ATIVIDADES DO 3º SERIE A – 3º BIMESTRE

TEMA 1: ESTUDO DAS FUNÇÕES

ATIVIDADE 1 - Determine a lei da função que relaciona o lado x de um quadrado ao seu perímetro.
R: $P = x + x + x + x = 4x$

ATIVIDADE 2 - Determine a lei da função que relaciona o lado x de um quadrado com a sua área.
R: $A = x \cdot x = x^2$

ATIVIDADE 3 - Complete a tabela com algumas relações entre os valores dos exercícios anteriores.

Lado (x)	1	2	3	4	5	6
Perímetro (P)	4 . 1 = 4	4 . 2 = 8	4 . 3 = 12	4 . 4 = 16	4 . 5 = 20	4 . 6 = 24
Área (A)	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$

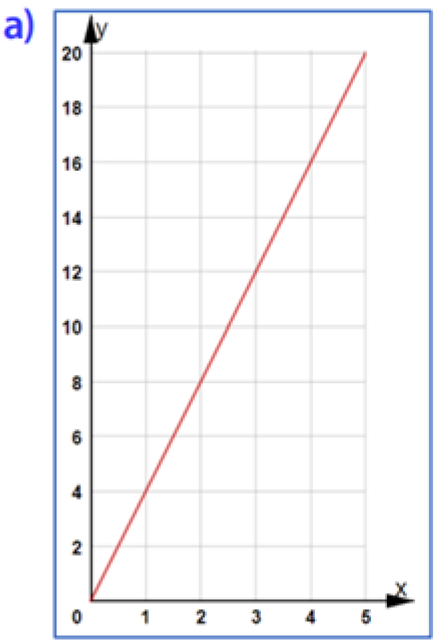
ATIVIDADE 4 - Utilize uma folha de papel quadriculado para resolver os próximos exercícios:
a) Esboce o gráfico que representa a função relacionada do lado x de um quadrado ao perímetro.
b) Esboce o gráfico que representa a função relacionada do lado x de um quadrado à sua área.

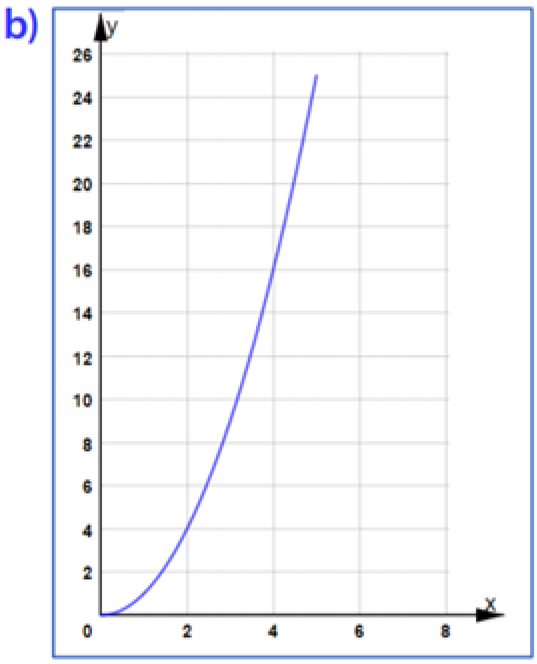
a)

x	P = 4x	y
0	4 . 0	0
1	4 . 1	4
2	4 . 2	8
3	4 . 3	12
4	4 . 4	16
5	4 . 5	20

b)

x	$A = x^2$	y
0	0^2	0
1	1^2	1
2	2^2	4
3	3^2	9
4	4^2	16
5	5^2	25





FUNÇÃO CRESCENTE E DECRESCENTE

Para todo x>0 quando damos valores para x o y aumenta, dizemos que a função é crescente, e para todo x<0 quando damos valores para x e o y diminui, dizemos que a função é decrescente.

