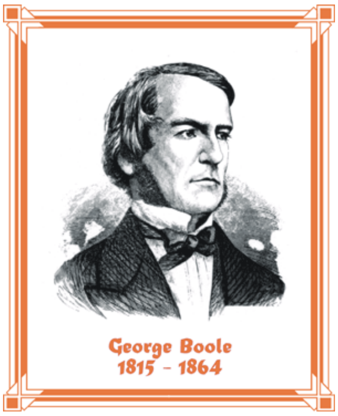
Guía 2



El matemático que inventó hace más de 154 años la forma en que hoy busca Google Fue el matemático inglés George Boole quien inventó un sistema de álgebra que es clave para la programación de hoy en día. El álgebra de Boole, o álgebra booleana, es una estructura algebraica que esquematiza las operaciones lógicas, y está presente en todas partes a nuestro alrededor: desde la programación detrás de los videojuegos a los que jugamos, hasta el código de las aplicaciones que usamos y los programas de las computadoras que utilizamos. Se puede decir que los ladrillos con los que se construye la programación, que son los comandos o instrucciones que se le da a un sistema informático, están todos basados en la lógica de Boole. "Si eres un programador no te puedes escapar del término booleano", dice Michael Dunn de Gospelweare, una compañía desarrolladora de iOS y Android.

JUVENTUD PROLÍFICA Boole murió, cuando tenía 49. En 1864 enfermó gravemente tras mojarse bajo la lluvia mientras caminaba hasta el aula donde daba clase. Murió el 8 de diciembre de ese año de un derrame pleural o pleuresía, acumulación de agua en los pulmones. Él mismo tenía cierta noción del impacto histórico que su sistema de lógica podría tener. En 1851 le dijo a un amigo que la lógica booleana podría ser "la contribución más valiosa, si no la única, que he hecho o que probablemente haga a la ciencia y el motivo por el que desearía que me recuerden, si es que me van a recordar, póstumamente".

Y así fue.

REFLEXIÓN

¿Cuál es la idea del caricaturista en la imagen?

Actividad 1

En equipo lean el siguiente problema y contesten lo que se les pide:

1.- En un laboratorio recolectaron una muestra agua residual en la cual se encontraron inicialmente 1000 bacterias. Dicha muestra se utiliza para un cultivo de bacterias, dadas las condiciones se detecta que al término de una hora la población aumentó a 2000 y al término de 2 horas 4000.

Observa el comportamiento del cultivo de las bacterias al pasar una y dos horas.

t	Número de Bacterias
0	1000
1	2000
2	4000

¿Cuántas bacterias hay al pasar 3,4 y 5 horas?

t	Número de Bacterias
3	
4	
5	

¿Cuál es la relación que se tiene con el tiempo y el incremento de las bacterias? **Conforme aumenta una hora aumenta el doble de bacterias que hubo en la hora anterior**

Pista: (2)(1000) = _________

(2)(2)1000 = _________

(2)(2)(2)1000 = _________

¿Qué sucede cuando el tiempo es fraccionario? Por ejemplo, ½ hora 1/ 3 de hora etc.

¿Qué relación tiene la siguiente expresión con el problema planteado? **Es la formula con la que se obtiene el número de bacterias.**

$$1000\ (2)^{t}$$

Bacterias Iniciales

Significa Duplicar

Número de horas

ACTIVIDAD 2

Realiza las operaciones indicadas, aplicando las leyes de los exponentes.

1)	$(3x^5y^2)(5x^2y^3z^2) =$	**2)**	$(2a^2bc^5)(-3ab^3c^7) =$
3)	$\dfrac{6x^2y^4}{xy^4} =$	**4)**	$\dfrac{9x^3y^5}{3x^2y^7} =$
5)	$\left(\dfrac{2x^2}{y^4}\right)^2 =$	**6)**	$\left(\dfrac{a^4}{3b^5}\right)^3 =$

Al trabajar con exponentes racionales, se cumplen las propiedades de los exponentes enteros.

