FACTORIZACIÓN DE BINOMIOS (PARTE 1)

Diferencia de cuadrados perfectos:

Expresiones como $a^2 - b^2$, $4 - x^2$, $\frac{1}{9}y^2 - m^2n^2$ son denominadas diferencias de cuadrados perfectos, pues los términos que las forman tienen raíz cuadrada exacta.

Factorizar una diferencia de cuadrados perfectos es el proceso inverso a encontrar la suma por la diferencia de dos cantidades (*Producto notable unidad 3*).

La diferencia de cuadrados perfectos se factoriza como el producto de dos binomios; uno con suma y el otro con resta. Los términos de estos binomios son las raíces cuadradas de cada uno de los términos de la diferencia planteada inicialmente.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) \quad \textit{expresión factorizada}$$

Ejercicios resueltos:

1. Factorizar las siguientes expresiones.

a. $4a^2b^2 - 9x^2y^4$ **b.** $\frac{25}{4}m^2 - 16n^2$

Solución:

a. $\sqrt{4a^2b^2} = 2ab$ $\sqrt{9x^2y^4} = 3xy^2$ *Se buscan las raíces cuadradas.*

$(2ab + 3xy^2)(2ab - 3xy^2)$ *Se factoriza la expresión.*

De donde, $4a^2b^2 - 9x^2y^4 = (2ab + 3xy^2)(2ab - 3xy^2)$

b. $\sqrt{\frac{25}{4}m^2} = \frac{5}{2}m$ $\sqrt{16n^2} = 4n$ *Se buscan las raíces cuadradas.*

$\left(\frac{5}{2}m + 4n\right)\left(\frac{5}{2}m - 4n\right)$ *Se factoriza la expresión.*

De donde, $\frac{25}{4}m^2 - 16n^2 = \left(\frac{5}{2}m + 4n\right)\left(\frac{5}{2}m - 4n\right)$

2. Factorizar, como una diferencia de cuadrados, la expresión $2 - a$.

Solución:

Aparentemente la expresión $2 - a$ no es una diferencia de cuadrados perfectos, pero si se dejan indicadas las raíces de los números, sí lo es. Así,

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$ $\qquad$ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$

Es decir, $(2 - a) = (\sqrt{2} + \sqrt{a})(\sqrt{2} - \sqrt{a})$

3. Factorizar, como una diferencia de cuadrados, la expresión $9x^2 - 5$.

Solución:

$\sqrt{9x^2} = 3x \qquad \sqrt{5} = \sqrt{5}$ $\qquad$ *Se calculan las raíces cuadradas.*

$(3x + \sqrt{5})(3x - \sqrt{5})$ $\qquad$ *Se factoriza la expresión.*

De donde, $9x^2 - 5 = (3x + \sqrt{5})(3x - \sqrt{5})$

Suma o diferencia de cubos perfectos de un Binomio:

A partir del trabajo con cocientes notables (*unidad* 3) se sabe que:

(1) $\dfrac{m^3 + n^3}{m + n} = m^2 - mn + n^2$ $\qquad$ (2) $\dfrac{m^3 - n^3}{m - n} = m^2 + mn + n^2$

Además, como las expresiones anteriores son cocientes exactos en cada una de ellas se verifica:

$$(1)\ m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2)$$
$$(2)\ m^3 - n^3 = (m - n)(m^2 + mn + n^2)$$

Es decir, la suma o la diferencia de cuadrados perfectos se puede escribir como el producto de dos factores.

La suma de dos cubos perfectos se factoriza como el producto de dos factores:

- *el primer factor es la suma de las raíces cúbicas.*
- *el segundo factor es el cuadrado de la primera raíz menos, el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.*

Ejercicios resueltos:

Solución:

1. Factorizar $27x^3 + 8y^6x^9$.

Se buscan las raíces cúbicas de cada término. $\sqrt[3]{27x^3} = 3x$, $\sqrt[3]{8y^6x^9} = 2y^2x^3$

Se factoriza y se resuelven las operaciones indicadas. Así,

$$27x^3 + 8y^6x^9 = (3x + 2y^2x^3)[(3x)^2 - (3x)(2y^2x^3) + (2y^2x^3)^2]$$

$$27x^3 + 8y^6x^9 = (3x + 2y^2x^3)(9x^2 - 6x^4y^2 + 4x^6y^4)$$

La diferencia de cubos perfectos se factoriza como el producto de dos factores:

