**COLEGIO LA CHUCUA IED**

| | | |
|---|---|---|
| **Área: MATEMÁTICAS** | GRADO 10 | GUIA DE TRABAJO 5 |
| TEMA **FUNCIONES TRIGONOMETRICAS** | SUBTEMA: GRAFICAS, CARACTERISTICAS Y TRANSFORMACIONES | |
| Docente: Augusto Antonio Arregocés Álvarez | JORNADA MAÑANA | |

## CAPITUPLO 2

En este capítulo, los estudiantes crearán modelos y calcularán soluciones de ecuaciones trigonométricas por medio de la transformación de funciones trigonométricas. Crearán, describirán y harán predicciones sobre fenómenos periódicos para resolver situaciones matemáticas y del mundo real.

**Al finalizar:** Los estudiantes tendrán la capacidad de usar su conocimiento sobre cómo trazar gráficas de las funciones trigonométricas para interpretar, predecir y resolver situaciones reales.

INDICADORES.

Traza la gráfica de funciones de la forma: $f(t) = \pm A\ sen\ (Bx + C) + D$, e interpreta A, B, C y D en términos de amplitud, frecuencia, periodo, deslizamiento vertical y cambio de fase.

Identifica las características de un fenómeno periódico usando la información provista por la gráfica.

Describe y hace predicciones sobre fenómenos periódicos de la vida real usando la información de la gráfica.

Traduce entre la representación gráfica y la algebraica para las funciones generalizadas seno y coseno.

Resuelve ecuaciones trigonométricas. Utiliza funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y del mundo real.

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS Y SUS TRANSFORMACIONES

Las funciones trigonométricas son funciones muy utilizadas en las ciencias naturales para analizar fenómenos periódicos tales como: movimiento ondulatorio, corriente eléctrica alterna, cuerdas vibrantes, oscilación de péndulos, ciclos comerciales, movimiento periódico de los planetas, ciclos biológicos, etc. En aplicaciones de las funciones trigonométricas relacionadas con fenómenos que se repiten periódicamente, se requiere que sus dominios sean conjuntos de números reales.

SESION 1

Para quienes tienen la posibilidad del internet se recomienda apoyarse el los videos de los enlaces que se indican

GRAFICAS DE SENO, COSENO Y TANGENTE

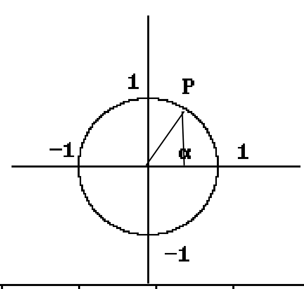
LA FUNCION SENO: La función ***seno*** es la función definida por: $f(x)$= sen $x$.

SENO DE UN ANGULO: El punto P, en la figura, se desplaza sobre la circunferencia centrada en el origen y cuyo radio vale R = 1. Al ángulo de giro lo llamamos $\propto$. A la ordenada del punto P la llamaremos **seno** $\alpha$

https://youtu.be/zaifr9Qqk3s

https://youtu.be/n6857q5hM5E

https://youtu.be/JwGW8YyNp4M




Actividad

Completa la siguiente tabla ayudándote de la calculadora:

| Ángulo | 0º | 30º | 45º | 60º | 90º | 120º | 135º | 150º | 180º | 225º | 270º | 315º | 360º |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **seno** | | | | | | | | | | | | | |

*REPRESENTACIÓN DE LA FUNCION SENO*

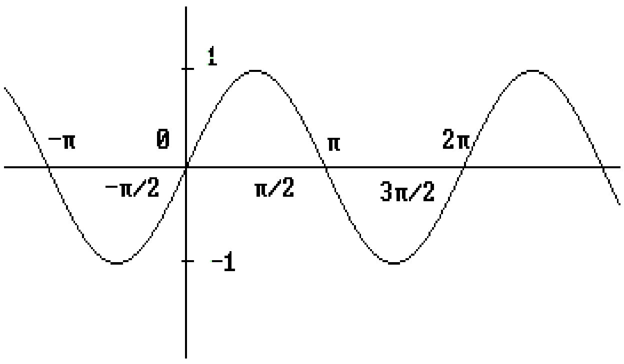
*Actividad*

En el eje de abscisas sitúa los valores del ángulo en grados, en intervalos de 30º desde 0º hasta 360º.

