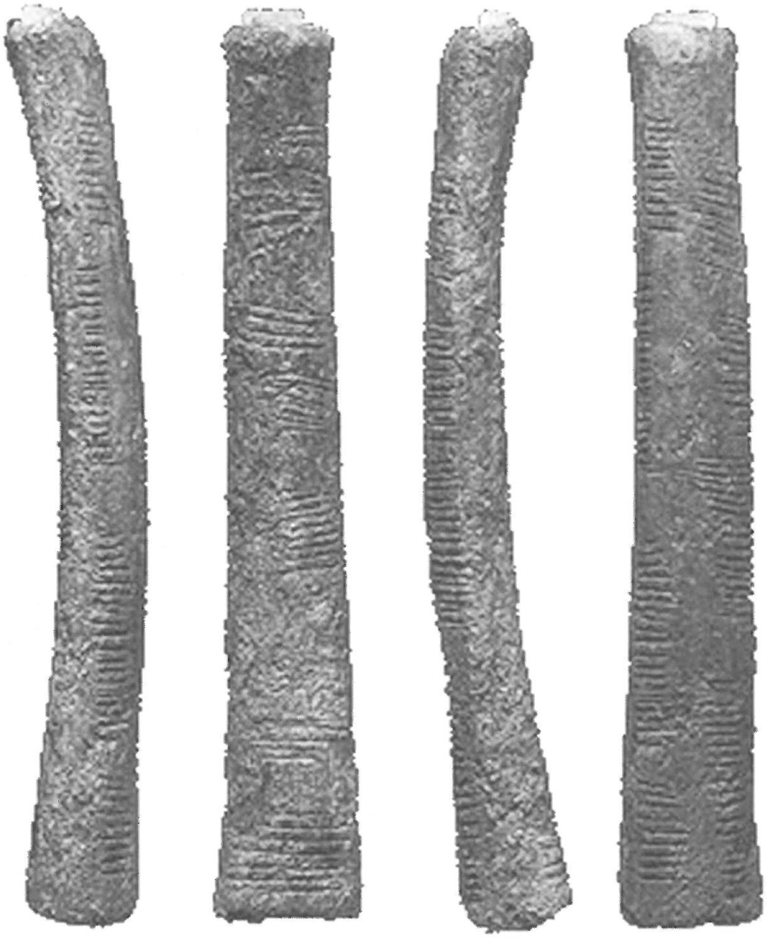


Les deux os d'Ishango (deux vues différentes de chacun des deux os) : La plus ancienne attestation mondiale de la pratique des mathématiques a été révélée en Afrique centrale aux sources du Nil, à Ishango près de l'Équateur. Il s'agit de deux os datés de 23 000 ans avant l'ère chrétienne, l'un à peu près droit et l'autre légèrement incurvé, sur lesquels apparaissent des groupements d'encoches bien espacés les uns des autres et représentant chacun un nombre. Ces os ont été mis au jour en 1950 par l'archéologue belge **Jean de Heinzelin de Braucourt**, chercheur à l'*Institut Royal des Sciences Naturelles de Belgique*, mandaté par les Parcs nationaux belges en Afrique, est chargé d'une expédition de fouilles à Ishango, sur une terrasse fossile de la rivière Semliki, à l'embouchure du lac Rutanzige (lac Édouard, à l'époque de la colonisation belge).

❐ Le déchiffrement de l'Os d'Ishango

Jean Paul MBELEK

Résumé : *La plus ancienne attestation mondiale de la pratique des mathématiques a été révélée en Afrique centrale aux sources du Nil, à Ishango près de l'Équateur. Il s'agit de deux os datés de 23 000 ans avant l'ère chrétienne, l'un à peu près droit et l'autre légèrement incurvé, sur lesquels apparaissent des groupements d'encoches bien espacés les uns des autres et représentant chacun un nombre. Toutes les études se sont concentrées jusqu'à présent sur l'os droit. Nous apportons ici des preuves et des arguments supplémentaires qui convergent tous ensemble pour confirmer l'hypothèse d'un document mathématique comme l'avait initialement suggéré, à juste titre, Jean de Heinzelin de Braucourt. Plus encore, il apparaît que la lecture de l'os droit d'Ishango devient plus clairement compréhensible si on le considère comme un document crypté. Le déchiffrement de l'os incurvé d'Ishango devrait confirmer nos conclusions.*

Abstract : **The deciphering of the Bone of Ishango** *The more ancient world wide attestation of the practical experience of mathematics was revealed in central Africa at the springs of the river Nile, at Ishango near the equator. The matter is two bones dated back to 23,000 years before the Christian era, one is nearly straight the other is slightly curved, on both of which appear groups of notches well away one from the other and each one of them representing a figure. All the studies have concentrated up to now on the straight bone. We bring here proves and supplementary arguments which all together converge to confirm the hypothesis of a mathematical document as had initially suggested Jean Heinzelin de Braucourt. Even more, it appears that the study of the straight bone from Ishango becomes more clearly understandable if one considers it as a cryptic document. The deciphering of the curved bone of Ishango should confirm our conclusions.*

1. Introduction

Les acquis archéologiques [1,2] et génétiques [1,3] plaident, jusqu'à preuve du contraire, en faveur d'une origine monogénétique et africaine de l'humanité. Depuis les tous premiers hominidés (il y a environ 7 millions d'années) jusqu'à l'avènement de *l'homme moderne* (*homo sapiens idaltu*, il y a environ 160000 ans), le continent africain est donc le seul à l'origine du fait humain sur la terre. Plus encore, l'Afrique est non seulement le berceau de l'humanité mais aussi des sciences et des techniques. Il est prouvé que les premières communautés humaines organisées et les premières civilisations humaines se sont manifestées sur la terre pour la toute première fois en Afrique [4]. Il en est de même pour des faits de civilisation comme la construction des premiers villages, des premières villes, de l'écriture il y a plus de 5400 ans [5], des arts mathématiques il y a plus de 25 000 ans, etc [6].

Günter Dreyer de l'*Institut allemand d'archéologie du Caire* et son équipe ont découvert plus de 300 tablettes en argile avec des fragments d'écriture hiéroglyphiques comme celles qui sont présentées sur la *figure 1*. Les inscriptions montrent la plus ancienne écriture (environ

Dix ans plus tard, **A. Marshack** [13] nota cette autre régularité que la somme de tous les nombres donnait 60 pour l'une ou l'autre des colonnes **[a]** et **[b]**, et 48 pour la colonne **[c]**. Ces considérations, en plus d'une étude poussée au microscope des inclinaisons des encoches, l'amenèrent à suggérer que l'os d'Ishango serait le plus ancien calendrier lunaire connu.

