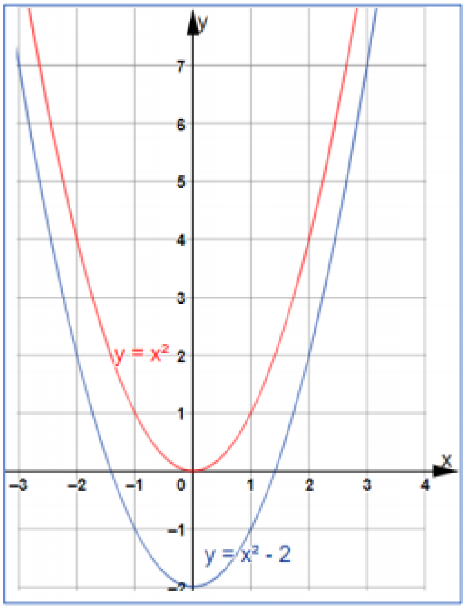
ATIVIDADES DO 3º SERIE A – 3º BIMESTRE

TEMA 2: GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Geralmente quando queremos esboçar um gráfico, recorremos primeiramente a uma tabela com a indicação de alguns valores do domínio da função e posterior cálculo da imagem da função. Contudo muitos gráficos, podem ser obtidos sem tomar por base as conclusões de uma representação de pontos isolados. Nesse trabalho, o ponto central consiste em "ler" e interpretar as indicações de quais operações devemos realizar com a variável independente x para obter valores referentes à variável dependente y.



Para iniciar o que pretendemos dizer, exploraremos a construção de alguns gráficos de funções, na qual você já aprendeu durante o Ensino Médio. P

ara as funções quadráticas, nota-se uma particularidade interessante quando temos funções do tipo $f(x) = x^2 – 2$, neste caso para encontrar o valor de $y = f(x)$, basta elevar a variável independente x, ao quadrado e diminuir 2 unidades do resultado obtido. Desse modo, para representar os pontos (x; y) em que $y = x^2 – 2$, podemos imaginar que o gráfico de $y = x^2$ foi deslocado 2 unidades para baixo na direção do eixo y.

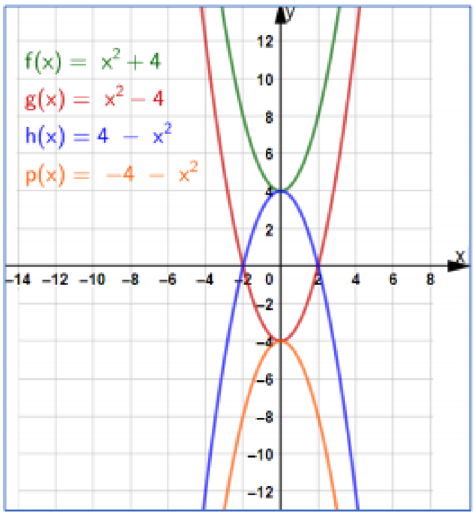
Dessa forma, o gráfico de $f(x) = x^2 – 2$, pode ser construído a partir da elaboração de um gráfico mais simples: $f(x) = x^2$.

ATIVIDADE 1 - Utilizando o mesmo sistema de coordenadas, esboce os gráficos das seguintes funções. Utilize uma folha de papel quadriculado para resolver este exercício.

a) $f(x) = x^2 + 4$ b) $g(x) = x^2 – 4$ c) $h(x) = 4 – x^2$ d) $p(x)= – 4 – x^2$

a)

x	$x^2 + 4$	y
-2	(-2)2 + 4	8
-1	$(-1)^2 + 5$	5
0	0 + 4	4
1	$1^2 + 4$	5
2	$2^2 + 4$	8



d)

x	$– 4 – x^2$	y
-2	$-4 – (-2)^2$	-8
-1	$-4 – (1)^2$	-5
0	$-4 – (0)^2$	-4
1	$-4 – (1)^2$	-5
2	$-4 – (2)^2$	-8