ATIVIDADE 5 - Classifique as funções a seguir em (C) crescente ou (D) decrescente:
(C) $f(x) = 5x + 2$　　(D) $g(x) = -3x + 4$　　(D) $h(x) = 5 - x$

x	5x + 2	–3x + 4	5 – x	y
-1	5 . (-1) + 2 = -5 + 2 = - 3	-3 . (-1) + 4 = 3 + 4 = 7	5 – (-1) = 6	(-3); 7; 6
0	5 . 0 + 2 = 0 + 2 = 2	-3 . 0 + 4 = 0 + 4 = 4	5 – 0 = 5	2; 4; 5
1	5 . 1 + 2 = 5 + 2 = 7	-3 . 1 + 4 = -3 + 4 = 1	5 – 1 = 4	7; 1; 4
2	5 . 2 + 2 = 10 + 2 = 12	-3 . 2 + 4 = -6 + 4 = -2	5 – 2 = 3	12; -2; -3

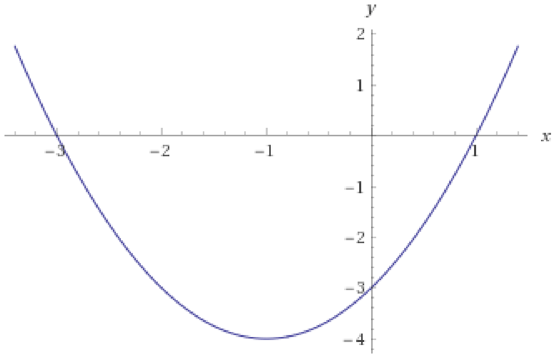
FUNÇÃO QUADRÁTICA

São todas as funções do tipo: $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$

Gráfico da função

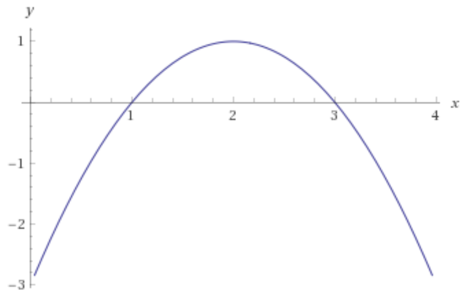
a) $f(x) = x^2 + 2x – 3$

x	$y = x^2 + 2x – 3$	y
-3	$(-3)^2 + 2 . (-3) – 3 = 9 – 6 – 3$	0
-2	$(-2)^2 + 2 . (-2) – 3 = 4 – 4 – 3$	-3
-1	(-1)2 + 2 . (-1) – 3 = 1 – 1 – 3	-4
0	$0^2 + 2 . 0 – 3 = 0 + 0 – 3$	-3
1	$1^2 + 2 . 1 – 3 = 1 + 2 – 3$	0
2	$2^2 + 2 . 2 – 3 = 4 + 4 – 3$	5



b) $f(x) -x^2 + 4x – 3$

x	$y = -x^2 + 4x – 3$	y
-1	$-(-1)^2 + 4. (-1) – 3 = –1 – 4 – 3$	-8
0	$-(0)^2 + 4 . 0 – 3 = 0 + 0 – 3$	-3
1	$-(1)^2 + 4 . 1 – 3 = –1 + 4 – 3$	0
2	$-(2)^2 + 4 . 2 – 3 = –4 + 8 –3$	1
3	$-(3)^2 + 4 . 3 – 3 = –9 + 12 – 3$	0
4	$-(4)^2 + 4 . 4 – 3 = –16 + 16 – 3$	-3

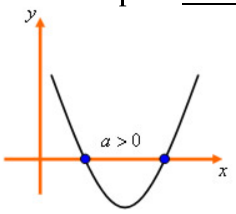


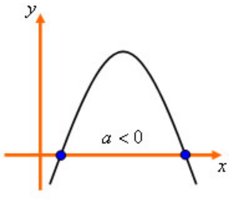
CONCAVIDADE DA PARÁBOLA

Na representação gráfica da função quadrática observamos que:

a > 0 → concavidade da parábola voltada para <u>cima</u>.

a < 0 → concavidade da parábola voltada para <u>baixo</u>.