- *el primer factor es la diferencia de las raíces cúbicas.*
- *el segundo factor es el cuadrado de la primera raíz, más el producto entre las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.*

2. Factorizar $\frac{1}{343}m^6 - 64n^{12}$.

Solución:

Se buscan las raíces cúbicas de cada término. $\sqrt[3]{\frac{1}{343}m^6} = \frac{1}{7}m^2$,

$\sqrt[3]{64n^{12}} = 4n^4$

Se factoriza y se resuelven las operaciones indicadas.

$$\frac{1}{343}m^6 - 64n^{12} = \left(\frac{1}{7}m^2 - 4n^4\right)\left[\left(\frac{1}{7}m^2\right)^2 + \left(\frac{1}{7}m^2\right)(4n^4) + (4n^4)^2\right]$$

$$\frac{1}{343}m^6 - 64n^{12} = \left(\frac{1}{7}m^2 - 4n^4\right)\left(\frac{1}{49}m^4 + \frac{4}{7}m^2n^4 + 16n^8\right)$$

CIUDADELA EDUCATIVA DEL MAGDALENA MEDIO

GUIA 14 DE MATEMÁTICAS GRADO OCTAVO AÑO LECTIVO 2019

TEMA: **FACTIRIZACIÓN**

A RAZONAMIENTO. Marcar, entre las opciones, la raíz cuadrada que corresponde a cada monomio.

1. $16x^2y^4$

☐ $8xy^2$

☐ $4xy^2$

☐ $4x^4y^5$

2. $225z^8m^{10}$

☐ $15z^4m^5$

☐ $15z^3m^{10}$

☐ $15z^{16}m^{20}$

3. $\frac{1}{36}x^2y^{20}w^{18}$

☐ $\frac{1}{6}x^4y^5w^6$

☐ $\frac{1}{6}xy^{10}w^9$

☐ $\frac{1}{18}x^6y^{10}w^9$

4. $289b^{4x}y^{12n}$

☐ $17b^{2x}y^{4n}$

☐ $17b^{2x}y^{6n}$

☐ $17b^{4x}y^{12n}$

5. $0{,}0625x^{16}y^{4n}$

☐ $0{,}25x^8y^{2n}$

☐ $0{,}25x^{16}y^{2n}$

☐ $0{,}3125x^4y^{2n}$

6. $36(w-y)^{64}$

☐ $18(w-y)^8$

☐ $6(w-y)^{32}$

☐ $6(w-y)^8$

I EJERCITACIÓN. Factorizar cada expresión.

7. t^4-16 **8.** x^2-25 **9.** $4w^2-9$

10. $36-49z^8$ **11.** x^2z^4-100 **12.** $m^{10}-81n^{12}$

13. $1-16x^2$ **14.** x^4-1 **15.** w^4n-z^8n

16. $3-x$ **17.** $9-w$ **18.** $s-4$

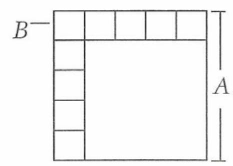
R RAZONAMIENTO. Escribir dos factores cuyo producto sea el indicado.

19. $\frac{1}{64}-w^8$ **20.** $\frac{1}{49}p^{10}-\frac{81}{529}$

21. $\frac{w^2}{36}-\frac{d^6}{25}$ **22.** $\frac{196}{169}a^{12}b^8-\frac{4}{49}x^2$

P PROBLEMAS. Responder si al cuadrado de la figura se le quitan nueve cuadrados del lado B, ¿es cierto que el área restante está dada por $(A-3B)(A+3B)$?

23.



DESAFÍO. Factorizar las expresiones que sean cuadrados perfectos.

24. $1-(x-2y)^2$ **25.** $16a^{10}-(2a^2+3)^{12}$

26. $9x^{4/7}-4x^{8m+2y}$ **27.** $(3s-9s^2)^8-t^{4n+2y}$

28. $\frac{100}{169}m^2n^6a-\frac{225t^4y}{a^4k^{12}}$

29. $\frac{1}{9}m^2n^2-\frac{1}{4}a^{2b}b^{2a}$

1.

Término	$27x^9y^{21}$		$-729w^{21}p^{15}$	$0{,}216x^{54}$		$\frac{1}{64}b^9n^3$		$\frac{125n^{33}}{z^9w^{18}}$
Raíz cúbica		$2m^3n^4q$			$0{,}1m^2w^5$		$-\frac{1}{8}t^{12}m^{15}$	

I EJERCITACIÓN. Factorizar cada binomio.