En el eje vertical sitúa los valores que encontraron con la calculadora

Une estos puntos con una curva

La gráfica que has representado debe de ser semejante a la que tienes a continuación. Ahora en el eje de abscisas aparece la medida del ángulo en radianes.




Es la gráfica de una función **continua** y definida en R.
Los valores del seno se repiten cada 2π radianes (cada 360º). Este valor se llama **periodo** de la función
Esta gráfica se llama **sinuidal**

*Características* de la función **seno**

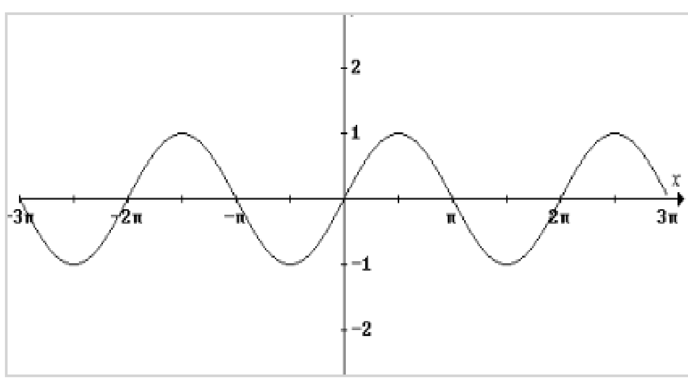
1. Dominio: *IR* Recorrido: [-1, 1]

2. El **período** de la función seno es 2 π.

3. La función *y* = sen *x* es **impar**, ya que sen (-*x*) = -sen *x*, para todo *x* en *IR*.

4. La gráfica de y = sen *x* intercepta al eje *X* en los puntos cuyas abscisas son: *x* = n π. Para todo número entero *n*.

5. El valor máximo de sen*x* es 1, y el mínimo valor es -1. La **amplitud** de la función y = sen x; es 1.



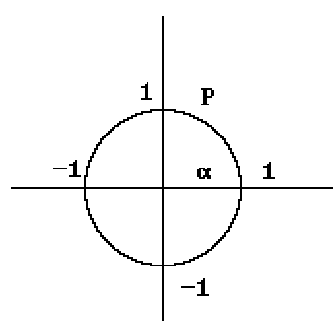

**y = sen *x***

LA FUNCION COSENO: La función ***coseno*** es la función definida por: F(*x*)= cos∝

COSENO DE UN ANGULO

Ahora en la figura 3 observaremos la abscisa del punto P. La llamaremos **coseno** del ánguloα y se representa por: cos α

https://youtu.be/Dgpsd_CwZfs




Activida

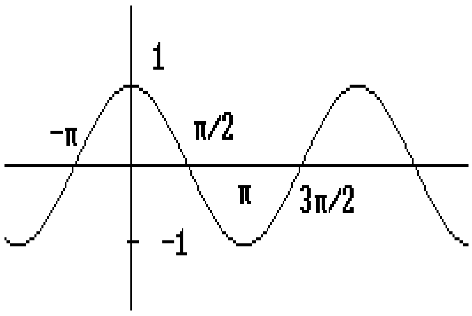
Completa la siguiente tabla ayudándote de la calculadora:

| **ángulo** | 0º | 30º | 45º | 60º | 90º | 120º | 135º | 150º | 180º | 225º | 270º | 315º | 360º |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **coseno** | | | | | | | | | | | | | |

*Actividad*

Ahora representa la función cosα, en el eje de abscisas sitúa los valores del ángulo en grados, en intervalos de 30º desde 0 hasta 360º.

La gráfica que has representado debe de ser semejante a la que tienes a continuación. Ahora en el eje de abscisas está la medida del ángulo en radianes.




También su domino es todo el conjunto R y se trata de una función **continua**.
Los valores del coseno también se repiten cada $2\pi$ radianes (cada 360º).

Esta gráfica se llama **sinusoide**.