Toutefois, cette hypothèse est critiquable à plusieurs égards. En particulier, pourquoi chercher des traces à l'aide d'un microscope si l'os-outil était destiné à un usage pratique ? De plus, comme le fait remarquer à juste titre **C. S. Finch** [16, p. 56], la période d'un mois lunaire étant de 29 jours 1/2, deux mois lunaires correspondent à 59 jours et non pas 60 ! Par contre, poursuit l'auteur, **l'apparition du nombre 60 trois fois peut faire allusion à l'existence d'une « année fonctionnelle » de 360 jours dans la culture paléolithique de Ishango.**

En fait, ce qui semble-t-il gênait le plus A. Marshack ce sont les nombres premiers de l'os d'Ishango. Ce serait des connaissances trop sophistiquées pour l'époque. Plus récemment encore, on peut lire dans [15] sous la plume de **D. Huylebrouck** : « *ils* [J. de Heinzelin et le mathématicien L. Hogben] *croyaient voir les nombres premiers entre 10 et 20, bien que la notion de nombre premier soit typiquement grecque. Les liens de « calcul » entre ces « nombres » témoignent probablement d'une interprétation trop poussée, car ils ne sont pas appuyés par des indices donnés dans des cultures des peuples de la région.* » Dans [17], on lit encore sous la plume des auteurs V. Pletser et D. Huylebrouck : « *no awareness of the notion of prime numbers has been discovered before the classical greek period.* »

Cependant, c'est un fait incontestable que les nombres premiers compris entre 10 et 20 sont bien présents et rangés dans l'ordre dans la colonne [b] de l'os droit d'Ishango. De plus, contrairement à ce que pensent probablement V. Pletser et D. Huylebrouck, dans de petites communautés de pêcheurs qui pratiquent le partage à parts égales de la pêche (pour maintenir les liens sociaux entre les différentes familles et clans), il n'est pas nécessaire de poser une définition abstraite des nombres premiers voire de les désigner en tant que tels pour en avoir une connaissance concrète. En effet, si un pêcheur ne peut garder tous les poissons qu'il a pêchés et s'il veut garder plus d'un poisson de sa pêche pour lui, il est clair qu'il doit éviter d'avoir à partager un nombre de poissons égal à 3, 5, 7, 11, 13, 17 ou 19, ... Ainsi, la manipulation des nombres premiers au paléolithique n'implique pas forcément une connaissance formelle élaborée de ces mêmes nombres.

Compte tenu de la remarque précédente, nous admettons avec J. de Heinzelin la connaissance, de fait, des nombres premiers par les paléo-mathématiciens d'Ishango. De plus, dans la mesure où ces mathématiciens avaient cette connaissance pratique des nombres premiers, ils devaient tout aussi naturellement connaître, d'une façon ou d'une autre, les deux théorèmes d'arithmétique élémentaire suivants :

***Théorème 1* : Pour tout entier naturel n, 2[n + 1] = 2n + 2.**

Il est clair que le théorème 1 concerne les duplications. En résumé, cela signifie simplement que l'on passe de la duplication du rang n à celle du rang n + 1 suivant en ajoutant 2 au résultat de la duplication précédente.

Le schéma du théorème 1 est le suivant : $n \rightarrow 2n \rightarrow 2n + 2$. Il implique un triplet de nombres $n, 2n, 2n + 2$ à chaque rang n. Ainsi, partant de 3, on obtient le triplet *3, 6, 8*. Pour le rang suivant, c'est-à-dire en partant de 4, on obtient le triplet *4, 8, 10*.

***Théorème 2* : Pour tout entier naturel n, 3n = 2n + n.**

Le théorème 2 implique un triplet de nombres *n, 2n, 3n* à chaque rang n. Ainsi, partant de 3, on obtient le triplet *3, 6, 9*. Pour les deux rangs suivants, c'est-à-dire en partant de 4 puis 5, on obtient respectivement les triplets *4, 8, 12* et *5, 10, 15*.

Un document crypté

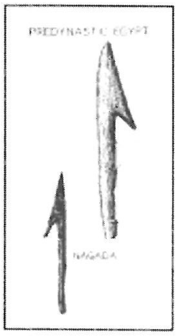
Plus encore qu'un jeu mathématique, l'os d'Ishango se présente aussi comme un document crypté [secret] faisant appel à l'arithmétique élémentaire et fondé sur les nombres premiers et les duplications. D'abord, nous savons que les sociétés secrètes en Afrique utilisaient des langues secrètes inventées pour la communication entre initiés. Ces langues secrètes sont pour l'essentiel des modifications volontaires de la langue vernaculaire. De plus, bien que de nos jours la tendance a plutôt orienté vers l'initiation aux mystères et à l'ésotérisme, il n'en a pas toujours été ainsi. Il fut des temps, comme à l'époque active des *per ankhw* [*maisons de vie/lieux d'enseignement égyptiens*], où l'enseignement des arts mathématiques était privilégié. Tel semble avoir été le cas il y a 25 000 ans à Ishango.

Pour utiliser le langage actuel de la cryptographie, il pourrait s'agir d'un codage rudimentaire avec signature à clé publique et clé secrète. S'il en est bien ainsi, l'apparition des nombres premiers pourrait se comprendre un peu comme pour le code RSA[3] qui est basé sur la théorie des nombres premiers. Bien sûr, il va de soi que le code RSA développé à la fin des années 1970 est autrement plus complexe que le codage supposé de l'os d'Ishango.

Que l'os d'Ishango puisse représenter un message codé tient du langage et du symbole.

Du point de vue du langage, nous notons que l'*awélé*, qui est un jeu mathématique, est appelé « *songo* » en langue *douala*, en Afrique, tandis que « *nsongi* » (pluriel : « *minsongi* ») et « *minsongi* » signifient respectivement opération (ou calcul) et mathématiques en langue *ba-saa*. En outre, « *songèlè* » [en *douala*] et « *songol* » [en *ba-saa*] signifient compter, mais « *song* » signifie littéralement coder en *ba-saa*. Symboliquement, cet os est l'unité en soit que l'on reconnaît par sa forme allongée semblable à celle du harpon (le harpon en cuivre de Nagada donne à penser au chiffre « arabe » "1", cf. réf. [10], p. 111).

Comme on le sait, le harpon est aussi le symbole du nombre "1" en égyptien hiéroglyphique.



Harpon en cuivre de Nagada (période égyptienne prédynastique)

[3] **RSA :** (Ron) **R**ivers, (Adi) **S**hamir, (Len) **A**dleman mathématiciens du Massachussett Institut of Technology (MIT) qui ont inventé cette méthode de cryptologie en 1977.

Nous notons cette autre observation que la somme de tous les nombres extrêmes des trois colonnes aussi est égale à 60 [10 + 20 + 30 = 60]. Ceci tendrait à appuyer l'allusion à un calendrier fonctionnel de 360 jours, comme suggéré par C. S. Finch.