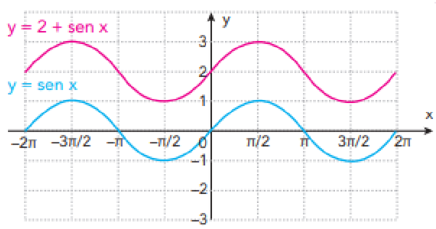
b)

x	$x^2 – 4$	y
-3	$(-3)^2 – 4$	5
-2	$(-2)^2 – 4$	0
-1	$(-1)^2 – 4$	-3
0	$0^2 – 4$	-4
1	$1^2 – 4$	-3
2	$2^2 – 4$	0
3	$3^2 – 4$	5

c)

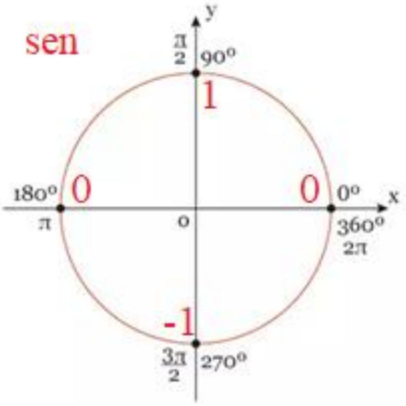
x	$4 – x^2$	y
-3	$4 – (-3)^2$	-5
-2	$4 – (-2)^2$	0
-1	$4 – (-1)^2$	3
0	$4 – (0)^2$	4
1	$4 – (1)^2$	3
2	$4 – (2)^2$	0
3	$4 – (3)^2$	-5

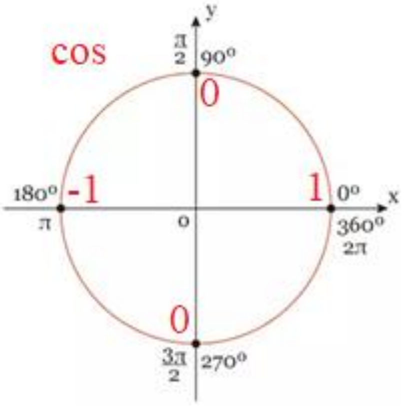
Para as funções trigonométricas do tipo $f(x) = 2 + \text{sen } x$, os valores de y serão determinados depois que encontrarmos o valor do seno da variável independente x e, a esse valor, adicionarmos 2 unidades. Nesse caso, podemos imaginar que o gráfico mais simples da função de $y = \text{sen } x$ será deslocado 2 unidades para cima na direção do eixo y, conforme mostra o gráfico a seguir:



	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sen x	0	1	0	-1	0

	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
2 + sen x	2	3	2	1	2





ATIVIDADE 2 - Esboce os gráficos das funções indicadas a seguir no mesmo sistema de coordenadas. Utilize uma folha de papel quadriculado ou milimetrado para resolver este exercício.

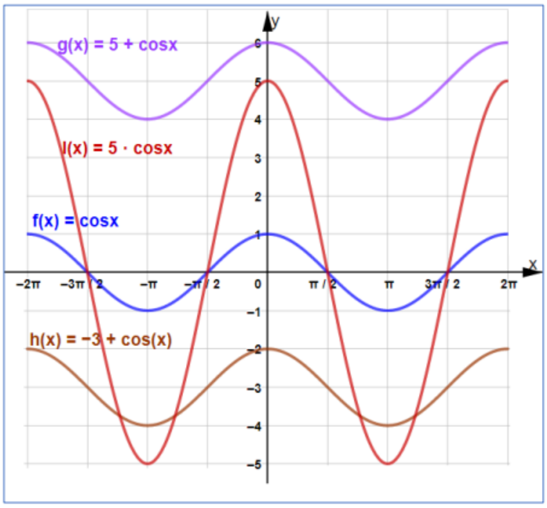
a) f(x) = cos x b) g(x) = 5 + cos x c) h(x) = – 3 + cos x d) i(x) = – 5 + cos x

a)

cos	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	1	0	-1	0	1

b)

cos	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	6	5	4	5	



c)