*Características* de la función ***coseno**:*

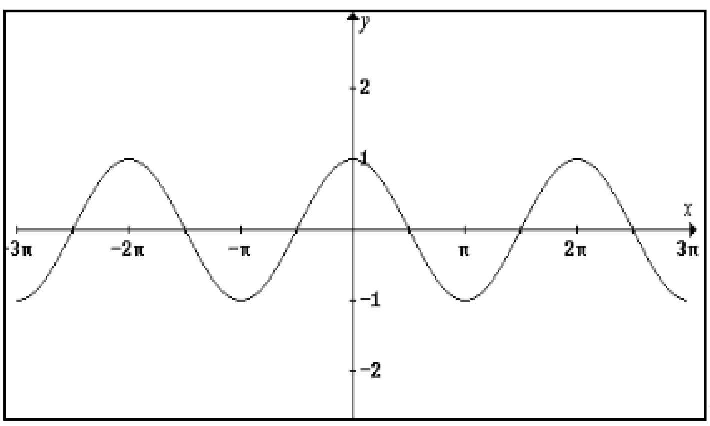
Dominio: *IR* Recorrido: [-1, 1]

Es una función periódica, y su **período** es 2 π.

La función y=cos *x* es **par**, ya que cos (-*x*)=cos *x*, para todo *x* en IR.

La gráfica de y=cos*x* intercepta al eje *X* en los puntos cuyas abscisas son: $x = 2.\pi + n\ \pi$, para todo número entero *n*.

El valor máximo de cos *x* es 1, y el valor mínimo valor es -1. La **amplitud** de la función *y*=cos *x* es 1.




**y= cos ∝**

RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES DE SENO Y COSENO

La relación fundamental de la trigonometría es $\boxed{sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$ Relación que es cierta para cualquier ángulo.

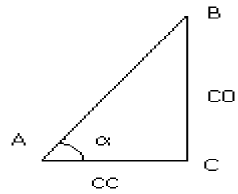
*Actividad*

Comprueba esta relación completando la siguiente tabla

| ***Ángulo*** | sen $\alpha$ | $sen^2\ \alpha$ | cos $\alpha$ | $\cos^2 (\alpha)$ | ***SUMA CUADRADOS*** |
|---|---|---|---|---|---|
| 30º | | | | | |
| 45º | | | | | |
| 60º | | | | | |
| 120º | | | | | |
| 180º | | | | | |
| 270º | | | | | |
| -30º | | | | | |

LA FUNCION TANGENTE

Ahora en la figura observaremos el triángulo rectángulo ABC. Al cociente CO/CC lo llamaremos **tangente** de $\alpha$ y se representa por: *tan*$\alpha$. Esta definición sólo es útil para ángulos agudos. En general la tangente de un ángulo cualquiera se define como:




$$\boxed{\tan\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}}$$

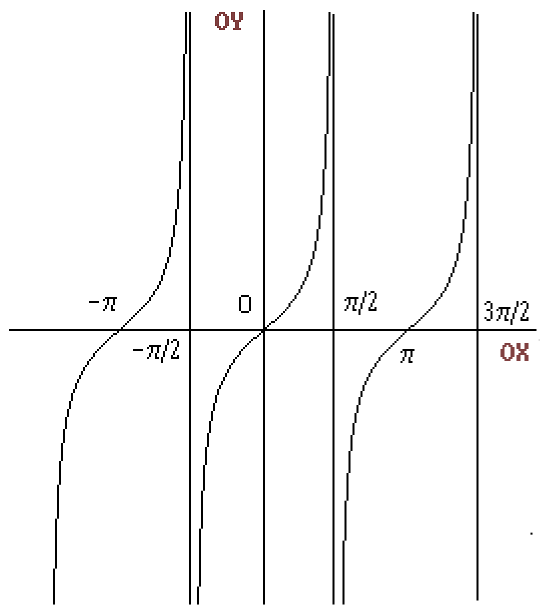
*https://youtu.be/-hISqPei4G4*

Actividad Completa la siguiente tabla ayudándote de la calculadora:

| **ángulo** | 0º | 30º | 45º | 60º | 90º | 120º | 135º | 150º | 180º | 225º | 270º | 315º | 360º |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **tangente** | | | | | | | | | | | | | |

¿Qué ocurre con la tangente de 90º y con la de 270º?

Ahora representa la función tan$\alpha$. Sólo para valores del intervalo] $-\pi/2$, $\pi/2$ [. (Este intervalo en grados sexagesimales se corresponde de –90º hasta 90º). En el eje de abscisas sitúa los valores del ángulo en radianes.




La gráfica de la función tangente que has obtenido será semejante a la que tienes a continuación: Esta función **no está definida para cualquier valor de x**. Como has podido ver los ángulos 90º ($\pi/2$ rad) y 270º ($3\pi/2$ rad) no tienen tangente. Tampoco existe la tangente para los ángulos que se obtiene a partir de los anteriores sumándoles 360º.