ATIVIDADE: Verifique a concavidade das funções quadrática:

a) $y = x^2 – 2x – 7$	a = 1	a > 0	cima
b) $y = 2x^2 – 3x + 2$	a = 2	a > 0	cima
c) $y = – x^2 + 3x$	a = –1	a < 0	baixo
d) $y = x – 3x^2 + 9$	a = –3	a < 0	baixo

RAÍZES OU ZEROS

$ax^2 + bx + c = 0$

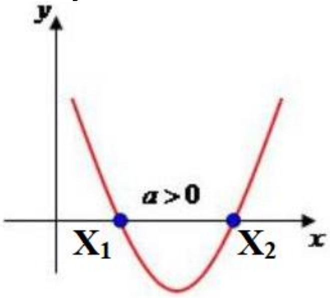
Fórmula

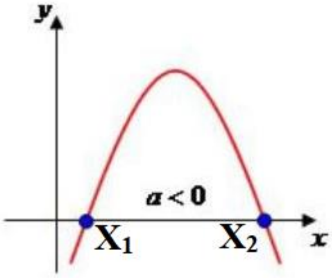
$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\ onde: \Delta = b^2 - 4ac$$

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DAS RAÍZES

1º CASO $\Delta > 0$

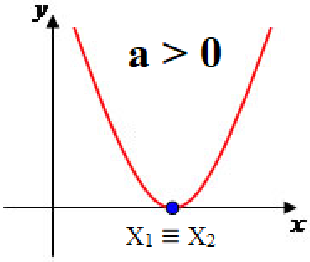
A função admite duas raízes reais e diferentes, corta o eixo x em dois pontos distintos.

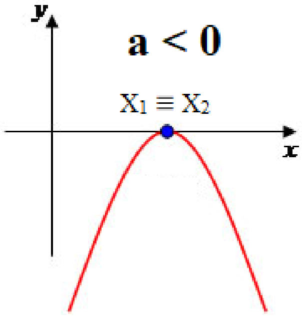




2º CASO $\Delta = 0$

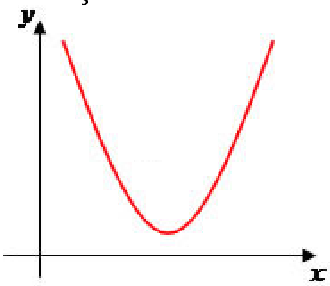
A função admite duas raízes reais e iguais, a parábola tangencia o eixo x.

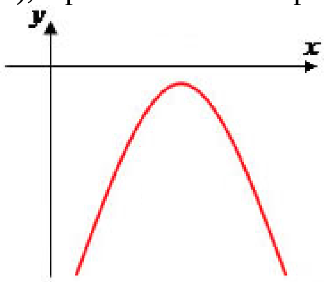




3º CASO $\Delta < 0$

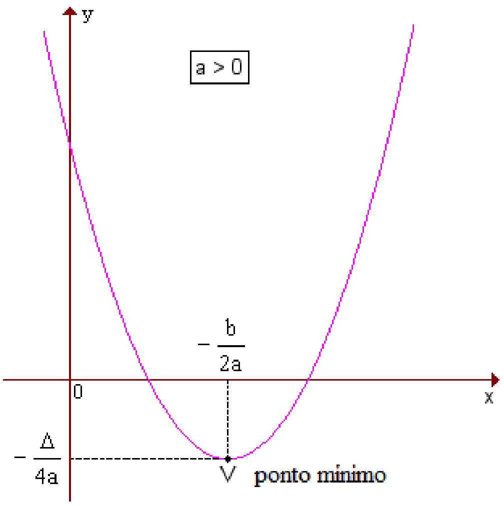
A função não admite raízes (REAIS), a parábola não tem ponto em comum.

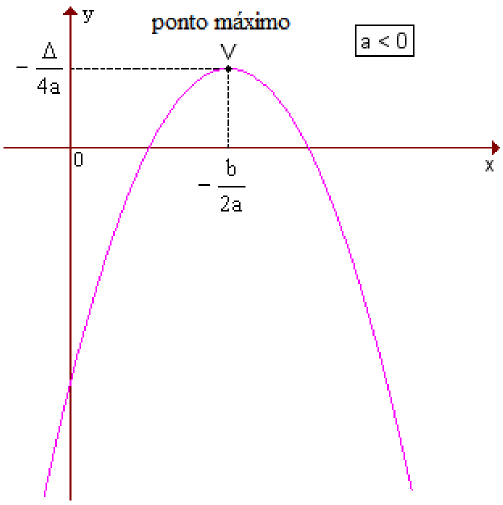




VÉRTICE DA PARÁBOLA

- Função: $ax^2 + bx + c = 0$





As coordenadas são: $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ $\qquad$ $v = \left(-\frac{b}{2a}\ ;\ -\frac{\Delta}{4a}\right)$

ATIVIDADE 6 - Defina a propriedade observada na atividade anterior, para determinar se a função é crescente ou decrescente.

