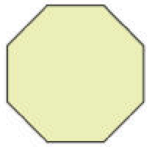
Quadriláteros e outros polígonos

Polígonos são figuras planas com contorno fechado, formado somente por segmentos de retas.

Nomeamos os polígonos de acordo com o número de lados que apresentam. Relembre alguns nomes:

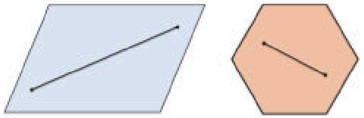
- 3 lados: triângulos
- 4 lados: quadriláteros
- 5 lados: pentágonos
- 6 lados: hexágonos
- 7 lados: heptágonos

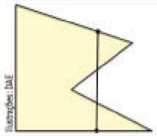


8 lados: octógonos

Dizemos que um polígono é convexo quando todo segmento de reta com extremidades em dois de seus pontos fica contido no polígono.

Estes são exemplos de polígonos convexos.





Já o polígono ao lado não é convexo. Há segmentos com extremidades em pontos do polígono que não ficam contidos nele.

Elementos dos Quadriláteros

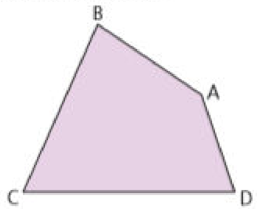
Como todo polígono, um quadrilátero apresenta vértices, lados e ângulos.

O segmento que une dois vértices não consecutivos de um polígono se chama **diagonal do polígono**. Os quadriláteros têm duas diagonais. Os elementos do quadrilátero abaixo são:

- Vértices: A, B, C, D (são pontos)
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ (são segmentos de reta)
- Ângulos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$

O perímetro de um quadrilátero é a soma das medidas de seus lados.

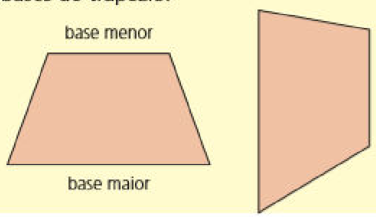
Perímetro = AB + BC + CD + DA



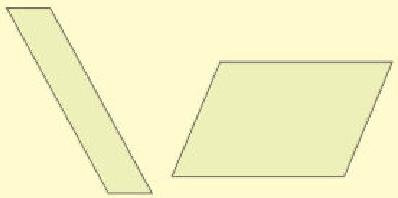
Classificação dos Quadriláteros

Há quadriláteros que, por terem características especiais, recebem nomes especiais. Relembre:

Trapézios: apresentam um par de lados paralelos. Esses lados são chamados de bases do trapézio.



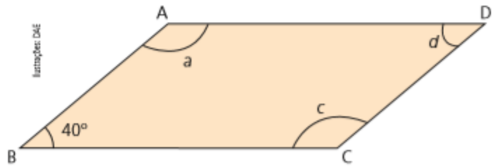
Paralelogramos: apresentam dois pares de lados opostos paralelos.



Duas propriedades dos paralelogramos você já conhece: os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes e os ângulos de um mesmo lado são suplementares.

Essas propriedades permitem descobrirmos as medidas dos 4 ângulos de um paralelogramo conhecendo somente um deles.

Dado o ângulo de 40°, temos que:

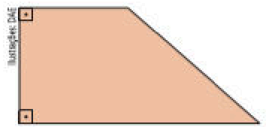


d = 40° (ângulo oposto ao de 40°)

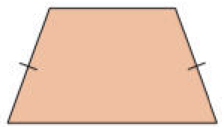
a = 140° (140° é o suplemento de 40°)

c = 140° (ângulo oposto a $\hat{A}$ ou suplemento de 40°)

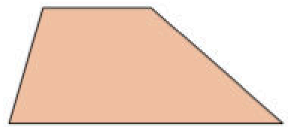
Classificamos os trapézios em:



- **Trapézios retângulos**: têm dois ângulos retos.



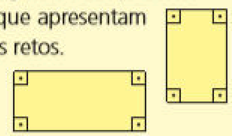
- **Trapézios isósceles**: têm um único par de lados opostos congruentes.



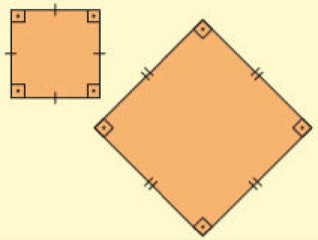
- Trapézios que não são isósceles e nem retângulos são chamados de **trapézios escalenos**.

Entre os paralelogramos, há alguns que recebem nomes específicos.