Par ailleurs, nous notons que la quantité de nombres de la colonne 1 est égale à la somme des quantités de nombres des colonnes 2 et 3, soit 8 = 4 + 4[4]. Toutefois, il existe une régularité plus forte que l'on obtient en ajoutant [colonne 1] ou soustrayant [colonnes 2 et 3] la quantité de nombres apparaissant dans une colonne à la somme totale de cette colonne. Ceci se voit mieux en disposant ces nombres comme suit :

n = rang de la colonne	**1**	**2**	**3**
	Colonne 1	**Colonne 2**	**Colonne 3**
S[n] = Somme totale d'une colonne	48	60	60
Signe de σ[n] = signature	+	-	-
Q[n] = Quantité de nombres par colonne	8	4	4
S[n] + σ[n] Q[n]	56	56	56

Comme on le voit, en procédant ainsi, on obtient 56 (56=8x7) pour toutes les trois colonnes.

Poursuivant notre idée d'un message codé, le nombre 48 pourrait jouer le rôle de signature de l'expéditeur tandis que le nombre 56 représenterait la signature du destinataire. Enfin, on vérifie aisément la validité des formules mathématiques suivantes :

$$Q[n] = 2^{P[n]}, \qquad [1]$$

$$\sigma[n] = -[-1]^{P[n]}, \qquad [2]$$

$$S[n] = 56 + [-2]^{P[n]}, \qquad [3]$$

où

$$P[n] = [3 - n]! + 1. \qquad [4]$$

Il clair qu'une telle rigueur dans l'arrangement des nombres plaide en faveur d'une connaissance certaine des mathématiques élémentaires [rappelons que n! qui se lit *"factoriel"* de n est égal au produit des n premiers nombres successifs à partir de 1, en particulier 2! = 1x2 = 2, 1! = 0! = 1].

Ainsi, l'hypothèse du message codé [secret] permet de mieux comprendre la pratique mathématique en œuvre dans l'os d'Ishango droit, en mettant en relief des régularités frappantes entre les seize nombres qui y sont inscrits sous forme d'encoches. Cette façon de voir, nous permet de reconnaître les règles de construction sous-jacentes de la "clé publique" dans l'os d'Ishango droit comme suit :

---

4 La notation de 8 en égyptien ancien est : IIII / IIII : noter la symétrie présentée par cette graphie qui indique : 8 = 4 + 4

1°] Les numéros de colonnes (les numéros cerclés du schéma 1) sont déterminés par le nombre n de dizaines obtenu en sommant les deux nombres extrêmes de la colonne considérée.

2°] Les théorèmes 1 et 2 ne sont mis en œuvre qu'en première colonne. Le théorème 1 concernant les duplications, est appliqué deux fois de suite pour deux rangs successifs. Le théorème 2 concernant les triplements, est appliqué trois fois de suite pour trois rangs successifs.

3°] Le premier nombre d'une colonne est le plus petit nombre premier de cette colonne.

4°] On place dans l'ordre croissant tous les nombres premiers possibles sur chacune des colonnes **[a]**, **[b]** et **[c]**, en respectant les règles précédentes. Le quartz au sommet donne le **sens conventionnel d'écriture** (ou de lecture) du haut vers le bas.

5°] La ligne passant par 10 en coupe (sagittale) est une ligne de symétrie.

Le décryptage de l'os d'Ishango

Colonne 1 :

1- Il est clair que la colonne 1 commence avec le nombre 3 (d'après les règles 3 et 4) et se termine avec le nombre 7 [d'après les règles 1 et 4].

2- Mettant en œuvre le théorème 1 selon la règle 2, on obtient compte tenu de la règle 4 la série de nombres suivants : 3, 6, 4, 8, 10, 5, 5, 7 c'est-à-dire la colonne **[c]**. Le dernier 5 juste avant le 7 est rajouté par complétion de la suite des nombres premiers compris entre 3 et 7. La colonne 1 doit contenir ces nombres.

Colonne 2 :

1- La colonne 2 commençant par 11 se terminera par 9, d'après la règle 1.

2- Les nombres 11 et 21 se retrouvent au-dessus de la ligne de 10 tandis que les nombres 19 et 9 se retrouvent en-dessous de cette ligne. Par conséquent, comme $3 + 6 + \mathbf{2} = 11$ et $4 + 8 + \mathbf{9} = 21$, par symétrie, on doit obtenir de même $5 + 5 + \mathbf{9} = 21$ et $7 + \mathbf{2} = 9$ compte tenu de la règle 5. D'où la série de nombres suivants : 11, 21, 19, 9 c'est-à-dire la colonne **[a]**.

On notera la cohérence de la dernière opération $7 + 2$ avec le résultat attendu 9 vu que, s'agissant de la deuxième colonne, la somme des nombres extrêmes de cette colonne doit être égale à 20. De plus, les nombres obtenus $10 + 1$, $20 + 1$, $20 - 1$, $10 - 1$, indiqués initialement par J. de Heinzelin sont eux aussi disposés symétriquement par rapport à la ligne de 10 [symétrie par inversion : +1 au-dessus de la ligne de 10 et –1 en-dessous de la ligne de 10]. Ainsi, les différentes opérations effectuées pour compléter la colonne 2 sont *self-consistent*.

Colonne 3 :

Comme le premier nombre d'une colonne doit être un nombre premier [règle 3], que tous les nombres premiers possibles doivent être écrits dans chaque colonne dans l'ordre croissant [règle 4] et la somme des deux nombres extrêmes de la colonne 3 doit être égale à 30 [règle 1], la colonne 3, afin de contenir tout juste quatre nombres, ne peut commencer que par 11 et terminer par 19. D'où la série de nombres suivants 11, 13, 17 et 19.

5. Conclusion

Il existe des correspondances régulières entre les nombres des différentes colonnes de l'*os d'Ishango*. L'ensemble de ces relations plaide en faveur de l'hypothèse arithmétique et témoigne d'une intention mathématique. Le lien avec les civilisations postérieures soudanaises et égyptiennes de la vallée du Nil est manifeste en particulier à travers les duplications et l'exploitation de propriétés de symétrie. Le lien de filiation entre ces cultures nilotiques avait déjà été souligné par J. de Heinzelin à partir de l'étude de la diffusion des harpons depuis Ishango vers le reste de l'Afrique [10].

Il est remarquable de constater que la carte de diffusion des harpons donnée par J. de Heinzelin dans le numéro de juin 1962 de *Scientific American* se superpose bien avec la carte des migrations donnée huit ans plutôt par Cheikh Anta Diop dans *Nations Nègres et Culture* (voir *figures 4a* et *4b*). Compte tenu de la différence des domaines d'étude et sources adoptées par les deux auteurs ainsi que de l'indépendance de leurs travaux en général, l'accord de leurs conclusions souligné ci-dessus, devrait être considéré comme un argument fort en faveur d'une origine commune des peuples africains en général dans la région du Haut-Nil et des Grands lacs.