R = São decrescentes as funções em que se pode verificar a diminuição do valor de y ao aumentar o valor de x.

São crescentes as funções em que se pode verificar o aumento do valor de y ao aumentar o valor de x.

ATIVIDADE 7 - Identifique se a representação gráfica das funções a seguir é uma parábola, com a concavidade direcionada para cima (⋃) ou com a concavidade direcionada para baixo (⋂).

(⋃) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ (⋃) $g(x) = -x^2 + 2x^2$ (⋂) $h(x) = -4x^2 + 5x + 2$

ATIVIDADE 8 - Defina a propriedade observada, na atividade anterior, para determinar se a concavidade da parábola é direcionada para cima ou para baixo.

R = As funções quadráticas cujo coeficiente de x^2 é positivo têm concavidade voltada para cima. Quando o coeficiente de x^2 é negativo a concavidade é voltada para baixo.

ATIVIDADE 9

No gráfico de uma função do 1º grau podemos notar as seguintes propriedades:

- A reta que representa a função intercepta em um único ponto o eixo x;
- A reta que representa a função intercepta em um único ponto o eixo y.

Dadas as equações de reta a seguir, encontre os pontos de intersecção nos eixos x e y:

a) $y = x + 3$

Corta o eixo x quando y = 0

$0 = x + 3$

$x = -3$

Corta o eixo y quando x = 0

$y = 0 + 3$

$y = 3$

b) $y = 2x - 8$

Corta o eixo x quando y=0

$0 = 2x - 8$

$x = \frac{8}{2}$

$x = 4$

Corta o eixo y quando x = 0

$y = 2 . (0) - 8$

$y = -8$

c) $y = -3x - 3$

Corta o eixo x quando y = 0

$0 = -3x - 3$

$x = -\frac{3}{3}$

$x = -1$

Corta o eixo y quando x = 0

$y = -3 . (0) - 3$

$y = -3$

d) $y = 6 - x$

Corta o eixo x quando y = 0

$0 = 6 - x$

$x = 6$

Corta o eixo y quando x = 0

$y = 6 - 0$

$y = 6$

ATIVIDADE 10 - Podemos observar como característica das funções polinomiais de 2º grau, a quantidade de raízes reais (ou zeros da função) dependendo do valor obtido no radicando $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.

- quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando Δ é zero, há só uma raiz real (mas precisamente, há duas raízes iguais);
- quando Δ é negativo, não há raiz real.

Sabendo-se disso, encontre o valor do Δ e identifique a quantidade de raízes reais nas seguintes funções:

a) $y = x^2 + 3$

$\Delta = b^2 - 4. a . c$

$\Delta = 0^2 - 4. 1 . 3$

$\Delta = -13 \rightarrow$ não possui raízes reais

b) $y = 3x^2 - 8x$

$\Delta = (-8)^2 - 4 . 3 . 0$

$\Delta = 64 - 0$

$\Delta = 64 \rightarrow \Delta > 0 \rightarrow$ 2 raízes reais diferentes

c) $y = -4x^2 - x - 3$

$\Delta = (-1)^2 - 4 . (-4) . (-3)$

$\Delta = 1 - 48$

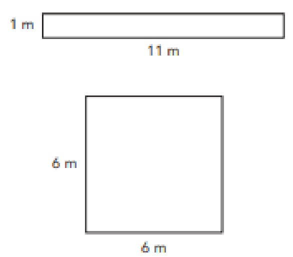
$\Delta = -47 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ não possui raízes reais

d) $y = 5 + 6x - x^2$

$\Delta = 6^2 - 4 . (-1) . 5$

$\Delta = 36 + 20$

$\Delta = 56 \rightarrow \Delta > 0 \rightarrow$ 2



raízes reais diferentes

ATIVIDADE 11 - Entre todos os retângulos com perímetro de 24 m, como os exemplificados a seguir, qual tem a maior área?