2. $1+w^3$ **3.** $1-x^3$ **4.** m^3+n^3 **5.** z^3-1

6. x^6+8 **7.** $64-a^{12}$ **8.** $8p^3-1$ **9.** $1-27z^6$

10. $-216z^9+1$ **11.** $x^3y^6z^{12}-512$ **12.** $27a^6+343b^9$ **13.** $125-w^{18}z^{36}$

FACTORIZACIÓN DE BINOMIOS (PARTE 2)

Cubo perfecto de un binomio:

Un polinomio ordenado con respecto a una de sus variables es un cubo perfecto si presenta las siguientes características:

1. Tiene cuatro términos.

2. Su primer y último términos son cubos perfectos (tienen raíz cúbica exacta).

3. Su segundo término es tres veces el producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del segundo.

4. Su tercer término es tres veces el producto de la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del segundo.

5. El primer y el tercer términos son positivos, el segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo.

Un polinomio cubo perfecto se factoriza como el cubo de la suma o resta de las raíces cúbicas de su primer y tercer términos. Así,

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

Si todos los términos de la expresión son positivos, el polinomio se factoriza como el cubo de la suma de las raíces cúbicas del primer y tercer términos; y si los signos de la expresión están alternados (comenzando con +), el polinomio se factoriza como el cubo de la diferencia de las raíces cúbicas del primer y tercer términos.

Ejercicios resueltos:

Verificar si los siguientes polinomios son cubos perfectos y factorizarlos.

a. $x^3 + 12x + 8 + 6x^2$

Solución:

a. Se ordena el polinomio con respecto a la variable x. Esto es,

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Se extrae la raíz cúbica a su primer y cuarto términos.

$\sqrt[3]{x^3} = x$ *Raíz cúbica del primer término.*

$\sqrt[3]{8} = 2$ *Raíz cúbica del cuarto término.*

Se verifica que tres veces el producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del segundo, sea el segundo término del polinomio. Así, $3(x)^2(2) = 6x^2$.

Por último, se verifica que tres veces el producto de la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del segundo, sea el tercer término del polinomio. Así, $3(x)(2)^2 = 12x$.

Por tanto, $x^3 + 12x + 8 + 6x^2$ es un cubo perfecto. Su factorización es

$$x^3 + 12x + 8 + 6x^2 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)^3$$

Suma o diferencia de potencias iguales:

Para factorizar expresiones de la forma $x^n \pm a^n$ se debe tener en cuenta:

$x^n + a^n$ es divisible entre $x + a$, si y sólo si n es impar.

$x^n + a^n$ nunca es divisible entre $x - a$.

$x^n - a^n$ es divisible entre $x - a$ para todo valor de n (par o impar).

$x^n - a^n$ es divisible entre $x + a$, si y sólo si n es par.

Así, las expresiones de la forma $x^n \pm a^n$ se pueden factorizar mediante la siguiente regla:

Si $x^n \pm a^n$ es divisible entre $x \pm a$, entonces, $x^n \pm a^n$ se puede expresar como el producto de dos factores. Así:

- *el primer factor es de la forma $x \pm a$.*
- *el segundo factor es un polinomio de n términos con las siguientes características.*
  - *el primer término es x^{n-1} y el último es a^{n-1}.*
  - *los otros términos son productos de x y a en donde los exponentes de x disminuyen de uno en uno a partir del primer término, y los exponentes de a aumentan de uno en uno a partir del segundo término.*
  - *si $x - a$ es un factor de $x^n \pm a^n$, los signos del segundo factor son todos $+$.*
  - *si $x + a$ es un factor de $x^n \pm a^n$ los signos del segundo factor se escriben alternados $+, -, +, -, +, \ldots$*

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

Trinomio cuadrado perfecto:

Un trinomio ordenado respecto a una de sus variables es cuadrado perfecto cuando:

- El primer y el tercer términos son cuadrados perfectos, es decir, tienen raíz cuadrada exacta.
- El segundo término es el doble producto de las raíces cuadradas del primer y el tercer términos.