cos	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	-2	-3	-4	-3	-2

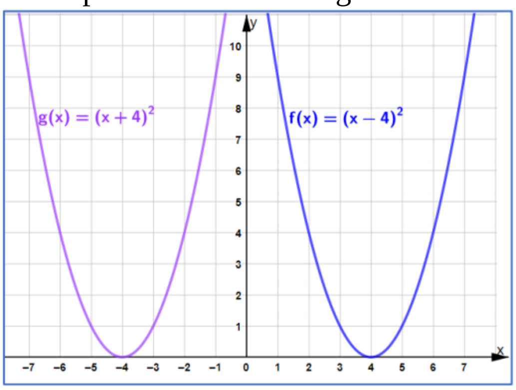
d)

cos	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	5	0	-5	0	5

ATIVIDADE 3 - No estudo dos gráficos das funções quadráticas, podemos destacar o estudo de funções do tipo $(x \pm a)^2$, de modo que, pode-se imaginar o gráfico de $y = x^2$ deslocando-se "a" unidades para a direita na direção do eixo x. Assim, por exemplo o gráfico de $y = (x - 4)^2$ é como se fosse $y = m^2$, sendo $m = x - 4$. O vértice da parábola desloca-se do ponto em que x = 0 para o ponto em que x = 4.

Sabendo-se disso, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções $f(x) = (x - 4)^2$ e $g(x) = (x + 4)^2$

x	$(x-4)^2$	y
2	$(2-4)^2$	4
3	$(3-4)^2$	1
4	$(4-4)^2$	0
5	$(5-4)^2$	1
6	$(6-4)^2$	4

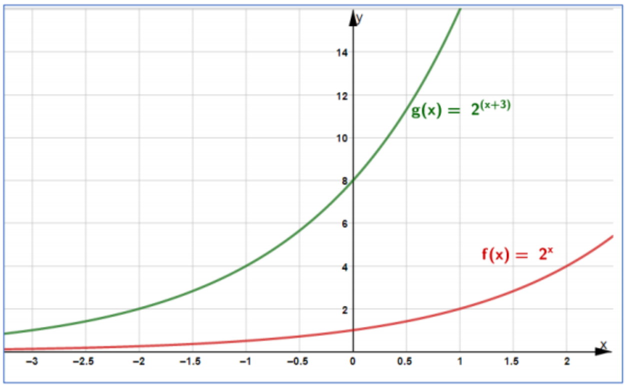


x	$(x+4)^2$	y
-6	$(-6+4)^2$	4
-5	$(-5+4)^2$	1
-4	$(-4+4)^2$	0
-3	$(-3+4)^2$	1
-2	$(-2+4)^2$	4

ATIVIDADE 4 - Agora vamos relembrar o gráfico da função exponencial, tomando como exemplo a função $f(x) = 2^{(x+3)}$, que será construído a partir do gráfico de $f(x) = 2^x$, deslocado para a esquerda na direção do eixo x. O gráfico de $f(x) = 2^{(x+3)}$ é como se fosse de $f(x) = 2^m$, sendo $m = x + 3$. Desse modo, é como se o eixo y se deslocasse horizontalmente, de tal forma que o antigo ponto em que x = 0 coincidisse com o novo ponto em que x = – 3 (ou seja m = 0).

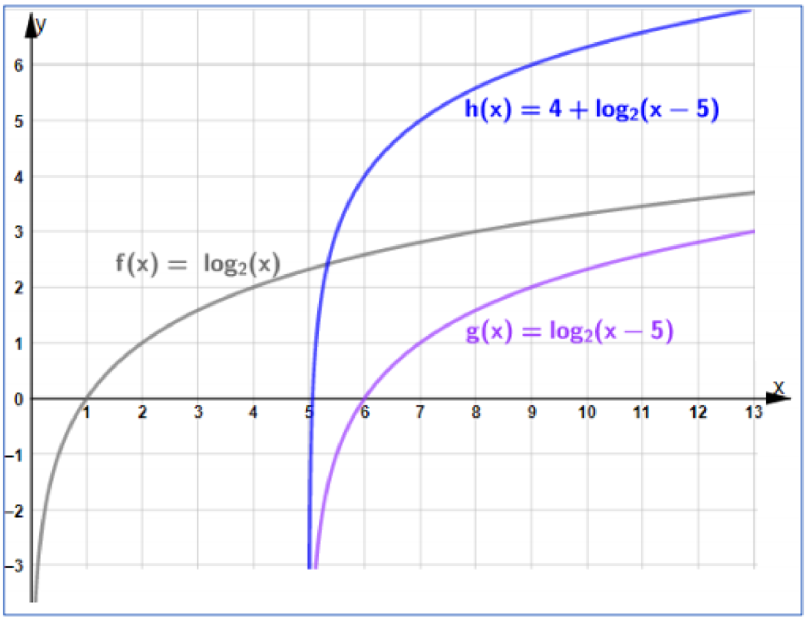
Sabendo-se disso, esboce o gráfico no plano cartesiano da situação proposta anteriormente. Utilize uma folha de papel quadriculado ou milimetrado para resolver este exercício.