$P_{retângulo} = 1 + 11 + 1 + 11$ ou $2.1 + 2.11 = 24m$

$A_{retângulo} = 1 . 11 = 11m^2$

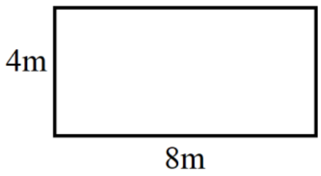
$P_{quadrado} = 6 + 6 + 6 + 6$ ou $4 . 6 = 24m$

$A_{quadrado} = 6 . 6$ ou $6^2 = 36m^2$

O quadrado de lado 6m tem maior área

OBS: QUANTO MAIS PRÓXIMO DE UM QUADRADO A FIGURA VAI ESTAR TENDO A ÁREA MAIOR.

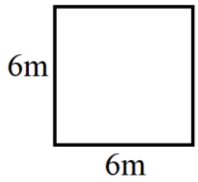
$P_{retângulo} = 4 + 8 + 4 + 8$ ou $2 . 4 + 2 . 8 = 24m$



$A_{retângulo} = 4 . 8 = 32m^2$

$P_{quadrado} = 6 + 6 + 6 + 6$ ou $4 . 6 = 24m$

$A_{quadrado} = 6 . 6$ ou $6^2 = 36m^2$



FUNÇÕES – CONCEITOS

- FUNÇÃO DO 1º GRAU: $y = ax + b$, com a e b constantes e $a \neq 0$.

Essa função expressa a proporcionalidade direta entre $(y – b)$ e x. O coeficiente a representa a variação de y por unidade a mais de x, a partir de qualquer ponto.

- FUNÇÃO DO 2º GRAU: $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c constantes, $a \neq 0$.

O sinal do coeficiente a indica a concavidade da curva, que é o gráfico (parábola): quando $a > 0$ a concavidade é voltada para cima e a função tem um valor mínimo no ponto (u; v), sendo $u = -\frac{b}{2a}$ e $v = f(u)$; quando $a < 0$, a concavidade é voltada para baixo e a função tem um valor máximo no ponto (u; v), sendo $u = -\frac{b}{2a}$ e $v = f(u)$

- FUNÇÃO $y = \frac{k}{x}$, com k constante, $k \neq 0$

Essa função representa a proporcionalidade inversa entre as grandezas y e x; pode-se dizer que y é inversamente proporcional a x ou que x é inversamente proporcional a y. A curva que representa o gráfico é uma hipérbole.

- FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA: $y = a^x$ e $y = \log_a x$, $a > 0$ e $a \neq 1$.

As funções exponencial e logarítmica podem ser entendidas com base na mesma relação $y = a^x$, a partir da qual se pode escrever $x = \log_a y$. De modo geral, representam situações em que uma variável encontra-se no expoente, caracterizando um crescimento ou decrescimento exponencial. Quando a variável independente está no expoente, temos a função exponencial; quando a variável dependente está no expoente, temos a função logarítmica.

- FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: y = sem x, y = cos x, y = tg x, y = sec x, entre outras

Vale a pena destacar que o cosseno de um arco x é o seno do arco complementar de x, ou seja, o seno de $(\frac{\pi}{2} – x)$, de modo que todas as propriedades da função cosseno podem ser deduzidas a partir da função seno.

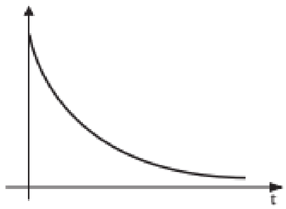
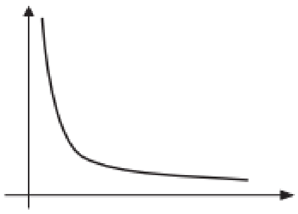
IDEIA DE FUNÇÃO COMO UMA ESPECIAL SITUAÇÃO DE INTERDEPENDÊNCIA