Por ejemplo: $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{6}}$

Ejemplo de la simplificación con exponentes fraccionarios

Simplificar $(27)^{\frac{2}{6}}$	
Simplificamos el exponente	$(27)^{\frac{1}{3}}$
Representamos el exponente en forma de radical	$\sqrt[3]{27}$
Resultado	**3**
$(a)^{\frac{6}{4}}$	
Simplificamos el exponente	$(a)^{1\frac{2}{4}}$
Representamos el exponente en forma de radical	$a\sqrt[4]{a^2}$

ACTIVIDAD 3

Simplifica las siguientes expresiones algebraicas aplicando las leyes de exponentes correspondientes.

1)	$\left(x^{\frac{2}{5}}\right)\left(x^{\frac{7}{5}}\right)=$	2)	$\left(m^{-\frac{1}{3}}\right)\left(m^{\frac{5}{3}}\right)=$
3)	$\left(4x^2y^0z^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}=$	4)	$\left(x^2y^3\right)^{-\frac{2}{3}}=$
5)	$\left(\dfrac{8x^2b^{-\frac{1}{2}}}{27xb^{\frac{3}{4}}}\right)^{\frac{2}{3}}=$	6)	$\left(\dfrac{x^{-5}b^{\frac{1}{3}}}{x^{-8}b^{\frac{1}{4}}}\right)^{\frac{2}{3}}=$

Simplificación de radicales

Ejemplos:

$\sqrt[4]{48}$	
16 tiene raíz cuarta perfecta. **3 es el factor sobrante.**	$\sqrt[4]{16\cdot 3}$
2 es la raíz cuarta de 16, por lo tanto: $2\sqrt[4]{3}$	
$\sqrt{48x^5y^2}$	
16, x^4, y^2 tienen raíz cuadrada perfecta. **3x es el factor sobrante**	$\sqrt{16x^4\cdot y^2\cdot 3x}$
Por lo tanto: $4x^2y\sqrt{3x}$	

- ❖ **Pide explicación de método de descomposición por factores primos.**

Adición y sustracción de radicales

Ejemplos de radicales semejantes:

$-\sqrt{2}$	$7\cdot\sqrt[3]{ab}$
$5\sqrt{2}$	$-6\cdot\sqrt[3]{ab}$
$-3\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{ab}$

En los siguientes ejemplos, se muestra la suma de radicales semejante:

$4\sqrt{2}+5\sqrt{2}$		$8\sqrt{3}-\sqrt{3}$		$\frac{2}{3}\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{5}$
$=(4+5)\sqrt{2}$		$=(8-1)\sqrt{3}$		$=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\sqrt{5}$
$=9\sqrt{2}$		$=7\sqrt{3}$		$=\frac{1}{6}\sqrt{5}$

ACTIVIDAD 4

En las expresiones radicales siguientes efectúa las operaciones indicadas en cada caso.

1)	$2\sqrt{5}+7\sqrt{5}-4\sqrt{5}$ =	2)	$2\sqrt{ab}-9\sqrt{ab}$ =
3)	$2\sqrt{27x^3}-4\sqrt{12x^3}$ =	4)	$3\sqrt[3]{12}-2\sqrt[3]{12}-4\sqrt[3]{12}=$

Multiplicación de radicales

Cuando se tienen radicales del mismo índice, se utiliza la ley de los radicales:

$$\sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

Ejemplos:

$\sqrt{x^5}\sqrt{x^3}=\sqrt{x^5\cdot x^3}=\sqrt{x^8}$
$2\sqrt[3]{9}\cdot 4\sqrt[3]{5}=(2)(4)\sqrt[3]{9\cdot 5}=8\sqrt[3]{45}$
$\left(2\sqrt{3}\right)\left(-3\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{3}\right)=(2)(-3)\sqrt{3\cdot 3\cdot 7}=-6\sqrt{63}$

Cuando se tienen radicales de distinto índice:

En este caso, los radicales se reducen al mínimo común índice y se multiplican como en el caso descrito anteriormente.

La reducción de los radicales al mínimo común índice requiere obtener el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los índices, que será el índice común; posteriormente, se eleva la cantidad del subradical a la potencia que resulta de dividir el índice común entre el índice del subradical.

