Matematyka

Zadanie 1.

Poprawna odpowiedź
AC

Zadanie sprawdza, czy potrafisz skorzystać ze skali mapy w celu obliczenia rzeczywistej odległości w terenie.

Pierwsze zdanie:

Sposób 1.

- Zauważ, że stosunek długości odcinka na mapie do długości odpowiadającego mu odcinka w rzeczywistości jest taki, jak skala, czyli w tym przypadku 1 : 45 000. Długość odcinka na mapie wynosi 24 cm, a długość odpowiadającego mu odcinka w rzeczywistości oznaczymy x. Wtedy:

$$\frac{24\text{ cm}}{x} = \frac{1}{45\,000}$$

$$x = 24\text{ cm} \cdot 45\,000 = 1\,080\,000\text{ cm}$$

- Otrzymany wynik wyraź w km. Ponieważ

$$1\text{ km} = 100\,000\text{ cm}$$

to

$$x = 1\,080\,000\text{ cm} = 10{,}8\text{ km}.$$

Sposób 2.

- Zauważ, że gdy skala mapy wynosi 1 : 45 000, to znaczy, że odcinkowi o długości 1 cm na mapie odpowiada odcinek o długości 45 000 cm w terenie.

- Wyraź 45 000 cm w km. Ponieważ

$$1\text{ km} = 100\,000\text{ cm}$$

więc

$$45\,000\text{ cm} = 0{,}45\text{ km}.$$

- Ułóż proporcję – wykorzystaj fakt, że stosunek dwóch odcinków na mapie jest równy stosunkowi odpowiadających im odcinków w rzeczywistości:

1 cm (na mapie) – 0,45 km (w rzeczywistości)

24 cm (na mapie) – x km (w rzeczywistości)

$$\frac{1\text{ cm}}{24\text{ cm}} = \frac{0{,}45\text{ km}}{x\text{ km}}$$

$$x = (24\text{ cm} \cdot 0{,}45\text{ km}) : 1\text{ cm} = 10{,}8\text{ km}$$

Sposób 3.

- Zauważ, że skala 1:45 000 oznacza, długość odcinka na mapie jest 45 000 razy mniejsza od długości odpowiadającego mu odcinka w rzeczywistości. Zatem, aby obliczyć rzeczywistą odległość między dwoma miastami, należy długość odcinka 24 cm pomnożyć przez 45 000:

  $24 \text{ cm} \cdot 45\,000 = 1\,080\,000 \text{ cm}.$

- Przelicz odległość wyrażoną w centymetrach na kilometry. Ponieważ

  $1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$

  to

  $$1\,080\,000 \text{ cm} = \frac{1\,080\,000}{100\,000} \text{ km} = 10{,}8 \text{ km}$$

Drugie zdanie

Sposób 1. (Bez obliczania rzeczywistej odległości)

- Zauważ, że stosunek długości a i b dwóch odcinków na mapach o skalach 1 : 45 000 i 1 : 60 000, które to odcinki odpowiadają pewnemu odcinkowi o długości x w rzeczywistości, jest następujący:

  $$\frac{a}{b} = \frac{\frac{x}{45\,000}}{\frac{x}{60\,000}} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$$

- Obliczymy b, gdy $a = 24$ cm

  $$\frac{24 \text{ cm}}{b} = \frac{4}{3}$$

  $b = 18$ cm

Sposób 2.

- Zauważ, że skala 1 : 60 000 oznacza, długość odcinka na mapie jest 60 000 razy mniejsza od długości odpowiadającego mu odcinka w rzeczywistości. Zatem, aby obliczyć długość odcinka na mapie w podanej skali 1 : 60 000, należy rzeczywistą odległość między miastami podzielić przez 60 000.

  Łatwiej wykonasz to dzielenie, gdy zastosujesz rzeczywistą odległość między dwoma miastami wyrażoną w cm:

  $1\,080\,000 \text{ cm} : 60\,000 = 18 \text{ cm}.$

Zadanie 2.

Poprawna odpowiedź
B

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zastosować proporcję do obliczenia wartości zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru.

Sposób 1.

- Zauważ, że cena sadzonki była zawsze taka sama, niezależnie od tego, ile sadzonek zakupił każdy z panów: Bartek i Michał.
- Zauważ, że pan Michał zakupił o 35 sadzonek więcej niż pan Bartek, a więc za zakupione sadzonki zapłaci więcej o kwotę równą kosztowi zakupu 35 sadzonek.
- W pierwszej kolejności oblicz cenę jednej sztuki sadzonki:
  67,50 zł : 15 = 4,50 zł
- Ustal koszt zakupu 35 sadzonek, a zatem pomnóż ich liczbę przez cenę za jedną sztukę:
  $35 \cdot 4{,}50$ zł = 157,50 zł

Sposób 2.