Factorizar un trinomio cuadrado perfecto es el proceso inverso a encontrar el desarrollo del cuadrado de la suma o la diferencia de dos términos

producto notable

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Así,

Un trinomio cuadrado perfecto se factoriza como el cuadrado de la suma o de la resta de las raíces cuadradas de su primer y tercer términos. Así,

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

Ejercicios resueltos:

1. Un hacendado tiene una parcela cuya área está dada por la expresión $9m^2 + 4n^2 + 12mn$. Uno de los requisitos para acceder a una licitación del Ministerio de Agricultura es que dicha parcela debe ser de forma cuadrada.

a. ¿Podrá el hacendado acceder a la licitación?

b. De ser así, ¿cuál será la expresión que represente la medida del lado de la parcela?

Solución:

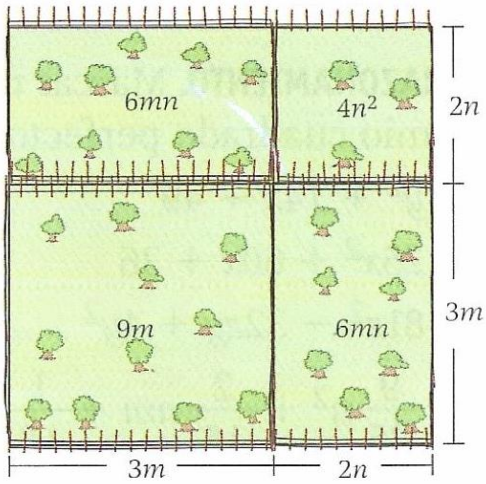


Figura 1

a. Para saber si es posible que el hacendado pueda acceder a la licitación, se debe determinar si la expresión que define el área de la parcela es un trinomio cuadrado perfecto. Para ello, primero se ordena el polinomio con respecto a la variable m. Esto es, $9m^2 + 12mn + 4n^2$.

Se extrae la raíz cuadrada a su primer y tercer términos.

Raíz cuadrada del primer término $\sqrt{9m^2} = 3m$

Raíz cuadrada del tercer término $\sqrt{4n^2} = 2n$

Se verifica que el doble producto de las raíces cuadradas da como resultado el segundo término del trinomio. Así,

$$2(3m)(2n) = 12mn$$

Por tanto, $9m^2 + 12mn + 4n^2$ es un trinomio cuadrado perfecto.

Así, se puede afirmar que la parcela es de forma cuadrada y el hacendado puede acceder a la licitación.

b. Para hallar la expresión que determina la medida del lado de la parcela es necesario factorizar la expresión que representa su área. Así,

$$9m^2 + 12mn + 4n^2 = (3m + 2n)^2$$

Luego, la expresión que determina la medida del lado de la parcela es $3m + 2n$ (*figura 1*).

2. Factorizar las siguientes expresiones.

a. $x^2 + 12x + 36$ **b.** $16x^2 - 40xy + 25y^2$ **c.** $a^4 + \frac{4}{3}a^2b + \frac{4}{9}b^2$

Solución:

Al comprobar que cada expresión es un trinomio cuadrado perfecto y factorizar, se tiene:

a. $x^2 + 12x + 36$

$x \qquad 6$ — *Raíces cuadradas del primer y el tercer términos.*

$2(x)(6) = 12x$ — *Doble producto de las raíces cuadradas.*

Luego, $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b. $16x^2 - 40xy + 25y^2$

$4x \qquad 5y$ — *Raíces cuadradas del primer y el tercer términos.*

$2(4x)(5y) = 40xy$ — *Doble producto de las raíces cuadradas.*

Luego, $16x^2 - 40xy + 25y^2 = (4x - 5y)^2$

c. $a^4 + \frac{4}{3}a^2b + \frac{4}{9}b^2$

$a^2 \qquad \frac{2}{3}b$ — *Raíces cuadradas del primer y el tercer términos.*

$2(a^2)\left(\frac{2}{3}b\right) = \frac{4}{3}a^2b$ — *Doble producto de las raíces cuadradas.*

Luego, $a^4 + \frac{4}{3}a^2b + \frac{4}{9}b^2 = \left(a^2 + \frac{2}{3}b\right)^2$

Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción:

Existen algunos trinomios para los cuales se verifica que su primer y tercer términos son cuadrados perfectos, pero su segundo término no es el doble producto de las raíces cuadradas de estos.

Tal es el caso del trinomio $x^4 + 2x^2 + 9$.

Para lograr que un trinomio de esta forma se convierta en un trinomio cuadrado perfecto, basta con sumar y restar un mismo término (semejante al segundo) de tal forma que el segundo término sea el doble producto de las raíces cuadradas del primer y el tercer términos. A este proceso se le denomina completar cuadrados.