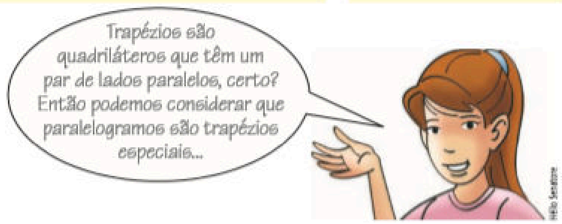
Retângulos: são paralelogramos que apresentam 4 ângulos retos.



Quadrados: são paralelogramos que apresentam 4 ângulos retos e 4 lados congruentes.



Losangos: são paralelogramos com 4 lados congruentes.



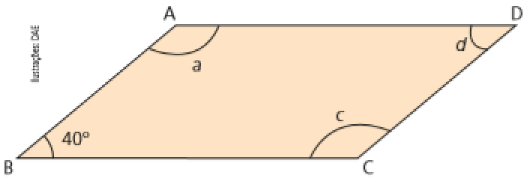
Você concorda com Vanessa? Troque ideias com seus colegas e o professor.

Propriedades dos Paralelogramos

Duas propriedades dos paralelogramos você já conhece: os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes e os ângulos de um mesmo lado são suplementares.

Essas propriedades permitem descobrirmos as medidas dos 4 ângulos de um paralelogramo conhecendo somente um deles.

Dado o ângulo de 40°, temos que:



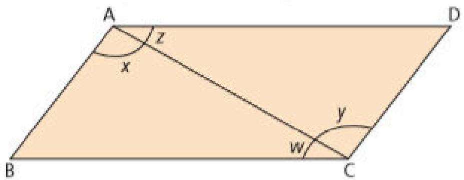
$d = 40°$ (ângulo oposto ao de 40°)

$a = 140°$ (140° é o suplemento de 40°)

$c = 140°$ (ângulo oposto a $\hat{A}$ ou suplemento de 40°)

Vamos descobrir outras propriedades?

Lados opostos congruentes



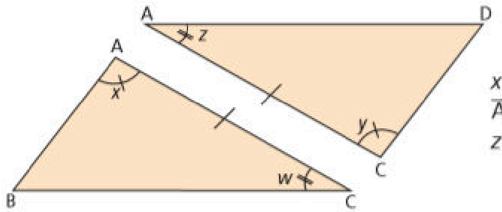
Traçamos a diagonal $\overline{AC}$ do paralelogramo ABCD.

Como $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ e $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, temos:

$x = y$ (ângulos alternos internos)

$z = w$ (ângulos alternos internos)

Observe o desenho dos triângulos ABC e CDA.



$$\left.\begin{array}{l} x = y \text{ (A)} \\ \overline{AC} \text{ é lado comum (L)} \\ z = w \text{ (A)} \end{array}\right\} \boxed{\begin{array}{c} \triangle ABC \equiv \triangle CDA \\ \text{pelo caso ALA} \end{array}}$$

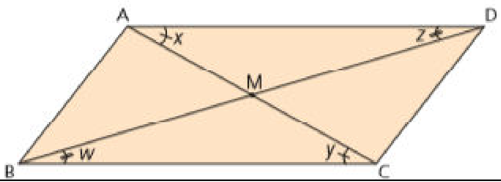
Os demais pares de elementos correspondentes são congruentes, ou seja:

AB = CD e BC = DA

Os lados opostos de um paralelogramo são congruentes.

Propriedade das diagonais

Traçamos as diagonais do paralelogramo ABCD, que se cortam em um ponto M.



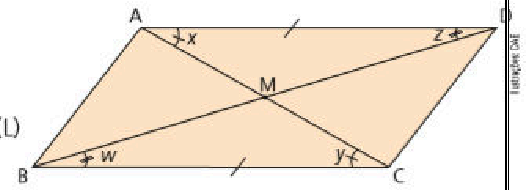
Como os lados opostos são paralelos, temos $x = y$ e $z = w$.

Os triângulos AMD e CMB são congruentes pelo caso ALA:

$x = y$ (A)

BC = DA (lados opostos do paralelogramo) (L)

$z = w$ (A)



Os demais pares de elementos correspondentes são congruentes:

AM = MC isso significa que M é ponto médio da diagonal AC;

BM = MD isso significa que M é ponto médio da diagonal BD.

As diagonais de um paralelogramo se cortam em seus pontos médios.

Valem as recíprocas das propriedades que vimos:

- Todo quadrilátero que tem ângulos opostos congruentes dois a dois é paralelogramo.
- Todo quadrilátero que tem lados opostos congruentes dois a dois é um paralelogramo.
- Todo quadrilátero cujas diagonais se cortam em seus pontos médios é um paralelogramo.