x	$2^{(x+3)}$	y
-5	$2^{(-5+3)} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{4}$
-4	$2^{(-4+3)} = 2^{-1} = \frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2}$
-3	$2^{(-3+3)} = 2^0$	1
-2	$2^{(-2+3)} = 2^1$	2
-1	$2^{(-2+3)} = 2^2$	4



x	2^x	y
-2	$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{4}$
-1	$2^{-1} = \frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2}$
0	2^0	1
1	2^1	2
2	2^2	4

ATIVIDADE 5 – No caso das funções logarítmicas, vamos estudar as funções $y=4 + \log_2 (x-5)$, podemos imaginar o gráfico de $y=\log_2 x$ deslocando-se 5 unidades para a direita como se estivéssemos construindo o gráfico de $y=\log_2 m$, sendo $m=x-5$. Faça o esboço da situação descrita para obter o gráfico de y= 4 + log2 (x – 5). Utilize uma folha de papel quadriculado ou milimetrado para resolver este exercício.



ATIVIDADE 6 – Vamos agora pensar no gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ Para construir o gráfico de f(x), podemos começar com o de $y = x^2$. Na sequência, construímos o de $y = x^2 + 1$, deslocando uma unidade para cima o gráfico de $y = x^2$, na direção do eixo y. A partir daí, para obter o gráfico de f(x), representamos os pontos (x; y) de modo que o valor de y seja o inverso de $x^2 + 1$, para cada valor de x.

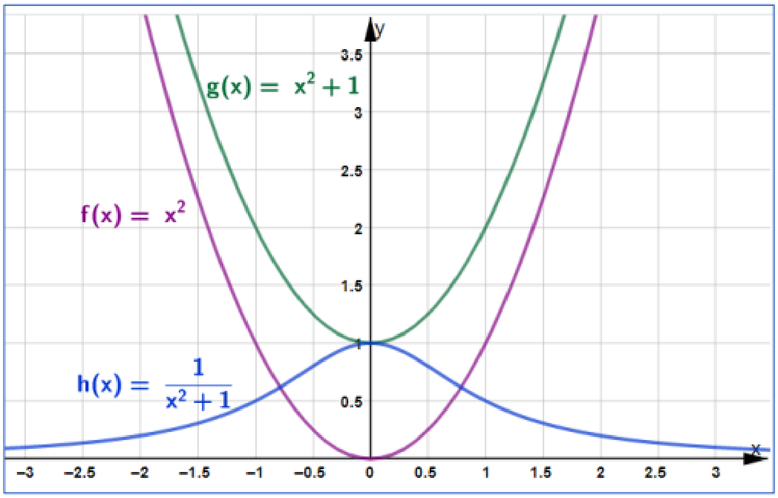
É importante notar que:

- no ponto onde x = 0, $x^2 + 1$ vale 1 e o inverso de $x^2 + 1$ também é igual a 1;
- em todos os outros pontos, $x^2 + 1$ é positivo e maior que 1; logo seu inverso é positivo e menor que 1;
- assim, o gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ situa-se sempre acima do eixo x, aproximando-se mais e mais dele, à medida que o valor de x aumenta, pois quanto maior for o valor de $x^2 + 1$, menor será o valor de seu inverso.