- Oblicz cenę jednej sztuki sadzonki: $67{,}50 : 15 = 4{,}50$ (zł)
- Następnie oblicz, jaką kwotę zapłacił pan Michał za 50 sadzonek: $4{,}50 \cdot 50 = 225$ (zł)
- Oblicz różnicę kwoty zapłaconej przez pana Michała i pana Bartka:

  $225 - 67{,}50 = 157{,}50$ (zł)

Sposób 3.

- Ułóż proporcję – wykorzystaj fakt, że stosunek cen za sadzonki, które zakupili Pan Bartek i Pan Michał jest równy stosunkowi liczby zakupionych sadzonek. Korzystając z proporcji, oblicz, ile złotych zapłacił Pan Michał za sadzonki.

  15 sadzonek (kupionych przez Pana Bartka) – 67,5 zł

  50 sadzonek (kupionych przez Pana Michała) – x zł

  $$\frac{15}{50} = \frac{67{,}5 \text{ zł}}{x}$$

  $x = 225$ zł

- Oblicz różnicę kwoty zapłaconej przez pana Michała i pana Bartka:

  $225 - 67{,}50 = 157{,}50$ zł.

Zadanie 3.

Poprawna odpowiedź
FP

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zastosować proporcję do obliczenia wartości zakupionego towaru w zależności od ilości kupionego towaru oraz ilości zużytego towaru w zależności od kosztu zakupu.

Pierwsze zdanie:

- W pierwszej kolejności ustal koszt zakupu farby satynowej.
  1. Oblicz, ile opakowań farby satynowej trzeba kupić, aby pokryć nią ścianę o powierzchni 105 m^2:

     $105\ m^2 : 21\ m^2 = 5$

  2. Oblicz koszt zakupu 5 opakowań farby satynowej:

     $5 \cdot 30 = 150$ (zł)

- Następnie oblicz koszt zakupu farby akrylowej.
  1. Oblicz, ile opakowań farby akrylowej trzeba kupić, aby pokryć nią ścianę o powierzchni 105 m^2:

     $105\ m^2 : 35\ m^2 = 3$

  2. Oblicz koszt zakupu farby akrylowej:

     $3 \cdot 42 = 126$ (zł)

- Porównaj koszt zakupu obu farb:

  150 zł $>$ 126 zł

Drugie zdanie:

- Oblicz, ile metrów kwadratowych powierzchni można pomalować <u>farbą akrylową</u> kupioną za 210 zł.

  1. Oblicz, ile można kupić opakowań farby akrylowej za 210 zł:

     210 zł : 42 zł = 5

  2. Oblicz powierzchnię, którą można pomalować farbą z 5 pojemników:

     $5 \cdot 35\ m^2 = 165\ m^2$

- Oblicz, ile metrów kwadratowych powierzchni można pomalować farbą satynową kupioną za 210 zł.

  1. Oblicz, ile można kupić opakowań farby satynowej za 210 zł:

     210 zł : 30 zł = 7

  2. Oblicz powierzchnię, którą można pomalować farbą z 7 pojemników:

     $7 \cdot 21 \text{ m}^2 = 147 \text{ m}^2$

- Porównaj powierzchnię ścian, którą można pomalować każdą z farb:

  $165 \text{ m}^2 > 147 \text{ m}^2$

Zadanie 4.

Poprawna odpowiedź
BD

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zastosować proporcję do obliczenia długości odcinka.

Pierwsze zdanie:

- Zauważ, że Paweł pokonał drugi etap z taką samą prędkością średnią co pierwszy etap, a więc:
  18 km – 36 minut
  6 km – 36 : 3 minut
  Paweł pokonał drugi etap wciągu 12 minut.

Drugie zdanie:

- Aby stwierdzić, czy to zdanie jest prawdziwe czy fałszywe, zauważ, że Paweł między pierwszym a drugim etapem odpoczywał kwadrans, czyli 15 minut.

- Następnie dodaj czasy pokonywania pierwszego i drugiego etapu oraz czas odpoczynku:

  36 minut + 12 minut + 15 minut = 63 minuty

Zadanie 5.

Rozwiązanie
D

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz wskazać liczby na osi liczbowej spełniające określony warunek.

- Zauważ, że $-5{,}37 > -5{,}5$ oraz $-5\frac{37}{100} = -5\frac{111}{300} < -5\frac{100}{300} = -5\frac{1}{3}$, czyli liczba $-5{,}37$ na osi liczbowej **znajduje się** pomiędzy liczbami $-5{,}5$ i $-5\frac{1}{3}$.

- Zauważ, że $-5{,}5$ jest mniejsze od $-5\frac{1}{3}$, zatem:

  $-5\frac{25}{100} = -5\frac{75}{300} > -5\frac{100}{300} = -5\frac{1}{3}$, czyli liczba $-5{,}25$ na osi liczbowej <u>**nie**</u> znajduje się pomiędzy liczbami $-5{,}5$ i $-5\frac{1}{3}$.