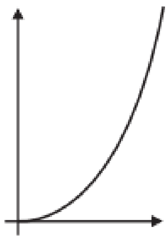
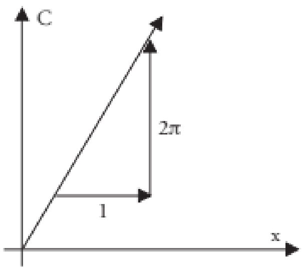
Uma grandeza é algo que pode ser medido; seu valor é o resultado dessa medida e pode ser constante ou variável em cada situação concreta. Chamaremos uma grandeza variável (ou constante) apenas de variável (ou constante). Quando essa variável y depende de outra variável x, de tal forma que cada valor que atribuímos livremente a x corresponde um único valor para y, dizemos que y é uma função de x e escrevemos y = f(x). Dizemos que x é uma variável independente e que y é uma variável dependente. Naturalmente qualquer letra pode representar as variáveis dependentes e independentes. Quando escrevemos w = f(z), por exemplo, queremos dizer que a variável dependente w é uma função da variável independente z.

Uma grandeza pode depender dos valores atribuídos a duas outras; a área A de um retângulo, por exemplo, depende dos comprimentos de seus dois lados, x e y. Dizemos nesse caso, que A é uma função das duas variáveis independentes x e y.

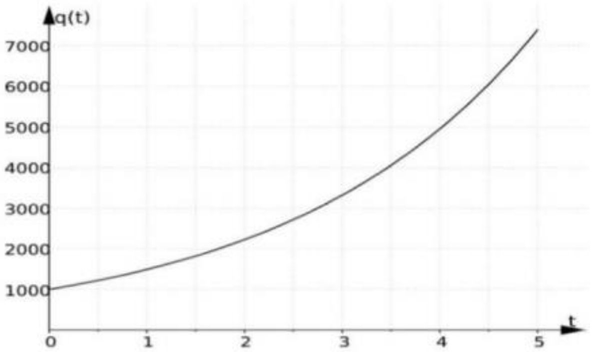
ATIVIDADE (FAZER PARA AVALIAÇÃO)

1) Com base nos dados apresentados anteriormente, relacionar determinado tipo de função com seu respectivo gráfico. Relacione cada função a sua respectiva imagem gráfica.

I. O comprimento **C** de uma circunferência é uma função de seu raio **x**: $C = 2\pi x$.	( ) 
II. A área **A** de um quadrado é uma função de seu lado **x**: $A = x^2$.	( ) 

III. A massa **m** de uma substância radioativa diminui com o tempo, ou seja, é uma função do tempo de decomposição **t**: $m = f(t)$. Para certa substância, tem-se $m = m_o \cdot 2^{-0,1t}$, onde $\mathbf{m_o}$ é a massa inicial e **t**, o tempo de decomposição em horas.	( ) 
IV. Uma pequena bola é presa a uma mola perfeitamente elástica. Afastada da posição **O** de equilíbrio, a uma distância **a**, a bola oscila em torno da mola, deslocando-se em uma superfície horizontal e lisa. A distância **x** da bola até o ponto **O** depende do instante **t** considerado, ou seja, é uma função de **t**: $x = f(t)$. No caso, temos $x = a \cdot \cos(kt)$, onde **k** é uma constante que depende da elasticidade da mola e da massa da bola.	( ) 

ATIVIDADE 12 - O gráfico a seguir exibe a curva de potencial biótico h(t) para uma população de microrganismos, ao longo do tempo t.



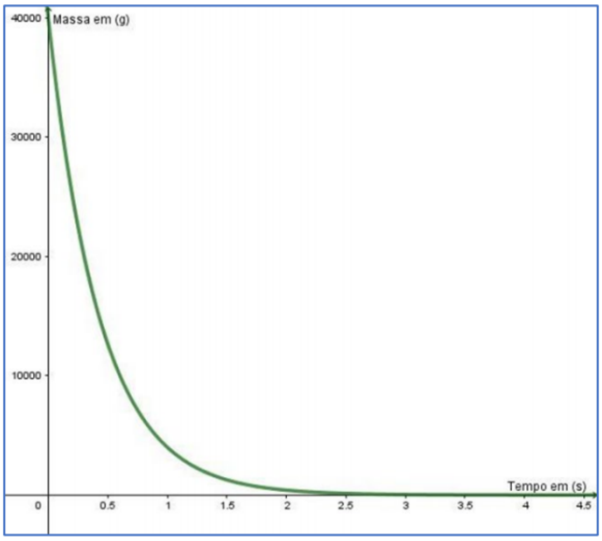
Considerando a representação gráfica acima e as constantes reais **a** e **b**, a função que pode descrever esse potencial é:

(A) $h(t) = at + b$
(B) $h(t) = at^2 + bt$
(C) $h(t) = ab^t$
(D) $h(t) = a + \log_b t$
R = O gráfico fornecido pelo enunciado é uma função crescente, não linear, cujo domínio é o conjunto dos números reais não negativos e f(0) = 100. Assim, a alternativa que melhor representa esse potencial é $q(t) = ab^t$.