Resumindo, na construção do gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, podemos observar os seguintes passos:

- construir o gráfico de $y = x^2$;
- construir o gráfico de $y= x^2 +1$;
- construir o gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

Faça o esboço da situação descrita para traçar o gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Utilize uma folha de papel quadriculado ou milimetrado para resolver este exercício.

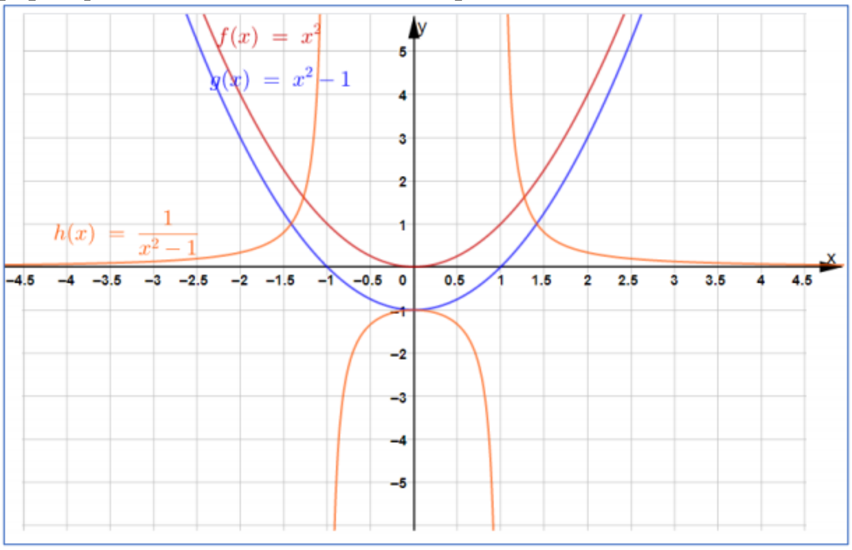


x	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2+1$	$h(x) = \frac{1}{x^2+1}$
–2	4	5	$\frac{1}{5}$
–1	1	2	$\frac{1}{2}$
0	0	1	1
1	1	2	$\frac{1}{2}$
2	4	5	$\frac{1}{5}$

ATIVIDADE 7 – Para o gráfico de f(x) = $\frac{1}{x^2-1}$, podemos tomar como pontos de referências os gráficos de y = x^2 e y = x^2 – 1 e, em seguida, representar os pontos com abscissa x e ordenada o inverso de x^2 – 1. É importante notar que:

- quando $x^2 - 1 = 0$, ou seja, quando temos x = 1 ou x = –1, a função f(x) não está definida;
- quando x assume valores próximos de 1 ou de –1, os valores absolutos dos inversos tornam-se muito grandes; por outro lado, se x se aproxima de 1 por valores menores do que 1, os inversos tornam-se muito grandes em valor absoluto, mas negativos. Algo similar ocorre quando x se aproxima de –1.

Sabendo-se disto, faça o esboço da situação descrita para traçar o gráfico de f(x) = $\frac{1}{x^2-1}$. Utilize uma folha de papel quadriculado ou milimetrado para resolver este exercício.