Pour notre part, nous avons abouti à une conclusion similaire à partir de l'étude des possibilités d'observation du lever héliaque de Sirius dès la haute antiquité [18].

De plus, le schéma d'ensemble qui ressort de ce qui précède montre que ce sont les traditions africaines les plus précoces qui se développeront plus tard en Égypte pharaonique. Ainsi, la civilisation de l'ancienne Égypte plonge ses racines les plus anciennes sous l'équateur, aux sources les plus méridionales du Nil, au cœur même de l'Afrique, dans cette région des Grands lacs, dans la Rift Valley, berceau de l'humanité. A ce sujet, C. S. Finch se demande fort à propos si c'est pour cette raison que les Égyptiens anciens appelaient la région de l'Afrique au sud de la vallée du Nil *Ta-Kenset*, soit littéralement le "pays du placenta" [16, chapitre 1, p. 4].

Cette longue tradition africaine, comme on l'a vu, a commencé il y a au moins 77 000 ans encore plus au sud en Afrique du sud où elle a laissé des traces matérielles de la pensée symbolique dans les grottes de Blombos [7].

L'*os d'Ishango* daté d'il y a 25 000 ans marque une étape de transition essentielle avec l'invention de la pensée mathématique. Le Soudan ancien et l'Égypte prédynastique sont les aboutissements de ce long processus d'évolution culturelle dans la grande vallée du Nil sous sa forme la plus achevée. La civilisation de la vallée du Nil, avec l'invention de l'écriture hiéroglyphique il y a près de 6000 ans, est aussi le début de l'histoire africaine la plus marquante de toute l'Antiquité. Ce long cheminement historique qui mène des balbutiements de la pensée symbolique aux problèmes d'algèbre du papyrus recopié par le mathématicien égyptien **Ahmès** il y a près de 3850 ans ne tient nullement du miracle. Il n'y a pas lieu d'être étonné par les réalisations humaines en Afrique au paléolithique. La longue durée dont l'*homo sapiens sapiens* a bénéficié sur le continent africain suffit largement pour comprendre cette évolution progressive à petits bonds *in situ*. Dans cette perspective historique, la phrase d'Aristote « *aussi l'Égypte a-t-elle été le berceau des arts mathématiques* » prend tout son sens.

C'est l'occasion de rappeler que J. de Heinzelin a mis à jour une deuxième population qui a vécu sur le site d'Ishango quelques siècles plus tard après qu'une éruption volcanique ait conduit la première population à s'éloigner [réf. 10, p. 114]. Or, bien que ces deux populations soient anatomiquement semblables, il apparaît que la seconde population n'a pas hérité des connaissances du système numérique inventé à Ishango par la première population. Cette deuxième population a même perdu l'usage du harpon qui, toutefois, s'était déjà diffusé dans d'autres parties de l'Afrique. Il s'agit donc là d'un cas de régression notoire suite à une catastrophe naturelle.

Plusieurs millénaires plus tard, l'Afrique connaîtra d'autres catastrophes celles-ci plus humaines cependant mais non moins déstabilisantes et sources de régressions. Pour cette raison, il serait erroné de juger le passé africain à l'aune de la situation présente de paupérisation généralisée des peuples africains. Ainsi, on se retrouve sur le continent dans une situation de balkanisation telle que certains peuples ont pu conserver telle ou telle connaissance autochtone tandis que d'autres l'ont circonstanciellement perdue. Qu'on pense, par exemple, au cas singulier de l'astronomie dogon ou encore à l'usage limité des écritures autochtones sur le continent africain pourtant foyer d'invention de l'écriture.

❒ Références

[1] *Revue d'Égyptologie et des civilisations africaines, Ankh* n° 10/11, [2001-2002], "*Les 10 ans de ANKH - Acquis récents de la recherche et histoire ancienne de l'Afrique*", section 1, pp. 9-14.
[2] T. D. White, B. Asfaw *et al.*, [2003], *Nature* 423, 742.
[3] Y. Ke *et al.*, *Science* 292, 1151, 2001.
[4] http://www.africahistory.net/africantimeline.htm
[5] G. Dreyer, "*Recent Discoveries in the U-Cemetery at Abydos*", in: E. van den Brink ed., *The Nile Delta in Transition*, Tel Aviv, 1992, pp. 293-299 ; Günter Dreyer, http://www.dainst.org/index_51_en.html ; T. Obenga, "*Africa,, The Cradle of Writing*", *Ankh* n° 8/9, 1999-2000, pp. 86-94 ; Mario Beatty, http://www.ascac.org/papers/toomuchstuff.html ; Nevine El-Aréf., http://weekly.ahram.org.eg/1999/423/tr2.htm ; http://www.ancientegyptmagazine.com/specialreport05.htm.
[6] cf. "*Les 10 ans de ANKH – Acquis récents de la recherche et histoire ancienne de l'Afrique*", Ankh n° 10/11, pp. 18-24, 2001-2002.
[7] C. S. Henshilwood *et al.*, *Journal of Archaelogical Science* 28, 421, 2001.
[8] http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/lebombo.html.
[9] J. Bogoshi, K. Naidoo et J. Webb, "*The oldest mathematical artefact*", *Math. Gazette* 71, no. 458, 294, 1987.
[10] J. de Heinzelin, *Scientific American* 206, n° 6, 105, 1962.
[11] S. Brooks et C. C. Smith, "*Ishango revisited : new age determinations and cultural interpretations*", *The African Archaeological*, 5, pp. 65-78, 1987 ; S. Brooks *et al.*, "*Dating and context of three middle stone age sites with bone points in the Upper Semliki Valley*", Zaire, *Science* 268, pp. 548-553, 1995 ; J. E. Yellen *et al.*, *Science* 268, 553, 1995.
[12] "*L'histoire du bâton d'Ishango*", http://www.ishango.be/fr/historique-histoire.jsp.htm.
[13] A. Marshack,, *The Roots of Civilization*. New York, McGraw-Hill, 1972 ; New York, Moyer Bell Ltd,, 1991.
[14] "*An old Mathematical object*", http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/ishango.html.
[15] D. Huylebrouck, "*L'os d'Ishango, l'objet mathématique le plus ancien*", http://www.contrepoints.com/kadath/accueil.html.
[16] C. S. Finch III, *The Star of Deep Beginnings*, Decatur [Georgia, USA], Khenti Inc., 1998.
[17] V. Pletser et D. Huylebrouck, "*The Ishango Artefact : the Missing Base 12 Link*", http://www.scipress.org/journals/forma/pdf/1404/14040339.pdf
[18] J.-P. Mbelek, "*Le lever héliaque de Sirius dans l'Afrique ancienne*", Ankh n° 8/9, p. 221, 1999-2000.