Ejemplo:

$\sqrt{5}\ \sqrt[3]{3}=5^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{3}{6}}\cdot 3^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{5^3\cdot 3^2}=\sqrt[6]{1125}$ Considerar que el m.cm. De 2 y 3 =6

Para multiplicar un radical por una expresión que contiene más de un término o dos expresiones radicales, cada una con más de un término, se aplica la metodología o proceso empleado en la multiplicación de polinomios.

Ejemplo:

$$5\sqrt{3}\left(7\sqrt{2}-4\sqrt{5}\right)$$

$$=\left(5\sqrt{3}\right)\left(7\sqrt{2}\right)-\left(5\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{5}\right)$$

$$=(5)(7)\left(\sqrt{3\cdot 2}\right)-(5)(4)\left(\sqrt{3\cdot 5}\right)$$

$$=35\sqrt{6}-20\sqrt{15}$$

ACTIVIDAD 5

En las expresiones siguientes efectúa las operaciones indicadas en cada caso.

1)	$\sqrt{2}\sqrt{8}=$	2)	$\sqrt{5a^3}\sqrt{20a}=$
3)	$\left(6\sqrt{2}\right)\left(4-\sqrt{18}\right)=$	4)	$\left(7+\sqrt{5}\right)\left(7-\sqrt{5}\right)=$

División de radicales

Cuando se tienen radicales del mismo índice, se utiliza la ley de los radicales:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplos:

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{48}{3}}=\sqrt{16}=4$
$\frac{\sqrt{x^7y^3}}{\sqrt{x^4y}}=\sqrt{\frac{x^7y^3}{x^4y}}=\sqrt{x^3y^2}=xy\sqrt{x}$

Cuando se tienen radicales de diferente índice:

Se expresan los radicales en forma exponencial, y posteriormente se aplican las propiedades de los exponentes.

$$\frac{\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt{x}}=\frac{x^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}=x^{\frac{4}{3}-\frac{1}{2}}=x^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{x^5}$$

ACTIVIDAD 6

En las expresiones siguientes efectúa las operaciones indicadas en cada caso.

	$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{10}}=$		$\frac{-9\sqrt{30}}{-3\sqrt{5}}=$
	$\frac{\sqrt{180}}{3\sqrt{9}}=$		$\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{6}}}{\sqrt[3]{\frac{1}{12}}}=$

Investigación de Refuerzo

Consulta y escribe en tu cuaderno

1. ¿Qué significa racionalizar?
2. ¿Como se racionaliza? (escriba el procedimiento).
3. Haga cinco ejercicios de racionalización con una sola raíz en el denominador y cinco con un binomio en el denominador.

PRE-EVALUACIÓN

Contesta las siguientes preguntas:

1.-Aplica la regla de signos y las leyes de exponentes para simplificar la siguiente expresión $\dfrac{-21a^7b^5c^2}{-7a^2b^4c^{-1}}$:

A) $14a^9b^9c^3$ B) $28a^9bc$ C) $3a^5bc^3$ D) $-3a^5bc$

2.-El área de un cuadrado se obtiene multiplicando lado por lado $A = l \times l = l^2$ para obtener la medida del lado del cuadrado tenemos que extraer raíz cuadrada al área $l = \sqrt{A}$. Si el área de un cuadrado está dada por la expresión $25x^2y^4$, ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

A) $5x^2y^2$ B) $5xy^2$ C) $25xy^4$ D) $25xy^2$

3.-El volumen de un cubo $V = l^3$, si tenemos el volumen, para encontrar el valor de la arista debemos extraer la raíz cúbica al volumen. Si el volumen de u cubo está dado por la expresión $27a^3b^6c^{12}$, ¿Cuánto mide el lado del cubo?

A) $3a^3b^2c^6$ B) $3a^3b^6c^{12}$ C) $3ab^3c^6$ D) $3ab^2c^4$

4.- Dadas las siguientes cuatro opciones identifica la que tenga radicales semejantes:

A) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ B) $7\sqrt{2x} + 5\sqrt{2x}$ C) $5\sqrt{x} + \sqrt{5x}$ D) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x}$

5. "Matemática recreativa "

Justifica tu respuesta