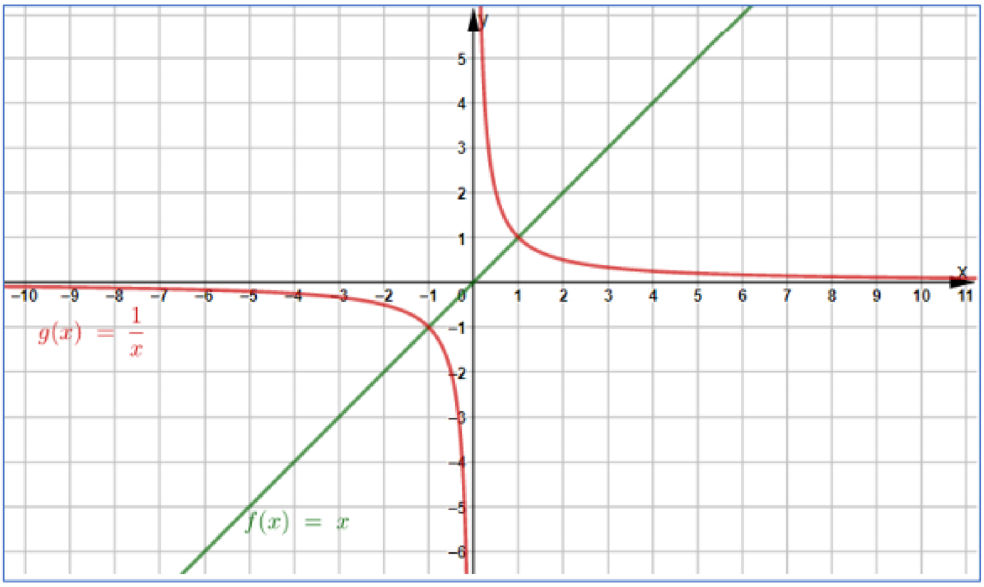
x	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2–1$	$h(x) = \frac{1}{x^2-1}$
–2	4	3	$\frac{1}{3}$
–0,5	0,25	–0,75	$-\frac{4}{3}$
0	0	–1	–1
0,5	0,25	–0,75	$-\frac{4}{3}$
2	4	3	$\frac{1}{3}$

ATIVIDADE 8 – Para o gráfico de f(x) = $\frac{1}{x}$, podemos esboçar primeiramente o gráfico de y = x e representar, para cada valor de x, a ordenada y, que é o inverso de x

É importante notar que:

- quando x = 0, não existe o inverso de x, ou seja, a função f(x) não está definida;
- quanto mais próximo de 0 é o valor de x, maior é o valor absoluto do inverso de x, sendo que os valores de x positivos têm inversos positivos e os valores de x negativos têm inversos negativos;
- quanto maior é o valor absoluto de x, tanto positivo quanto negativo, mais próximo de 0 é o inverso de x, sendo o sinal de x sempre igual ao sinal de seu inverso.

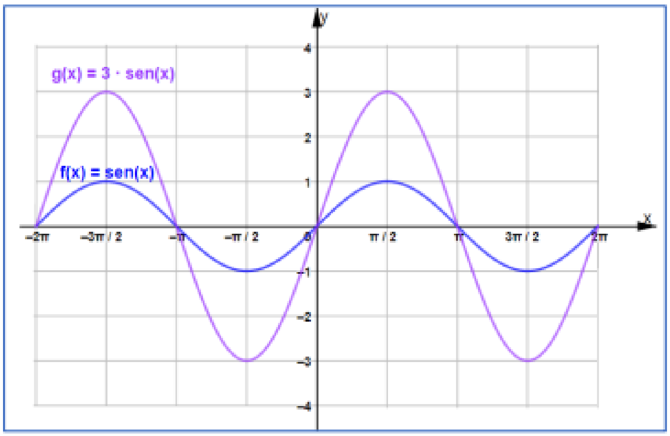
Faça o esboço da situação descrita para traçar o gráfico de f(x) = $\frac{1}{x}$. Utilize uma folha de papel quadriculado ou milimetrado para resolver este exercício.



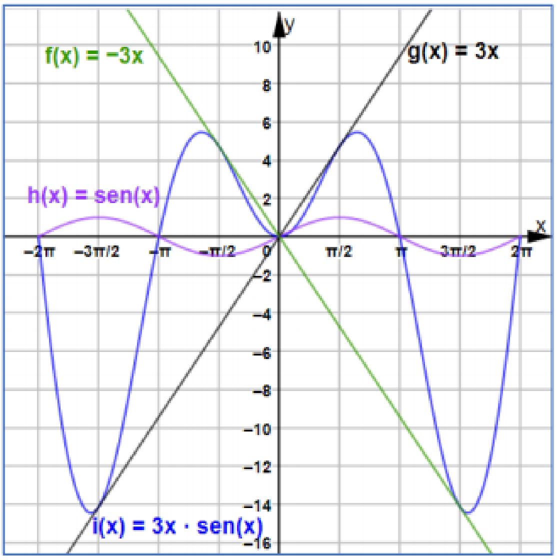
x	y = x	$y = \frac{1}{x}$
–2	–2	$-\frac{1}{2}$
–0,5	–0,5	–2
–1	–1	–1
0,5	0,5	2
1	1	1
2	2	$\frac{1}{2}$