Appendice A : La multiplication et la division égyptienne

La duplication est à la base de la multiplication et de la division égyptiennes. Or, comme on l'a vu précédemment, la plus ancienne attestation de l'usage de la duplication pour les besoins du calcul remonte à la pratique des mathématiques révélée par les *os d'Ishango*.

1] La multiplication égyptienne

La multiplication égyptienne se ramène à des duplications [la seule table de 2] et des additions et il en est de même pour la division. Par exemple, soit à calculer le produit P = 19 x 13. On pose l'opération comme suit,

°	1	19
	2	38
°	4	76
°	8	152

La somme des nombres pointés dans la colonne de gauche est égale à 13, le multiplicande. La colonne de gauche correspond aux duplications de l'unité. La colonne de droite correspond aux duplications de 19, le multiplicateur. En faisant la somme des multiples de 19 en vis à vis des nombres pointés à gauche, on obtient le résultat P = 19 + 76 + 152 = 247.

2] La division égyptienne

Voici un exemple pour la division égyptienne : soit à calculer R = 184/8. Il est clair que la question posée revient à rechercher le nombre R à multiplier par 8 pour obtenir 184. Ainsi comprise, la division se ramène à la multiplication d'un multiplicateur connu, ici 8, par un multiplicande inconnu, R. On procède de la même manière que pour la multiplication. De sorte que, contrairement à nos habitudes actuelles liées à l'usage des logarithmes, la division se ramène elle aussi à l'addition et non pas à la soustraction. Quelle économie de pensée et de méthode ?

On pose l'opération comme suit,

1	8	°
2	16	°
4	32	°
8	64	
16	128	°

La somme des nombres pointés dans la colonne de droite [au lieu de la colonne de gauche, pour la multiplication] est effectivement égale à 184, le dividende. En faisant la somme des multiples de deux en vis à vis des nombres pointés à droite, on obtient le résultat R = 1 + 2 + 4 + 16 = 23.

La division avec reste s'effectue de la même façon mais au lieu d'introduire des nombres décimaux, les Égyptiens utilisaient une succession de fractions irréductibles.

3] Démonstration

Soit à effectuer le produit P = m . M, où M représente le multiplicateur et m le multiplicande.

a] On décompose le multiplicande suivant ses puissances de 2, soit :
$m = \Sigma\, c_n \,.\, 2^n$, où les c_n prennent l'une ou l'autre des valeurs 0 ou 1 ; n = 0, 1, 2, ...

ce qui implique $P = \Sigma\, c_n\, .\, [M\, .\, 2^n]$,

et signifie que, tandis que le multiplicateur M reste écrit en base dix, le multiplicande m est quant à lui écrit en base 2. Ainsi, la multiplication égyptienne implique l'utilisation simultanée de la base dix et de la base deux.

b] On reconnaît, à l'intérieur des crochets les duplications successives du multiplicateur M dont la somme exprimée ci-dessus donne le produit P. On voit que le pointage pratiqué par les Égyptiens prend en compte le fait que seules les duplications correspondant à $c_n = 1$ contribuent à la somme donnant le produit P. Les duplications correspondant à $c_n = 0$ ne contribuant pas à la somme donnant le produit P, ne sont pas cochés, d'où l'absence[5] de pointage dans ces cas-là. CQFD[6].

Appendice B : Citations

(les mises en gras sont de nous)

L'extraordinaire ampleur des révisions nécessaires de l'historiographie mondiale en matière de sciences et techniques impliquées par les *os d'Ishango* a motivé de nombreux questionnements et commentaires. Nous citons ci-dessous un extrait de texte sur l'histoire de l'os-outil d'Ishango pour la pertinence des questionnements des auteurs [12] :

1] « *Mais quel était son usage exact ? Était-ce un calendrier ?* ***Un instrument destiné à partager la pêche du jour ?*** *Un objet magique ou divinatoire ? Un instrument mnémotechnique ? Ou tout autre chose ? Beaucoup de chercheurs, qui se sont penchés sur le bâton, ont en fait émis l'hypothèse qu'il s'agirait d'un objet mathématique, qui plus est du plus vieil objet mathématique connu.*

On peut ainsi voir dans chaque groupe de traits une énumération simple : un ensemble de 3 traits correspond au chiffre 3, 8 traits au chiffre 8, etc. On peut facilement schématiser le développement du bâton en le divisant en autant de cases qu'il y a de groupes et en substituant dans chacune de ces cases des chiffres arabes au lieu de la juxtaposition des traits...

Une série de relations internes font de ce tableau un jeu passionnant dont on n'est pas sûr d'avoir épuisé toutes les combinaisons : duplication des nombres, produits égaux à des sommes, sommes égales à des nombres premiers, sommes égales à la table de 4, addition de colonnes égales à 60, etc.

Comment ces notions mathématiques développées par la culture d'Ishango se seraient-elles diffusées vers les berceaux traditionnels des mathématiques ? A nouveau, les harpons découverts en même temps que le bâton offrent quelques indices à notre imagination. ***En effet le modèle de harpons découvert sur le site semble s'être diffusé à partir de la région des Grands Lacs, tant vers l'ouest que vers le nord, soit vers le Soudan et surtout l'Egypte, en empruntant le Nil.*** »

[5] Les Égyptiens connaissaient le zéro [en égyptien ancien : *nfrw* ; lire : *néférou*] ainsi que les nombres négatifs. Ils disposaient effectivement d'un signe, , pour noter le zéro au besoin. Mais, ils laissaient tout aussi bien un blanc pour le zéro lorsque cela était encore possible et sans ambiguïté [*cf.* le cours sur les mathématiques égyptiennes par J.-P. Fougain, cours Khepera/Shabaka].

[6] Les Égyptiens terminaient souvent leurs démonstrations par une formule de même signification qu'en français "ce qu'il fallait démontrer" [*cf.* le cours sur les mathématiques égyptiennes par J.-P. Fougain].