ATIVIDADE 13 - A massa m de uma substância radioativa diminui com o tempo, ou seja, é uma função do tempo de decomposição t: m = f(t). Para certa substância, tem-se $m = m_0 . 10^{-t}$, onde m_0 é a massa inicial igual a 4000g e t, o tempo de decomposição em horas. Determine quantos gramas estarão presentes após 5 horas.

$m_0 = 4000g$
$t = 5$
$m = m_0 . 10^{-t}$
$m = 4000 . 10^{-5}$
$m = 4000 . \frac{1}{10}^{5}$
$m = 4000 . \frac{1}{100000}$
$m = \frac{4000}{100000} = 0{,}04g$

ATIVIDADE 14 - Esboce o gráfico da função anterior. (Sugestão: atribua para t valores múltiplos de 10.) (Utilize uma folha de papel quadriculado para esboçar o gráfico).

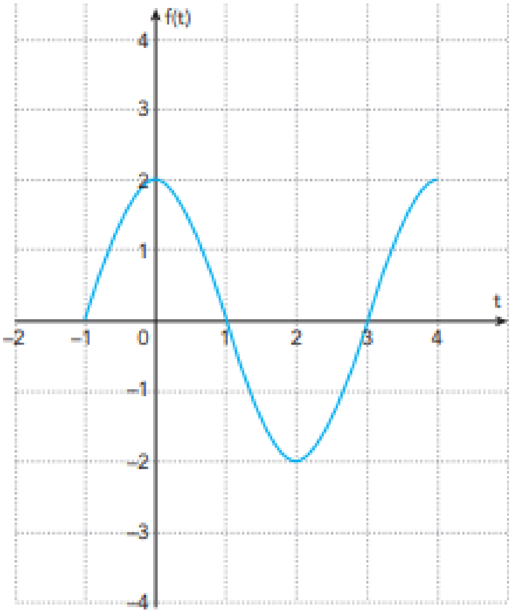


ATIVIDADE 15 - Com base na resolução das atividades 13 e 14, determine o instante em que a massa restante será igual a 20g.

$20 = 4000 . 10^{-t}$
$\frac{20}{4000} = 10^{-t}$
$0{,}005 = 10^{-t}$
$0{,}005 = \frac{1}{10}^{t}$
$10^t . 0{,}005 = 1$
$10^t = \frac{1}{0{,}005}$
$10^t = 200$

$\log_{200} = t$
1º passo fatore o 200 = $2^3.5^2$
$\log_{200} = \log 2^3 . 5^2$
$\log_{200} = \log 2^3 + \log 5$
$\log_{200} = 3\log 2 + 2\log 5$
$\log_{200} = 3(0{,}301)+2(0{,}699)$
$\log_{200} = 2{,}301$
$t = 2{,}3$

ATIVIDADE 16 – No gráfico a seguir, está descrita a função periódica f(t) = 2 . cos $\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$, em que o valor de **t** refere-se ao tempo em segundos.



Calcule os valores de f(t) para:

- t = 1

$f(t) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1\right)$

$f(t) = 2 \cdot \cos\frac{\pi}{2}$

$f(t) = 0$

- t = 2

$f(t) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right)$

$f(t) = 2 \cdot \cos \pi$

$f(t) = -2$

- t = $\frac{7}{2}$

$f(t) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{7}{2}\right)$

$f(t) = 2 \cdot \cos\frac{7\pi}{4}$

$f(t) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$f(t) = \sqrt{2}$

	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos	1	0	-1	0	1

	0	30°	45°	60°
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

LEITURA E ANÁLISE DE TEXTOS

Para esboçar o gráfico de funções polinomiais como f(x) = (x – 1) . (x – 2) . (x – 5) é importante considerar os seguintes passos:

Calcular as raízes da função, isto é, pontos que cruzam o eixo **x**.