Ejercicios resueltos:

Indicar el término que se debe sumar y restar a cada trinomio para que se convierta en trinomio cuadrado perfecto.

a. $m^4 + 6m^2 + 25$ **b.** $4a^4 + 3a^2b^2 + 9b^4$

Solución:

a. Para que $m^4 + 6m^2 + 25$ sea un trinomio cuadrado perfecto, se necesita que el segundo término sea $10m^2$. Por tal razón, el término que se debe sumar y restar al trinomio es $4m^2$, pues $6m^2 + 4m^2 = 10m^2$.

b. Para que $4a^4 + 3a^2b^2 + 9b^4$ sea un trinomio cuadrado perfecto, se necesita que el segundo término sea $12a^2b^2$. Por tal razón, el término que se debe sumar y restar al trinomio es $9a^2b^2$, pues $3a^2b^2 + 9a^2b^2 = 12a^2b^2$.

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción, se completan cuadrados y se factoriza dicha expresión, primero, como un trinomio cuadrado perfecto y luego, como una diferencia de cuadrados.

Factorizar $x^4 + 3x^2 + 4$.

Solución:

$x^4 + 3x^2 + 4$

$= x^4 + 3x^2 + 4 + x^2 - x^2$ *Se suma y se resta x^2.*

$= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2$ *Se asocia convenientemente.*

$= (x^2 + 2)^2 - x^2$ *Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto.*

$= [(x^2 + 2) - x][(x^2 + 2) + x]$ *Se factoriza la diferencia de cuadrados.*

$= (x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$ *Se eliminan signos de agrupación y se ordena.*

Luego, $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$:

Expresiones como $x^2 + 5x + 6$, $a^4 + 3a^2 - 10$, $m^6 - 5m^3 - 36$ son trinomios de la forma $x^{2n} + bx^n + c$.

Los trinomios de esta forma presentan las siguientes características:

1. El coeficiente del primer término es 1.
2. El segundo término presenta la misma letra que el primero con su exponente a la mitad.
3. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo términos del trinomio.

Para factorizar un trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + c$, se buscan dos números r y s, tales que,

$$x^{2n} + bx^n + c = (x^n + r)(x^n + s)$$

donde $r + s = b$ y $r \cdot s = c$

Ejercicios resueltos:

Factorizar las siguientes expresiones.

a. $x^2 + 5x + 6$ **b.** $a^4 - 7a^2 - 30$ **c.** $x^6 + 27x^3 + 180$

Solución:

a. $x^2 + 5x + 6 = (x \quad)(x \quad)$

Raíz cuadrada del primer término del trinomio.

Se buscan dos números cuya suma sea 5 y cuyo producto sea 6. Estos números son 2 y 3.

Luego, $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

b. $a^4 - 7a^2 - 30 = (a^2 \quad)(a^2 \quad)$

Raíz cuadrada del primer término del trinomio.

Se buscan dos números cuya suma sea -7 y cuyo producto sea -30. Estos números son -10 y 3.

Luego, $a^4 - 7a^2 - 30 = (a^2 - 10)(a^2 + 3)$

c. $x^6 + 27x^3 + 180 = (x^3 \quad)(x^3 \quad)$

Raíz cuadrada del primer término del trinomio.

Se buscan dos números cuya suma sea 27 y cuyo producto sea 180. Para ello, se descompone 180 en sus factores primos. Así,

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Se buscan dos factores que cumplan la condición dada.

$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

$3 \cdot 5 = 15$

Luego, $x^6 + 27x^3 + 180 = (x + 12)(x + 15)$

Trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + c$:

Expresiones como $2x^2 + 3x - 2$, $6a^4 + 7a^2 + 2$, $7m^6 - 33m^3 - 10$ son trinomios de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$.

Los trinomios de esta forma presentan las siguientes características:

1. El coeficiente del primer término es diferente de 1.

2. El segundo término presenta la misma letra que el primero con su exponente a la mitad.

3. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo términos del trinomio.

Para factorizar un trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$ existen varios métodos. A continuación se describe uno de ellos.

