PROBLEMAS DE VOLÚMENES y áreas de cuerpos geométricos:

1) Halla el volumen y el área de:

a. Un cubo de 9 m de arista.

$A = 6 \cdot a^2$

$A = 6 \cdot 9^2$

$A = 6 \cdot 81$

$\boxed{A = 486\ m^2}$

$V = a^3$

$V = 9^3$

$\boxed{V = 729\ m^3}$

b. Un cuboide de 3 cm de largo, 4 cm de ancho y 5 cm de alto.

$\boxed{V = 3 \times 4 \times 5 = 60\ cm^3}$

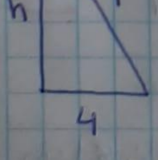
$$\boxed{\begin{gathered} A = 2 \cdot (3 \cdot 4) + 2(4 \cdot 5) + 2(5 \cdot 3) = \\ 24 + 40 + 30 = 94\ cm^2 \end{gathered}}$$

c. Un cono de diámetro 8 cm y de generatriz 4 cm.

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \pi\, 4^2 \cdot 0$

$\boxed{V = 0\ cm^3}$



$4^2 = h^2 + 4^2$

$h^2 = 4^2 - 4^2$

$h^2 = 0$

$A = \pi r \cdot g + \pi r^2$

$A = \pi\, 4 \cdot 4 + \pi\, 4^2$

$A = (3{,}14 \cdot 16) + (3{,}14 \cdot 16)$

$\boxed{A = 100{,}48\ cm^2}$

Es una superficie plana

d. Una pirámide cuadrangular regular recta de base 6 cm y apotema 8 cm

$A_{cuadrado} = l^2 = 6^2 = 36\ cm^2$

$A_{triangulo} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24\ cm^2$

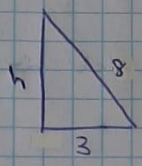
$\boxed{A_{total} = 24 \times 4 = 96\ cm^2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 7{,}42$

$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 7{,}42$

$\boxed{V \simeq 89{,}04\ cm^3}$



$8^2 = h^2 + 3^2$

$64 = h^2 + 9$

$h^2 = 64 - 9$

$h^2 = 55$

$h = \sqrt{55} \simeq 7{,}42$

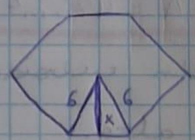
e. Una pirámide hexagonal regular recta de base 6 cm y apotema lateral 12 cm.

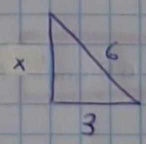
$V = \frac{5}{6} \cdot L \cdot \underbrace{ap}_{base} \cdot h$

$V = \frac{5}{6} \cdot 6 \cdot ap\ Lateral \cdot h$

$V = \frac{5}{6} \cdot 6 \cdot 5{,}2 \cdot 10{,}81$

$\boxed{V = 281{,}06\ cm^3}$





apotema base →

$6^2 = 3^2 + x^2$

$x^2 = 6^2 - 3^2$

$x^2 = 36 - 9$

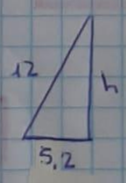
$x^2 = 27$

$x = \sqrt{27} \simeq 5{,}2\ cm$

A_T = area de la base + a lateral

$\left(\frac{6 \cdot 5{,}2}{2}\right) \times 6 = 93{,}6\ cm^2$

$\left(\frac{6 \cdot 12}{2}\right) \cdot 6 = 216\ cm^2$



$12^2 = h^2 + 5{,}2^2$

$144 = h^2 + 27{,}04$

$h^2 = 144 - 27{,}04$ ← altura

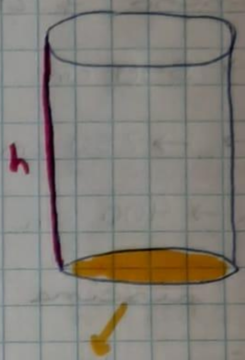
$h^2 = 116{,}96\ cm$

$h = \sqrt{116{,}96} \simeq 10{,}81\ cm$

$93{,}6 + 216 = 309{,}6\ cm^2$

$\boxed{A_T = 309{,}6\ cm^2}$

2) Hallar el volumen, en ml, de una lata de Coca-Cola sabiendo que tiene 10,9 cm de alto y 6,2 cm de diámetro (Dato: $1\,ml = 1\,cm^3$)

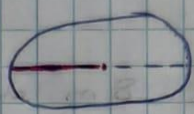


$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = 3{,}14 \cdot r^2 \cdot 10{,}9$

$V = 3{,}14 \cdot \underline{3{,}1}^2 \cdot 10{,}9$

cm de diametro:



$6{,}2\ cm : 2 = \underline{3{,}1\ cm}$

$A = \pi r^2$

$V = 329{,}1\ cm^3$

$V = 329{,}1\ ml$

3) Hallar el volumen de la piramide de Keops, sabiendo que su altura actual es de 230,35 m y el cuadrilátero que forma su base tiene 136,86 m de lado.