2] L'os d'Ishango a aussi, pour certains, une valeur humaine et émotionnelle. Sur le site http://users.skynet.be/sky19290/ishango.htm qui présente le disque de Chris Joris & Daniel Schell : Ishango [The First African Oratorio] [MPM Tromus / LYRAE Records - 2 CD], 2003, on peut lire :

« *Ishango est un village sur les bords du Lac Edouard considéré comme l'une des plus lointaines sources du Nil. C'est là qu'en 1950, l'archéologue belge Jean de Heinzelin découvrit un os de 10 centimètres couvert d'encoches et datant de 20.000 ans, qui n'allait pas tarder à susciter nombre de controverses au sein du monde scientifique. Pour certains, le bâton d'Ishango serait une sorte de calculette : les séries de traits très fins et gravés à la main qui sont regroupés en trois rangées courant le long du bâton constitueraient une suite de duplications ou multiples faisant ainsi remonter l'histoire des mathématiques jusqu'à cette époque reculée et déplaçant le lieu où cette science fut inventée du Moyen Orient au cœur de l'Afrique. D'autres ont même été plus loin, recherchant des liens entre les chiffres figurés par les ensembles de traits et les nombres premiers tandis que les plus audacieux on comparé l'objet millénaire à une version préhistorique du code-barre [c'est cette interprétation qui est illustrée sur la pochette du compact ainsi que sur les dessins illustrant les disques eux-mêmes]. Pour Marshak, journaliste américain chargé par la NASA d'écrire un livre sur l'histoire des sciences, l'os d'Ishango serait un calendrier lunaire et l'inclinaison des entailles pourrait être reliée aux phases de notre satellite. On pense alors au film de Kubrick, 2001 Odyssée de l'Espace, et à cet os que le grand singe, devenu intelligent après un contact avec le monolithe noir, lançait dans l'espace en un somptueux fondu-enchaîné avec une station spatiale. Mais si sur le plan scientifique, les avis divergent, sur celui de la symbolique, il n'y a pas de contestation possible : l'os d'Ishango témoigne de la créativité humaine et de son évolution qui prend naissance aux sources du Nil. Il jette un pont entre cette civilisation occidentale qui se réclame du développement et de la technologie et la civilisation africaine qui, il y a près de 20.000 ans, concevait les bases des premiers outils scientifiques. Ainsi, illustrant l'universalité de la science, le bâton d'Ishango représente beaucoup plus qu'il ne montre : il est le symbole de la race humaine, unique et indivisible.* »

Appendice C : Informations complémentaires

1] *Les Olympiades Pan Africaines de Mathématiques* [http://www.fest.org.za/pamo]. C'est un événement annuel organisé pat l'Union Africaine de Mathématiques pour encourager les jeunes talents en mathématiques et échanger les informations sur les programmes et les méthodes d'enseignement en mathématiques à travers le continent africain.

2] Un traducteur JavaScript des chiffres Égyptiens [http://www.eyelid.co.uk/numbers.htm]. C'est un traducteur qui utilise les chiffres hiéroglyphiques pour faire les calculs mathématiques. Les graphies hiéroglyphiques égyptiennes sont de Mark Millmore et le programme de Mark Johns et Mark Millmore [http://benedict.isomedia.com/homes/mjohns].

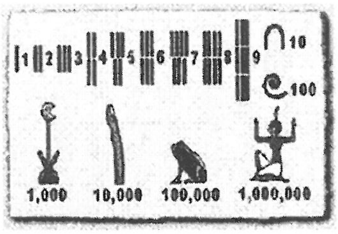
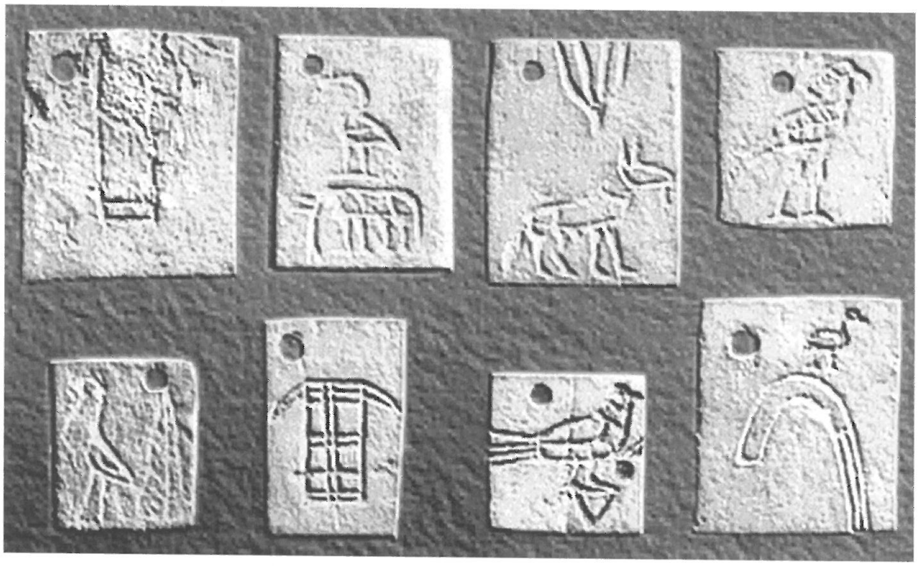


Figure 1 : Günter Dreyer de l'*Institut allemand d'archéologie du Caire* et son équipe ont découvert plus de 300 tablettes en argile avec des fragments d'écriture hiéroglyphiques comme celles qui sont présentées ci-dessous. **Les inscriptions montrent la plus ancienne écriture** qui fait la transition entre le signe-image [pictogramme] et le signe-son [phonogramme]. Cf. G. Dreyer, "*Recent Discoveries in the U-Cemetery at Abydos*", in: E. van den Brink ed., *The Nile Delta in Transition*, Tel Aviv, 1992, pp. 293-299 ; T. Obenga, "*Africa,, The Cradle of Writing*", *Ankh* n° 8/9, 1999-2000, pp. 86-94 ; Mario Beatty, http://www.ascac.org/papers/toomuchstuff.html



<u>Figure 2a</u> : **L'artefact gravé trouvé dans la grotte de Bllombos,** en Afrique du Sud. Cf. C. S. Henshilwood *et al.*, *Journal of Archaelogical Science* 28, 421, 2001.

<u>Figure 2b</u> : **Carte figurant les monts Lebombo où se situe la grotte de Border Cave. Cf.** http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/lebombo.html

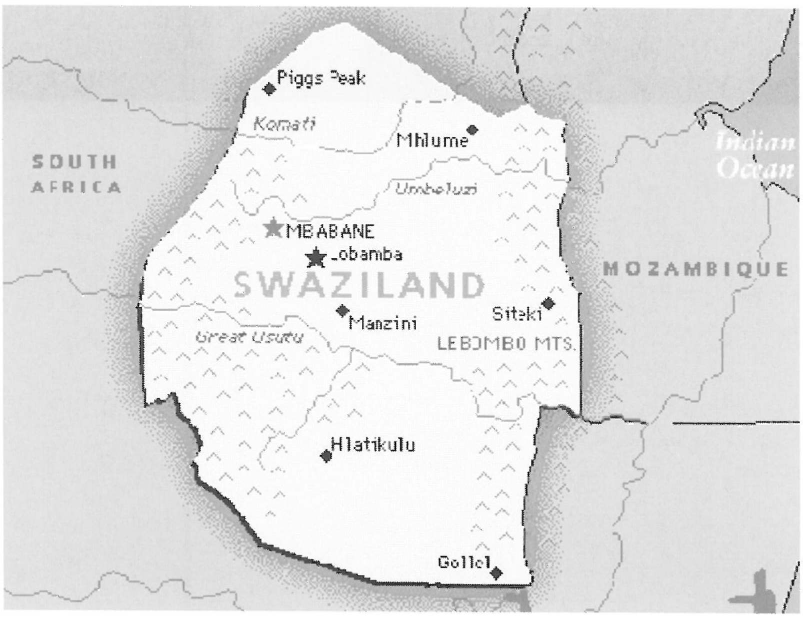


Figure 3 : **Carte de la région où est situé le site d'Ishango**, où deux os (voir la photo au début de l'article) ont été découverts (daté de –20000 ans), près de la source la plus méridionale du Nil, légèrement au sud de l'équateur, à la frontière est de la République Démocratique du Congo avec le sud de l'Ouganda.