- Se toma como valor de referencia el producto entre a y c.
- Se descompone ac en dos factores, s y t, de tal forma que $sx^n + tx^n = bx^n$.
- Se escribe el trinomio $ax^{2n} + bx^n + c$ como el polinomio equivalente a $ax^{2n} + sx^n + tx^n + c$.
- Se factoriza el polinomio obtenido como factor común por agrupación de términos.

Ejercicios resueltos:

Factorizar la siguiente expresión.

$4x^2 + 15x + 9$

Solución:

$4x^2 + 15x + 9$

- Se toma como valor de referencia el producto entre 4 y 9. Esto es

$$4 \cdot 9 = 36.$$

- Se descompone 36 en dos factores, s y t, tales que $sx + tx = 15x$.

En este caso $s = 12$ y $t = 3$, pues $12x + 3x = 15x$.

- Se escribe $4x^2 + 15x + 9$ como $4x^2 + 12x + 3x + 9$.

- Se factoriza dicha expresión como factor común por agrupación. Así,

$$\begin{aligned} 4x^2 + 15x + 9 &= 4x^2 + 12x + 3x + 9 \\ &= (4x^2 + 12x) + (3x + 9) \\ &= 4x(x + 3) + 3(x + 3) = (x + 3)(4x + 3) \end{aligned}$$

Luego, $4x^2 + 15x + 9 = (x + 3)(4x + 3)$

CIUDADELA EDUCATIVA DEL MAGDALENA MEDIO
"EDUCACIÓN CON CALIDAD Y COMPROMISO HUMANO"

PLAN DE APOYO – RECUPERACION DEL TERCER PERIODO

En cumplimiento de la Directiva Ministerial Nº 29, en concordancia con el Decreto 1290/2009 y el Artículo 5 del Sistema Institucional de Evaluación de la I. E. CIUDADELA EDUCATIVA DEL MAGDALENA MEDIO, por haber obtenido, como valoración final del Período, Desempeño Bajo en el Área o Asignatura.

OBJETIVO: Posibilitar la autonomía, eficacia y responsabilidad en los estudiantes, mediante la realización de las actividades propuestas, que le permitan superar los estándares en los que presenta bajo desempeño, durante el presente período académico**,** previa comprobación y/o sustentación del **PLAN DE APOYO**, durante el proceso de recuperación, ante el docente responsable de la asignatura.

ASIGNATURA	GRADO	JOR.	DOCENTE
MATEMÁTICAS	**OCTAVO 3-4-6**	**TARDE**	**JORGE JARABA VILLAMIZAR**

INDICADORES EN LOS QUE EL ESTUDIANTE PRESENTA DESEMPEÑO BAJO
Maneja criterios válidos y adecuados para descomponer expresiones algebraicas en dos o más factores.
Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área de una figura cuando sus dimensiones varían y realiza la representación gráfica del desarrollo plano de un poliedro y un cuerpo redondo.
Realiza operaciones entre conjunto para dar solución a situaciones problemas en diferentes contextos estadísticos.
CRITERIOS PARA LA EVALUACIÓN **(Aspectos y porcentajes a tener en cuenta en la evaluación del Plan de Apoyo)**
Presentación del trabajo **50%**
Evaluación escrita **50%**

ACTIVIDADES COGNITIVAS, PROCEDIMENTALES, DE CONSULTA, PRODUCTIVAS, DE INVESTIGACIÓN, ETC. SUGERIDAS PARA QUE SEAN DESARROLLADAS POR EL ESTUDIANTE, EN FORMA PERSONAL Y/O EN ASOCIO CON SU ACUDIENTE. (Incluye la evaluación de las actividades propuestas, la cual debe presentar en la fecha programada por la Institución)
Resolver la evaluación acumulativa y entregar los ejercicios resueltos junto con los ejercicios que se entregan anexos.
El trabajo debe ser presentado en hojas de examen cuadriculadas, teniendo en cuenta orden y pulcritud en su desarrollo.
Es fundamental presentar el trabajo escrito y firmado, para poder presentar la sustentación.
Presentarse a la evaluación **NOVIEMBRE 06** 806(Primera hora de clase) Y 803 (Tercera hora de clase) **– NOVIEMBRE 07** 804 (Tercera hora de clase). Traer lápiz, borrador, sacapuntas, regla y hoja de examen cuadriculada.

________________________________ ________________________________

Firma acudiente y/o padre de familia — Firma estudiante

NOTAS:

1. El estudiante debe conservar copia del presente Plan para eventuales reclamaciones.
2. En el momento de presentar las actividades el Docente recibirá el presente Plan de Apoyo debidamente firmado por el Estudiante y su Padre o acudiente, el cual guardará como evidencia.