$V = \frac{1}{3} \cdot L^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 136{,}86^2 \cdot 230{,}35$

$V \approx 1438202{,}48\ m^3$

·ÁREAS Y VOLÚMENES·

1) Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de una habitación que tiene 5 m de largo, 40 dm de ancho y 2500 mm de alto.

5 m → 500 cm

2500 mm → 250 cm

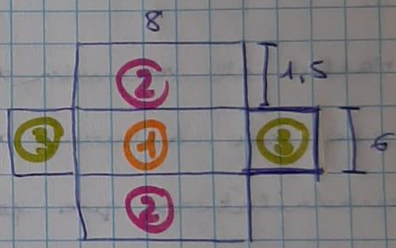
40 dm → 400 cm

$V = b \cdot h = (500 \cdot 400) \times 250$

$\boxed{V = 5 \times 10^7 \ cm^3}$

2) Una piscina tiene 8 m de lado, 6 m de ancho y 1.5 m de profundidad. Se pinta la piscina a razón de 6 € el metro cuadrado.

1. ¿Cuánto costará pintarla?



1 → $A = 8 \times 6 = 48 \ m^2$

2 → $A = (8 \times 1,5) \times 2 = 24 \ m^2$

3 → $A = (6 \times 1,5) \times 2 = 18 \ m^2$

$A_{Total} = 3 + 2 + 1 = 90 \ m^2$

Si sabemos que un metro al cuadrado vale 6 €, y tenemos $90 \ m^2$, esto quiere decir que tenemos que multiplicar $90 \times 6 = \underline{540} €$.

2. ¿Cuántos litros de agua serán necesarios para llenarla?

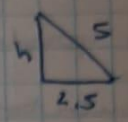
$V = (8 \times 6) \times 1,5 = 48 \times 1,5 = 72 \ m^3$

$1 \ m^3 \rightarrow 1000 \ l$

Por lo tanto, $72 \ \cancel{m^3} \times \frac{1000 \ l}{1 \ \cancel{m^3}} = 72000 \ l$

Necesitamos <u>72000 l</u> para llenar la piscina.

3) Determina el área total de un tetraedro, un octaedro y un icosaedro de 5 cm de arista.



Icosaedro → 20 caras △

Tetraedro → 3 caras △

Octaedro → 8 caras △

$5^2 = 2,5^2 + h^2$

$25 = 6,25 + h^2$

$h^2 = 25 - 6,25$

$h^2 = 18,75$

$h = \sqrt{18,75}$

$h \simeq 4,33$ cm

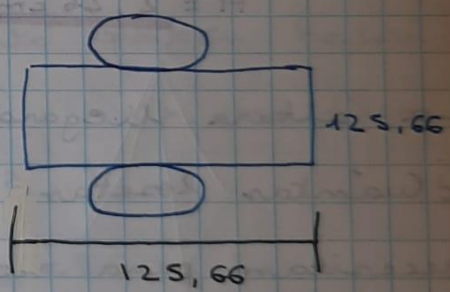
$A_{Icosaedro} = \left(\frac{b \cdot h}{2}\right) \times 20 = \left(\frac{5 \cdot 4,33}{2}\right) \times 20 \simeq 216,5 \text{ cm}^2$

$A_{tetraedro} = \left(\frac{b \cdot h}{2}\right) \times 3 = \left(\frac{5 \cdot 4,33}{2}\right) \times 3 \simeq 32,47 \text{ cm}^2$

$A_{octaedro} = \left(\frac{b \cdot h}{2}\right) \times 8 = \left(\frac{5 \cdot 4,33}{2}\right) \times 8 \simeq 86,6 \text{ cm}^2$

4) Un cilindro tiene por altura el mismo perímetro que la circunferencia de la base. Si la altura mide 125,66 cm. Calcular:

1. El área total:



$L = 2 \cdot \pi \cdot r$

$r = \frac{125,66}{2 \cdot \pi}$

$r \simeq 19,99$ cm

$A_{circunferencia} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 19,99^2 \simeq 1255,38 \text{ cm}^2$

$A_{rectangulo} = b \cdot a = 125,66^2 \simeq 15\,790,44 \text{ cm}^2$

$A_{Total} = (1255,38) \times 2 + (15790,44) = 18\,301,2 \text{ cm}^2$

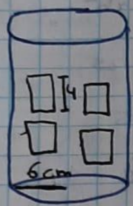
2. El volumen:

$A_{circulo} = 1255,38\ cm^2$

$Altura = 125,66\ cm$

$V = 1255,38 \times 125,66 \simeq 157751,05\ cm^3$

5) En una probeta de 6 cm de radio se echan cuatro cubitos de hielo de 4 cm de arista. ¿A qué altura llegará el agua cuando se derritan?



$V_{cubo} = a^3 = 4^3 = 64\ cm^3 \rightarrow$ cada cubo

$V_{cilindro} = \pi \cdot R^2 \cdot H$

$V = 3,14 \cdot 6^2 \cdot H$

$64 \times 4 = 3,14 \cdot 6^2 \cdot H$

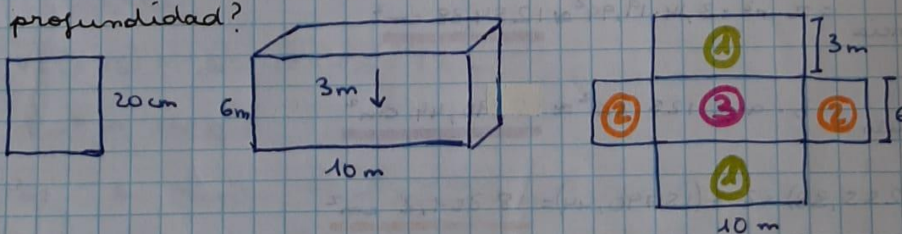
$256 = 113,04 \cdot H$

$\frac{256}{113,04} = H$

$H = 2,26\ cm$

La altura va ha ser 2,26 cm.

6) ¿Cuántas losetas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para recubrir las caras de una piscina de 10 m de largo por 6 m de ancho y de 3 m de profundidad?



$3\ m \rightarrow 300\ cm$

$6\ m \rightarrow 600\ cm$

$10\ m \rightarrow 1000\ cm$

1 → $A = (1000 \times 300) \times 2 = 600000 \text{ cm}^2$

2 → $A = (600 \times 300) \times 2 = 180000 \times 2 = 360000 \text{ cm}^2$

3 → $A = (1000 \times 600) \times 1 = 600000 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 1 + 2 + 3 = 1560000 \text{ cm}^2$

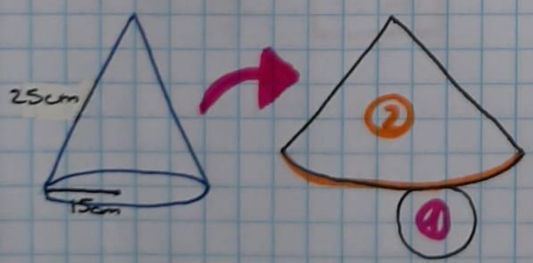
Si sabemos que la area total de la piscina es de 1560000 cm^2, ahora solo tenemos que saber el area de las losetas.

20 cm

$A_{cuadrado} = c^2 = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$

Teniendo en cuenta que cada loseta mide 400 cm^2, tenemos que dividir $1560000 : 400 = 3900$. Asi que necesitaremos 3900 losetas para recubrir las caras.

7) Para una fiesta, Luís ha hecho 10 gorros de forma cónica con cartón. ¿Cuánto cartón habrá utilizado si las dimensiones del gorro son 15cm de radio y 25 cm de generatriz?



$L_{circunferencia} = 2\pi r$

$A_{circunferencia} = \pi r^2$

1 $A = \pi r^2$

$A = 3{,}14 \cdot 15^2$

$A \simeq 706{,}5 \text{ cm}^2$

$A_{Total} = 706{,}5 + 1177{,}5 \simeq 1884 \text{ cm}^2$

2 $A = \pi \cdot r \cdot g$

$A = 3{,}14 \cdot 15 \cdot 25$

$A \simeq 1177{,}5 \text{ cm}^2$

Respuesta:

$1884 \times 10 \simeq 18840 \text{ cm}^2$

Ha utilizado 18840 cm^2 de cartón