Matematyka

Zadanie 1.

Poprawna odpowiedź
D

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zapisać zależności przedstawione w zadaniu w postaci wyrażenia algebraicznego.

- W pierwszej kolejności zapisz wyrażenie opisujące kwotę spłaconą w pierwszych czterech ratach: $4a$.
- Następnie zapisz wyrażenia opisujące:
  - liczbę rat pozostałych do spłaty: $x - 4$
  - wysokość każdej z rat pozostałych do spłaty: $a + 100$
  - łączną kwotę pozostałą do spłaty: $(x - 4) \cdot (a + 100)$
- Dodaj wyrażenia, aby otrzymać wyrażenie opisujące spłaconą kwotę pożyczki:
  $4a + (x - 4) \cdot (a + 100)$

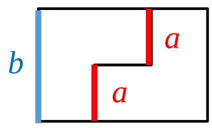
Zadanie 2.

Poprawna odpowiedź
PP

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz opisywać za pomocą wyrażeń algebraicznych zależności przedstawione na rysunku, redukować jednomiany podobne oraz odejmować sumy algebraiczne.

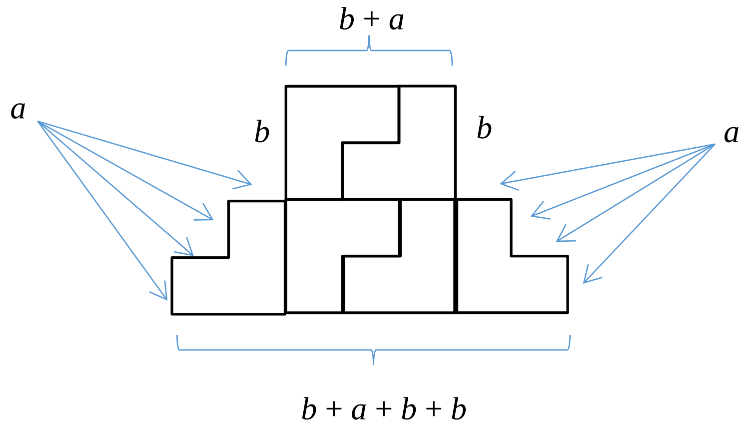
Pierwsze zdanie:
Obwód figury II jest równy $11b$.

- Aby stwierdzić, czy to zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe należy opisać za pomocą wyrażeń algebraicznych boki wielokąta, którym jest figura II. W pierwszej kolejności na podstawie układu dwóch jednakowych elementów trzeba ustalić zależność między odcinkami a i b:



$b = 2a$

- W kolejnym kroku należy opisać za pomocą wyrażenia algebraicznego obwód figury II.



$$Obw_{\text{II}} = (b + a + 2b) + a + a + a + a + b + (a + b) + b + a + a + a + a = 6b + 10a$$

- Wykorzystując zależność między odcinkami a i b, obwód figury II można zapisać w postaci wyrażenia z jedną zmienną:

$$Obw_{\text{II}} = 6b + 10a = 6b + 5 \cdot 2a = 6b + 5b = 11b$$

- Obwód figury II jest równy $11b$, więc zdanie jest prawdziwe.

Drugie zdanie:
Obwód figury II jest o $6a$ większy od obwodu figury I.

- Aby stwierdzić, czy to zdanie jest prawdziwe czy fałszywe, należy opisać za pomocą wyrażeń algebraicznych obwody obu figur, a następnie porównać je ze sobą:

$$Obw_{\text{I}} = (b + b) + b + (a + a) + (a + a) + b + (b + b)$$
$$Obw_{\text{I}} = 6b + 4a$$

$$Obw_{\text{II}} = 6b + 10a$$

- W celu porównania obwodów zapiszmy ich różnicę w najprostszej postaci:

$$Obw_{\text{II}} - Obw_{\text{I}} = 6b + 10a - (6b + 4a) = 6b + 10a - 6b - 4a = 6a$$

- Różnica obwodu figury II i figury I jest równa $6a$, zatem zdanie jest prawdziwe.

Zadanie 3.

Poprawna odpowiedź
D

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz obliczyć wartość liczbową danego wyrażenia algebraicznego. W swoich obliczeniach powinieneś wykazać się umiejętnością wykonywania działań: dodawania, odejmowania, mnożenia i potęgowania liczb całkowitych.

W miejsce zmiennych x i y podstaw podane liczby 3 i (– 2), a następnie oblicz wartość liczbową każdego wyrażenia algebraicznego.

A. $3x + y^2 = 3 \cdot 3 + (-2)^2 = 9 + 4 = 13$
B. $3y - 2x = 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 = -6 - 6 = -12$
C. $(x - 7) \cdot (2y - 1) = (3 - 7) \cdot [2 \cdot (-2) - 1] = (-4) \cdot (-5) = 20$
D. $(x + 3) \cdot (y + 2) = (3 + 3) \cdot (-2 + 2) = 6 \cdot 0 = 0$

Zadanie 4.