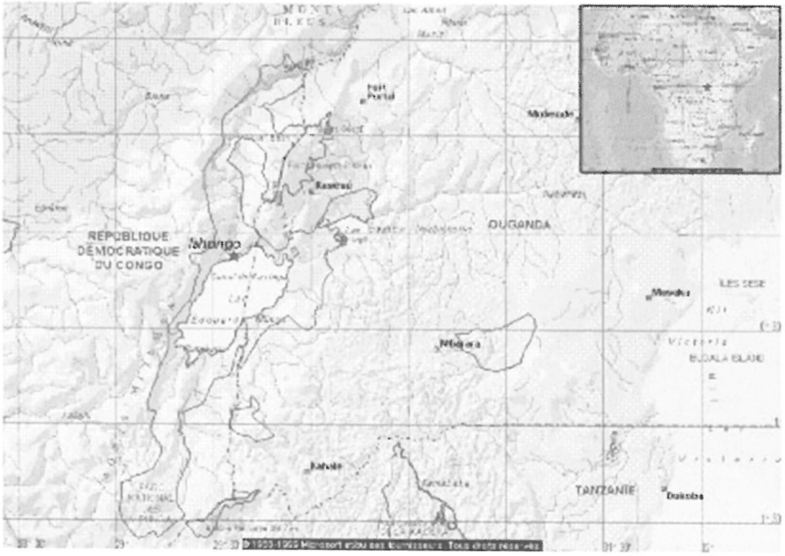
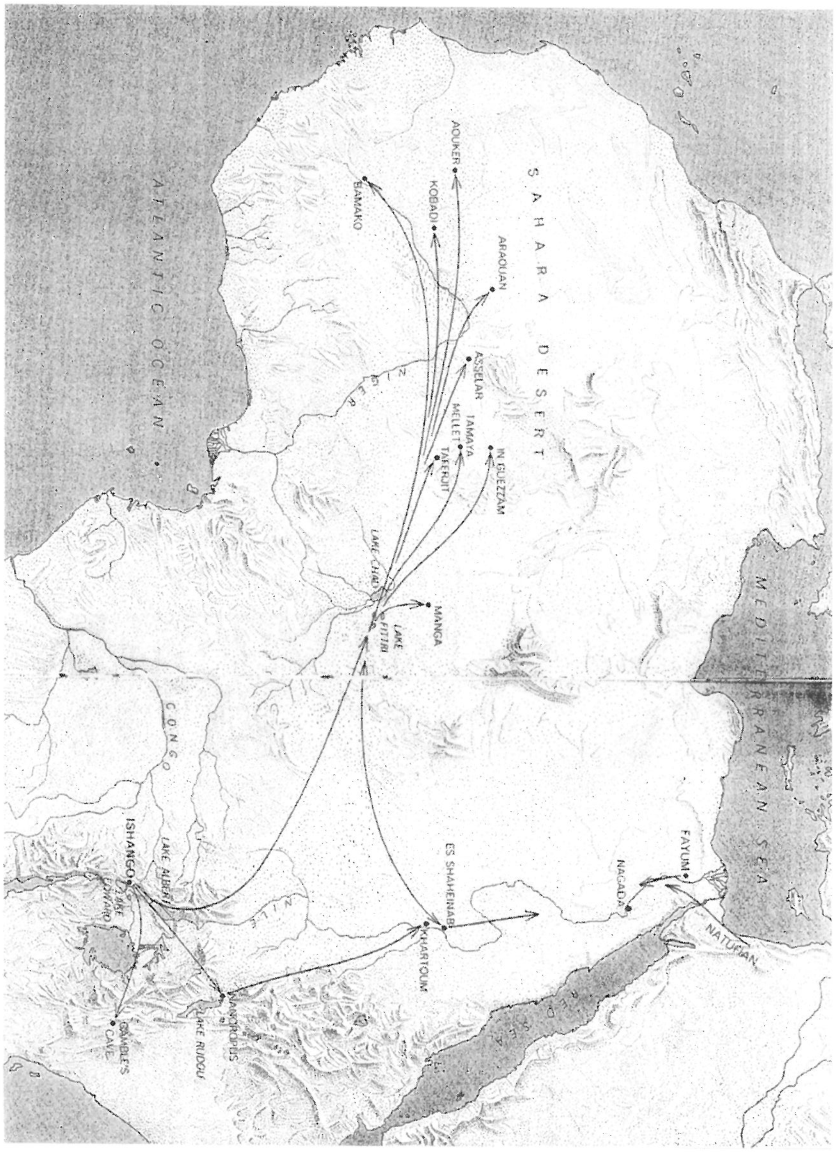
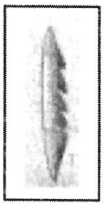
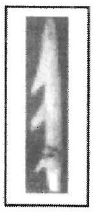


Figure 4a : **Carte montrant la diffusion des pointes de harpon à partir d'Ishango vers l'Afrique de l'ouest et la vallée du Nil** [J. de Heinzelin, [1962], *Scientific American* 206, n° 6, pp. 108 et 109].