Anexos:

Multiplicar los siguientes monomios por polinomios:

1. $3a\,(a-2b)$
2. $-5x\,(2-3x^2-5x)$
3. $7b\,(2a-b)$
4. $3x^2\,(3x^6-2x^4+x^3-2x+3)$
5. $-6x^5y^3\,(3x^2y-4xy^4-2x^2y^2)$
6. $(4xy-5xy^4)\bullet -6xy$
7. $(3m^2-2mn+n^6)\bullet 13m^4n^2$
8. $-15m^2np^4\,(mn^6p^2-m^4n^4p^2+mnp)$
9. $6m^2(2m-5n)-3m(6m^2+4n)$
10. $p^2q^4(2pq-pq^3-1)+3p^3q^2(q^3-q^5+p^2)$
11. $-3a^6b^2(-ab^3+ab+a^4b^6)\ -3a^7b^3(b^2-1$
12. $20\,abc(a+b-c)$
13. $a^5b^2-a^5(a^2-ab+b^2)$
14. $3x^6y^4(x^2+xy+y^2)$
15. $-3b(2ab+b^2+5bc)$
16. $7a^6b^8c^9(2abc-5a^2b+4ab^2c^2-abc^3)$
17. $(x^6y^{21}-4xy^{11}-9x^{10}y^2)\bullet -3x^6y^2$
18. $\frac{1}{2}x\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}y\right)$
19. $-\frac{1}{3}a^2\left(\frac{1}{2}ab+\frac{3}{5}ab^2\right)$
20. $\frac{3}{4}x^2y^6\left(\frac{2}{5}xy^4+4xy^2-1\right)$
21. $\frac{8}{3}p^2q\left(\frac{1}{4}pq-\frac{1}{5}pq^3+2pq\right)$
22. $-\frac{1}{8}a^2b^3c^6(abc-8a^2b^2c^2)$
23. $\frac{3}{5}x^6y^2z^4\left(1-xyz^4+\frac{2}{3}x^4y^2z^6\right)$
24. $-\frac{3}{4}m^7n^2\left(14m^6n-\frac{2}{3}mn^4-\frac{2}{9}m^6n^2\right)$
25. $\frac{2}{5}x^2y\,(x^2y-xy^2)$
26. $-\frac{1}{2}a^6b^4c^3\left(\frac{4}{5}ab^2-\frac{4}{7}a^3b^2-\frac{1}{4}a\right)$
27. $0{,}03a^6b^2\,(1-a^2b^2-0{,}03ab^3)$
28. $-0{,}5m^4n^2\,(-0{,}5m^6n-2mn^3+3{,}5mn^3)$
29. $0{,}07a^4b^2\,(100ab^4-10ab^3-2ab)$
30. $1{,}2x^6y^{11}\,(2{,}1xy^9-1{,}1x^2y^2+2{,}1xy^8)$
31. $0{,}5abc\,(a^2-b^2-c^2)+4{,}8abc(a^2-b^2-c^2)$
32. $-2{,}2x^6y^3z\,(1{,}1xyz-1{,}2x^2y^2z^2+3xyz^3)$
33. $\frac{3}{4}p^2qr^{12}\left(-\frac{3}{5}p^2qr^3+\frac{3}{4}pqr^6\right)$
34. $-\frac{2}{5}m^{11}n^{10}p\left(10m^2n-\frac{35}{8}m^6n^2+2\right)$
35. $-\frac{17}{9}x^8y^6\left(1-\frac{3}{4}x^6y^{11}-\frac{27}{34}x^6y^8\right)$

