) - 6(0.6)^2$$

$$h = 4.8 - 2.16$$

$$h = 2.64$$

7. Una empresa de zapatos desea elaborar cajas de cartón sin tapa para envasar su próxima producción de zapatos, pero necesita que su volumen sea el máximo posible, esto, por que utilizara pedazos de cartón de 60x45 cm, ayúdale a conocer la medida que deben de tener los cuadros que debe cortar en cada una de las esquinas.

(Largo) (Ancho) (Alto)

Largo $60 - 2x$

Ancho $45 - 2x$

$$V = (60 - 2x)(45 - 2x)$$

$$V = (2700x - 120x^2 - 90x^2 + 4x^3)(x)$$

$$V = 2700x^2 - 120x^3 - 90x^3 + 4x^4$$

$$V = 4x^4 - 210x^3 + 2700x^2$$

Derivar

$$V' = 16x^3 - 630x^2 + 5400x$$

$$a = 16 \quad b = -630 \quad c = 5400$$

Igualar

$$16x^3 - 630x^2 + 5400x = 0$$

$$x_1 = 53.02$$

$$X = \frac{420 \pm \sqrt{(-420)^2 - 4(16)(2700)}}{2(16)}$$

$$x_2 = 26.51$$

$$X = \frac{420 \pm \sqrt{46,800}}{32}$$

$$\underline{x = 26.51}$$

$$X = \frac{420 \pm 210.33}{32}$$