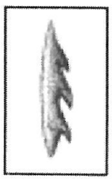




Harpon Ishango, Congo



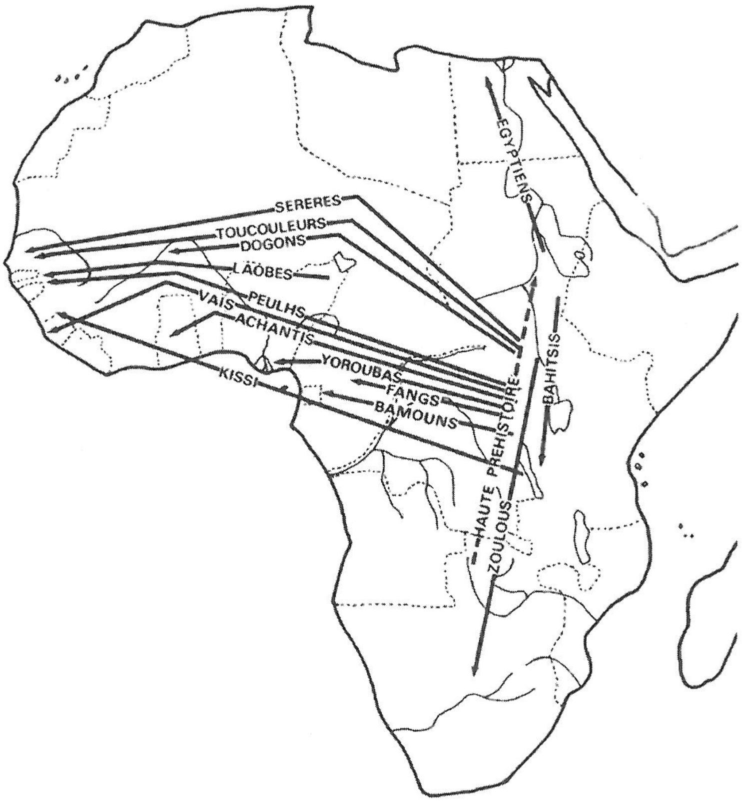
Harpon Aïdama, Égypte



Harpon Bamako, Mali

Sources : J. de Heinzelin, *Scientific American* 206, n° 6, 1962, pp. 110 et 111 et B. Mydant-Reynes, *Aux origines de l'Égypte*, Paris, Fayard, 2003, p. 179.

Figure 4b : **Carte des migrations des populations négro-africaines à partir de la région du Haut-Nil et des Grands lacs** [Cheikh Anta Diop, *Nations Nègres et Culture*, chapitre VI, planche 51, p. 363].



❐ L'auteur

Jean Paul MBELEK : Docteur ès sciences de l'université Pierre et Marie Curie, Paris VI, spécialité astronomie et astrophysique. Chercheur et enseignant en physique, il a publié un ouvrage intitulé : *Interaction entre photons et gravitons - Incomplétude des équations de l'électrodynamique et de la gravitation*. Il est l'auteur de plusieurs articles d'astrophysique parus dans les numéros 1, 2, 3, 4/5 et 8/9 de *ANKH* (cf. http://www.ankhonline.com et sommaire des numéros de ANKH parus en fin de revue). J.P. MBELEK est également l'inventeur de dispositifs brevetés (Brevet d'invention : P. Mbelek, Dispositif de Mesure de Réactance, [1987], FR 2 619 452).

Publications :

J. P. Mbelek, *Interaction entre photons et gravitons - Incomplétude des équations de l'électrodynamique et de la gravitation,* Paris, 1991.
J. P. Mbelek, Interaction entre photons et gravitons - Limitations imposées aux méthodes radiométriques de datations, Ankh n°1, février 1992.
J. P. Mbelek, Déduction de la relation de Tully-Fisher et estimation du paramètre de Hubble, Ankh n°2, avril 1993.
J. P. Mbelek, et al., Sur la covariance des lois physiques dans un univers non statique, Ankh n°3, juin 1994.
J. P. Mbelek, et al., Interpretation of the Hidden Mass and Derivation of the Tully-Fisher Relation, Ankh n°4/5, 1995-1996.
J. P. Mbelek, in "Neutrinos Dark Matter and the Universe", proceedings des huitièmes "Rencontres de Blois" 8-12 Juin 1996, Éditions Frontières, Gif-sur-Yvette, [1997], 391.
J. P. Mbelek, Motion of a Test Body in the Presence of a Scalar Field which respects the Weak Equivalence Principle-Application to the Rotation Curves of Spiral Galaxies, Acta Cosmologica, [1998], fasciculus XXIV-1, 127.
J. P. Mbelek, Garrett Morgan, un grand inventeur du XX^{e} siècle, Ankh n°8/9, 1999-2000.
J. P. Mbelek et M. Lachièze-Rey, Theoretical Necessity of an External Scalar Field in the Kaluza-Klein Theory, Arxiv gr-qc/0012086.
J. P. Mbelek et M. Lachièze-Rey, A five dimensional model of effective gravitational and fine-structure constants, International Journal of Modern Physics A 17, [2002], 4317.
J. P. Mbelek et M. Lachièze-Rey, Possible evidence from laboratory measurements for a latitude and longitude dependence of G, Gravitation and Cosmology 8, [2002], 331.
J. P. Mbelek et M. Lachièze-Rey, A five dimensional model of varying effective gravitational and fine structure constants, Astronomy and Astrophysics 397, [2003], 803.
J. P. Mbelek, A scalar field modelling the rotational curves of spiral galaxies, Proceedings of the "The Dark Universe: Matter, Energy and Gravity", Baltimore, USA, 2-5 Avril 2001, edited by M. Livio [2004], Arxiv, gr-qc /0402088.
J. P. Mbelek, Modelling the rotational curves of spiral galaxies with a scalar field, Astronomy and Astrophysics 424, [2004], 761.
J. P. Mbelek, A five-dimensional model of varying fine structure constant, Proceedings of the IX International Conference on Particles, Strings and Cosmology [PASCOS 2003], Pramana 62, [2004], 741.
J. P. Mbelek, 5D gravity and the discrepant G measurements, in: Venzo de Sabbata, George T. Gillies, and Vitaly. N. Melnikov [eds.] *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on The*Gravitational Constant : Generalized Gravitational Theories and Experiments [Kluwer Academic Publishers] Erice [2004], 233-245.
J. P. Mbelek, Comment on "Constraining a possible dependence of Newton's constant on the Earth's magnetic field", Gravitation and Cosmology, Gravitation and Cosmology 10, [2004], 233.
J. P. Mbelek et M. Lachièze-Rey, Long-range acceleration induced by a scalar field external to gravity and the indication from Pioneer 10/11, Galileo and Ulysses Data, Arxiv gr-qc/9910105.
J. P. Mbelek, The Pioneer anomaly : a bulk scalar field ?, in: J. Dumarchez and J. Trân Than Vân [eds.] *Gravitational waves and experimental gravity* [Thê Gioi Publishers], Vietnam [2003] 395 – 398.

J. P. Mbelek, Étrange attraction, in Dossier hors-série la gravitation-l'univers sous influence, Pour la Science, Janvier/Avril, [2003], 106. Voir aussi : http://www.cieletespace.fr/cat/les_caprices_de_la_gravite.html.

J. P. Mbelek et M. Michalski, Can conventional forces really explain the anomalous acceleration of Pioneer 10/11, International Journal of Modern Physics D 13, [2004], 865.

J. P. Mbelek, General relativity and quintessence explain the Pioneer anomaly, Arxiv gr-qc/0407023.

J. P. Mbelek, Present status of the study of the anomalous acceleration of the Pioneer 10/11 spacecraft, International Journal of Modern Physics A, [2004], à paraître.

Site internet Arxiv : http://xxx.lanl.gov