- Zauważ, że $-5{,}5$ jest mniejsze od $-5\frac{1}{3}$, zatem:

  $-5\frac{4}{7} = -5\frac{40}{70} < -5\frac{35}{70} = -5{,}5$, czyli liczba $-5\frac{4}{7}$ na osi liczbowej <u>**nie**</u> znajduje się pomiędzy liczbami $-5{,}5$ i $-5\frac{1}{3}$.

- Zauważ, że $-5\frac{5}{12} = -5\frac{25}{60} > -5\frac{30}{60} = -5{,}5$ oraz $-5\frac{5}{12} < -5\frac{4}{12} = -5\frac{1}{3}$, czyli liczba $-5\frac{5}{12}$ na osi liczbowej **znajduje się** pomiędzy liczbami $-5{,}5$ i $-5\frac{1}{3}$.

- Zatem jedynie liczby I. $-5{,}37$ oraz IV. $-5\frac{5}{12}$ na osi liczbowej znajdują się pomiędzy liczbami $-5{,}5$ i $-5\frac{1}{3}$.

Zadanie 6.

Rozwiązanie
A

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz znaleźć współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.

Sposób 1.

- Zauważ, że współrzędne środka odcinka możesz obliczyć w następujący sposób:

$$\frac{-8+x_B}{2}=-2, \qquad \frac{-4+y_B}{2}=2$$

- Rozwiąż równania: $-8+x_B=-4$ oraz $-4+y_B=4$; $x_B=4$, $y_B=8$
- $B=(4,8)$

Sposób 2.

- Zaznacz w układzie współrzędnych punkt $P=(-2,2)$ oraz punkt $A=(-8,-4)$.
- Policz, ile jest kratek w poziomie w prawo i w pionie w górę od punktu *A* do punktu *P*.
- Odlicz tyle samo kratek w prawo i w górę od punktu *P*.
- Odczytaj współrzędne punktu, który otrzymasz: $B=(4,8)$.

Zadanie 7.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

$$\frac{120\text{ g}}{200\text{ g}}=0,6$$

$0,6\cdot 250\text{ g}=150\text{ g}$ – masa potrzebnego masła
$0,6\cdot 300\text{ g}=180\text{ g}$ – masa potrzebnej mąki
$0,6\cdot 90\text{ g}=54\text{ g}$ – masa potrzebnego cukru

Odpowiedź: Asia powinna przygotować 150 g masła, 180 g mąki oraz 54 g cukru.

Sposób 2.

$$\frac{120\text{ g}}{200\text{ g}} = \frac{3}{5}$$

250 g : 5 = 50 g,	50 g · 3 = 150 g	– masa potrzebnego masła
300 g : 5 = 60 g,	60 g · 3 = 180 g	– masa potrzebnej mąki
90 g : 5 = 18 g,	18 g · 3 = 54 g	– masa potrzebnego cukru

Odpowiedź: Asia musi przygotować 150 g masła, 180 g mąki oraz 54 g cukru.

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zastosować podział proporcjonalny do obliczenia ilości składników.

Pamiętaj, że jest to zadanie otwarte. Na egzaminie we wskazanym miejscu umieść pełne rozwiązanie.

Zadanie 8.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

36 dag to 11,52 zł
18 dag to 5,76 zł
54 dag to 17,28 zł

Odpowiedź: Ola kupiła 54 dag cukierków.

Sposób 2.
x – cena kilograma cukierków
$0{,}36x = 11{,}52$
$x = 32$ zł

y – masa cukierków kupionych przez Olę
$32y = 17{,}28$
$y = 0{,}54$ kg
0,54 kg = 54 dag

Odpowiedź: Ola kupiła 54 dag cukierków.

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz wykorzystać proporcjonalność do obliczenia ilości zakupionego towaru w zależności od wartości zakupionego towaru.

Pamiętaj, że jest to zadanie otwarte. Na egzaminie we wskazanym miejscu umieść pełne rozwiązanie.

Zadanie 9.

Poprawne rozwiązanie

Rzeczywista odległość między Pragą a Rzymem:

$30{,}8 \text{ cm} \cdot 3\,000\,000 = 92\,400\,000 \text{ cm} = 924 \text{ km}$

Rzeczywista odległość między Wiedniem a Paryżem:

$20{,}7 \text{ cm} \cdot 5\,000\,000 = 103\,500\,000 \text{ cm} = 1035 \text{ km}$

$1035 \text{ km} > 924 \text{ km}$

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zastosować proporcjonalność do obliczania długości odcinków.

Pamiętaj, że jest to zadanie otwarte. Na egzaminie we wskazanym miejscu umieść pełne rozwiązanie.