El **dominio** de la función tangente será: D (f) = R ~ {$\pi$ / 2 + k · $\pi$ siendo k$\in$ Z}

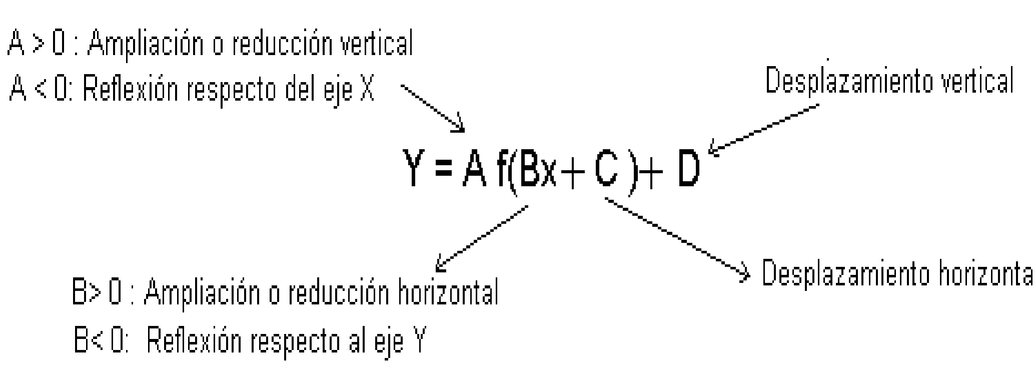
Las rectas y = $\pi$/2 + k ·$\pi$, son **asíntotas** verticales de la función.

Los valores de la tangente se repiten cada $\pi$ radiánes (180º).

SESION 2

**TRANSFORMACIONES DE LAS FUNCONES TRIGONOMETRICAS**

Las reglas para desplazar, dilatar, contraer, reflejar la gráfica de una función se pueden aplicar a las funciones trigonométricas, recordadas en el siguiente diagrama:



## FUNCIONES SINUSOIDALES

Son funciones relacionadas con las funciones seno y coseno:

*y* = *A*sen (*Bx* + *C*) + *D*,    *y* = *A*cos (*Bx* + *C*) + *D*    o una combinación de éstas.

La periodicidad de las funciones seno y coseno desempeña un papel importante en la obtención de las gráficas de estas funciones.

**Características de estas funciones**

Las gráficas de las funciones *y* = *A*sen (*Bx* + *C*) + *D* e *y* = *A*cos (*Bx* + *C*) + *D*, considerando B>0, se pueden obtener a partir de las gráficas de las funciones y=sen*x*, e y=cos*x*, cuyas características se señalan a continuación: https://youtu.be/o4FKWOFAOLU https://youtu.be/VJCHl0uWR-A https://youtu.be/my9fFnhsEkc

Algunos fenómenos físicos donde se aplican las funciones trigonométricas y sus transformaciones ver videos https://youtu.be/PDVXDoQkgcw https://youtu.be/NU9aeHLmD-Q

**Amplitud**: |A|, que es el valor absoluto del **promedio de la diferencia** entre los valores máximo y mínimo.

**Período**: P =$\frac{2\pi}{B}$

**Desfase:** $-\frac{C}{B}$ desplazamiento horizontal de $-\frac{C}{B}$ unidades a la derecha o a la izquierda, según si C es negativo o positivo, de la gráfica de *y* = *A f* (*Bx*).

**Desplazamiento vertical**: traslación vertical en D unidades de la gráfica de *y* = *A f* (*Bx* + *C*).

### EJERCICIOS

Grafique las siguientes funciones trigonométricas y halle en cada una la amplitud, periodo, fase o desfase, desplazamiento horizontal y vertical

1. F(x) = -2Sen (x)
2. F(x) = 2Sen (x)
3. F(x) = 4Sen (X - π)
4. $f(x) = -5sen\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
5. $f(x) = 3\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$
6. Hallar el período, fase, amplitud, desplazamiento vertical, y grafica de cada una de las funciones

   F(x) = cos x +2

   F(x) = - sen x - 1

   F(x) =-2cos(x - $\frac{\pi}{4}$)

   F(x) = cos (4x - $\frac{\pi}{5}$)