Podemos perceber que o gráfico corta o eixo x nos pontos (1; 0), (2: 0) e (5; 0), ou seja, **x = 1, x = 2 e x = 5** são raízes da equação polinomial de grau 3, correspondente à igualdade f(x) = o. Isso é suficiente para um esboço do gráfico f(x), pelas seguintes razões:

- A curva que representa o gráfico de uma função polinomial é contínua e suave, assumindo todos os valores intermediários entre dois valores dados.

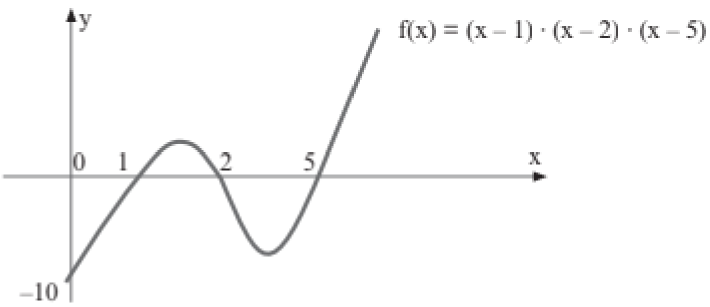
- O número de raízes reais de uma equação polinomial (algébrica) de grau 3 é, no máximo 3, de grau 4, no máximo 4 assim sucessivamente.

- Em consequência, o gráfico não cortará o eixo x em outro ponto, além dos 3 já identificados.

- O ponto do gráfico que cruza o eixo y é o valor de f(0), isto é:

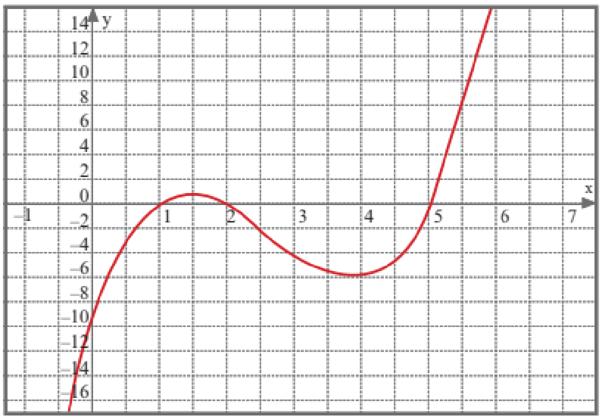
F(0) = (-1) . (-2) . (-5) = -10, ou seja, é o ponto (0; -10)

Construindo o gráfico temos:



x – 1 = 0
x = 1
x – 2 = 0
x = 2
x – 5 = 0
x = 5

Construindo o gráfico por meio de um software, obtemos:



ATIVIDADE 17 – Defina as raízes das seguintes funções polinomiais.

a) f(x) = (x – 2) . (x – 1) . (x + 2)
Um dos fatores precisa ser igual a zero, portanto:
(x – 2) = 0 ⇒ x = 2 ou
(x – 1) = 0 ⇒ x = 1 ou
(x + 2)= 0 ⇒ x = –2
OBS.: Para x = 2, temos: f(x) = (2 – 2) . (2 – 1) . (2 + 2) = 0 . 1 . 4 = 0.
Para x = 1, temos: f(x) = (1 – 2) . (1 – 1) . (1 + 2) = -1 . 0 . 3 = 0

b) f(x)= x . (x – 3) . (x + 4)
Um dos fatores deve ser igual a zero, portanto:
x = 0 ou
(x – 3) = 0 ⇒ x = 3 ou
(x + 4) = 0 ⇒ x = –4

c) f(x) = (x – 5) . x . (x + 2)
Um dos fatores deve ser igual a zero, portanto:
x = 0 ou
(x – 5) = 0 ⇒ x = 5
(–x + 2) = 0 ⇒ –x = –2 ⇒ x = 2

d) f(x) = (1 – x) . (x + 1) . (x – 4) . (3 + x) (TAREFA)

ATIVIDADE 18 - Esboce os gráficos das funções dos itens b e c da atividade 17 em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas. Utilize uma folha de papel quadriculado para resolver este exercício.