ATIVIDADE 9 - O gráfico de f(x) = 3 . sen x é análogo ao de y = sen x , com a amplitude aumentando de 1 para 3 unidades, ou seja, os valores de f(x) oscilarão entre +3 e –3. Faça o esboço desse gráfico no plano a seguir

x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
f(x) = sen (x)	0	1	0	–1	0	1	0	–1	0
g(x) =3 · sen (x)	0	3	0	–3	0	3	0	–3	0



ATIVIDADE 10 – Para construir o gráfico de f(x) = 3x . sen x, basta imaginar o gráfico de y = A . sen x , sendo que o valor de A varia de acordo com x segundo a reta y = 3x. Assim o gráfico oscilará entre as retas y = 3x e y = –3x. Faça o esboço desse gráfico no plano a seguir.



ATIVIDADE 11

Esboce, no mesmo sistema de coordenadas, os gráficos das funções indicadas a seguir:

a) $f(x) = 3^x$ b) $g(x) = 3^{x-1}$ c) $h(x) = 3^{x+1}$ d) $m(x) = 3^{-x}$ e) $n(x) = 3^{-x+1}$

a)

x	3^x	y
-2	$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$	$\frac{1}{9}$
-1	$3^{-1} = \frac{1}{3^1}$	$\frac{1}{3}$
0	3^0	1
1	3^1	3
2	3^2	9

b)

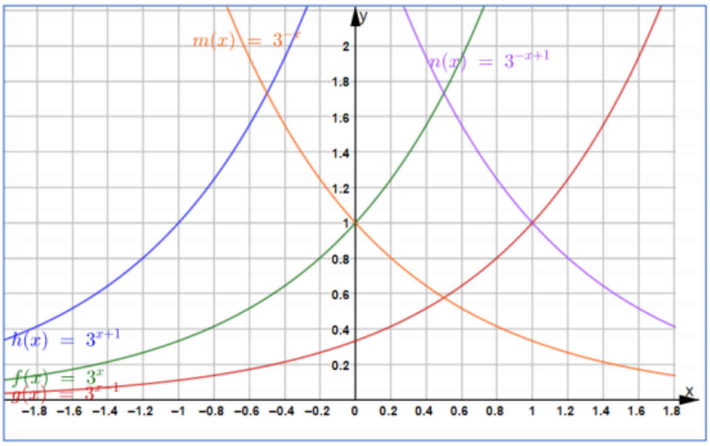
x	3^{x-1}	y
-1	$3^{(-1)-1} = \frac{1}{3^2}$	$\frac{1}{9}$
0	$3^{0-1} = \frac{1}{3^1}$	$\frac{1}{3}$
1	$3^{1-1} = 3^0$	1
2	$3^{2-1} = 3^1$	3
3	$3^{3-1} = 3^2$	9

c)

x	3^{x+1}	y
-3	$3^{(-3)+1} = \frac{1}{3^2}$	$\frac{1}{9}$
-2	$3^{(-2)+1} = \frac{1}{3^1}$	$\frac{1}{3}$
-1	$3^{-1+1} = 3^0$	1
0	$3^{0+1} = 3^1$	3
1	$3^{1+1} = 3^2$	9

d)

x	3^x	y
-2	$3^{-(-2)} = \frac{1}{3^2}$	9
-1	$3^{-(-1)} = \frac{1}{3^1}$	3
0	$3^{-(0)}$	1
1	$3^{-(1)}$	$\frac{1}{3}$
2	$3^{-(2)}$	$\frac{1}{9}$



e)

x	3^{-x+1}	y
-1	$3^{-(-1)+1} = 3^2$	9
0	$3^{-(0)+1} = 3^1$	3
1	$3^{-1+1} = 3^0$	1
2	$3^{-2+1} = 3^{-1}$	$\frac{1}{3}$
3	$3^{-3+1} = 3^{-2}$	$\frac{1}{9}$