Poprawna odpowiedź
A

Wyjaśnienie
Zadanie sprawdza, czy potrafisz zapisać zależności przedstawione w zadaniu w postaci wyrażenia algebraicznego dwóch zmiennych.

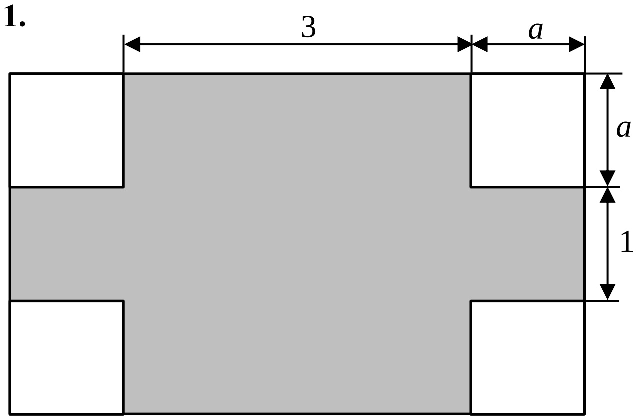
W pierwszym kroku zapisz wyrażenie opisujące, ile średnio jabłek Paweł zjada w ciągu jednego dnia, czyli $\frac{a}{b}$, a następnie pomnóż je przez liczbę dni w tygodniu. W ciągu tygodnia Paweł zjada 7 razy więcej jabłek niż w czasie jednego dnia, czyli

$$7 \cdot \frac{a}{b} = \frac{7a}{b}$$

Zadanie 5.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.



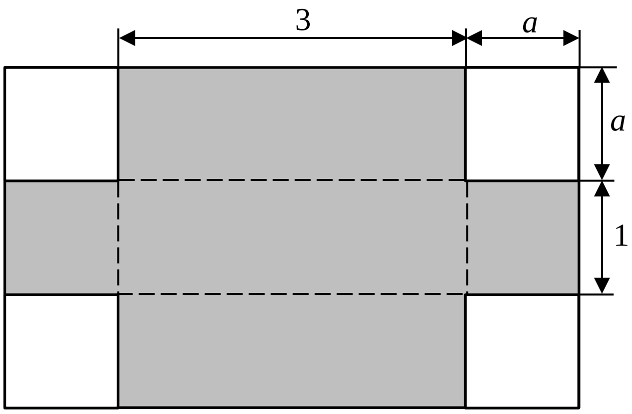
Prostokąt, z którego wycięto narożniki w kształcie kwadratu, ma boki długości $(3 + 2a)$ i $(1 + 2a)$.
Pole tego prostokąta opisuje wyrażenie: $(3 + 2a) \cdot (1 + 2a)$
Po wycięciu narożników pole prostokąta zmniejszyło się o pola czterech kwadratów – każdy o polu a^2.
Pole zacieniowanej figury opisuje zatem wyrażenie:

$$(3 + 2a) \cdot (1 + 2a) - 4a^2 = 3 + 6a + 2a + 4a^2 - 4a^2 = 8a + 3$$

Wartość otrzymanego wyrażenia dla $a = 2{,}5$ jest równa:

$$8 \cdot 2{,}5 + 3 = 20 + 3 = 23$$

Sposób 2.



Zacieniowaną figurę można podzielić w różny sposób na kilka figur, np. tak, jak pokazano na rysunku.
Mamy dwa prostokąty o bokach długości 3 i a, jeden prostokąt o bokach długości 3 i 1 oraz dwa prostokąty o bokach długości a i 1.
Pole zacieniowanej figury opisuje zatem wyrażenie:

$$2 \cdot 3a + 3 \cdot 1 + 2 \cdot a = 6a + 3 + 2a = 8a + 3$$

Wartość otrzymanego wyrażenia dla $a = 2{,}5$ jest równa:

$$8 \cdot 2{,}5 + 3 = 20 + 3 = 23$$

Wyjaśnienie
Zadanie umożliwia zastosowanie różnych strategii rozwiązania, np. metodą podziału zacieniowanej figury na mniejsze figury składowe i w prosty sposób wyrażenia ich pól.

Zadanie 6.

Przykładowe rozwiązania
Sposób 1.

Niech x będzie liczbą pomyślaną przez ucznia.
Wyrażenie, które obrazuje kolejno wykonywane przez niego działania to:

$$(3x+6):3-x$$

Po przekształceniu tego wyrażenia do najprostszej postaci otrzymujemy:

$$(3x+6):3-x=x+2-x=2$$

Oznacza to, że niezależnie od wyboru początkowej liczby x wartość tego wyrażenia zawsze będzie równa 2, zatem każdy powinien otrzymać taki sam wynik.

Sposób 2.

Pomyślana liczba została najpierw trzykrotnie powiększona, a następnie tyle samo razy pomniejszona, a na końcu odjęta od wyrażenia otrzymanego w poprzednim kroku. Wynik końcowy można zatem otrzymać dzieląc 6 przez 3.

Wyjaśnienie
Zadanie umożliwia zastosowanie oznaczeń literowych nieznanych wielkości liczbowych i zapisanie w postaci wyrażenia algebraicznego informacji przedstawionych w treści zadania.