Esp. Jorge Jasaba Villamizar
17 OCT 2019
Área Matemáticas

1. $(x + y)(x^2 + y^2)$
2. $(2a + b)(3a - 2b)$
3. $(1 - x)(1 - y)$
4. $(2x - 6y)(x^2 - 2xy)$
5. $(x^2 + 3x^2y)(-3xy^2 + 4xy^3)$
6. $(4x + y)(-2x - 5xy)$
7. $(6a - 5b)(2b + 7a)$
8. $(a + b + 1)(a - b)$
9. $(2a - 3ab + b^2)(b - b^2)$
10. $(5x^2y + 2xy^2 - 3xy)(x - y^2)$
11. $(m^2 + n^2 - mn)(2m - 3n)$
12. $(-3xy - 2xy^2)(xy^2 - 5xy)$
13. $(2p^2q + 3pq^{11} - 5pq^4)(-3pq + 2p)$
14. $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$
15. $(a + b)(a - b)$
16. $(x + 4)(x - 6)$
17. $(a^2 + 5)(a^2 + 7)$
18. $(2p - 4)(2p + 7)$
19. $(2x - 3y - 4z)(x + y + z)$
20. $(x^2 + y^2 - z^2)(2x - 3y - 4z)$
21. $(a + 1)(a^n + a^{n+1} + a^{n+2})$
22. $(a - 1)(a^{n-1} + a^n + a^{n+1})$
23. $(u - v)(u^2 - 3uv + v^2)$
24. $(x + y)(x^2 + 2xy + y^2)$
25. $(-3x + y^2)(x^2 - xy - y)$
26. $(2y + 3x)(x^2 - xy + 2y^2)$
27. $(-3x - 2y + z)(x + y - 3z)$
28. $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
29. $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$
30. $(a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$
31. $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$
32. $(x + y)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3})$
33. $(p^2 - q^2)(p^n - p^nq^n - q^n)$

Resolver los siguientes binomios al cuadrado:

5. $(2a - 3b)^2$
6. $(x + 1)^2$
7. $(a - 6)^2$
8. $(x + 9)^2$
9. $(3p - 1)^2$
10. $(x + 5)^2$
11. $(6x - 5y)^2$
12. $(2m - 1)^2$
13. $(6x^2y + 2x)^2$
14. $(4pq - 3q)^2$
15. $(9x^2 - 7y^2)^2$
16. $(8a^2b + 7ab^6)^2$
17. $(15x^2y - 3xy^2z^6)^2$
18. $(2a - 3b)^2 + (3a - 5b)^2$
19. $(11x - 5y)^2 - (13x + 3y)^2 + (x - 2y)^2$
20. $\left(\frac{a}{2} + 2b\right)^2 + \left(2a - \frac{b}{2}\right)^2$
21. $\left(3a - \frac{b}{5}\right)^2$
22. $\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{5}yz\right)^2$
23. $(0{,}1a^2 - 0{,}2abc)^2$
24. $(1{,}5xy^2 + 2{,}5x^2y)^2$
25. $\left(\frac{3}{4}a^2b^3 - \frac{3}{5}ab^6\right)^2$

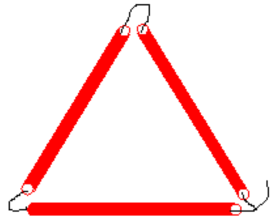
Resolver los siguientes binomios al cubo:

1. $(a + b)^3$
2. $(p - q)^3$
3. $(x + 2)^3$
4. $(a - 3)^3$
5. $(t + 4)^3$
6. $(2 - a)^3$
7. $(2a - b)^3$
8. $(3a - 5b)^3$
9. $(2x + 3y)^3$
10. $(1 - 3y)^3$
11. $(2 + 3t)^3$
12. $(3a - 2x)^3$
13. $(5a - 1)^3$
14. $(3a^2 - 2a)^3$
15. $(t^2 + t^3)^3$
16. $(1 + x^4)^3$
17. $(2t - 3a^2)^3$
18. $(u^2 + 5v)^3$
19. $\left(\frac{1}{2} - a\right)^3$
20. $\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^3$
21. $\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{3}b\right)^3$
22. $\left(\frac{5}{2}p + \frac{3}{2}q\right)^3$
23. $\left(\frac{1}{10}m - \frac{1}{5}n\right)^3$
24. $\left(a - \frac{a}{3}\right)^3$
25. $\left(\frac{1}{2}t + 2t^2\right)^3$

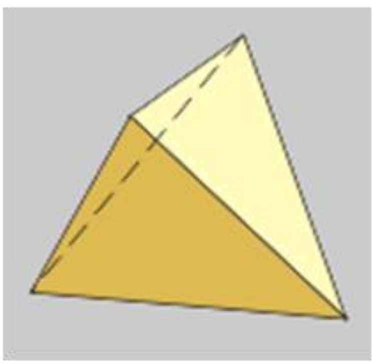
TRABAJO DE GEOMETRÍA.

Materiales:
Hilo para tejer o bordar – Pitillos plásticos (partidos por la mitad) – Una tijera – Una aguja de alambre.

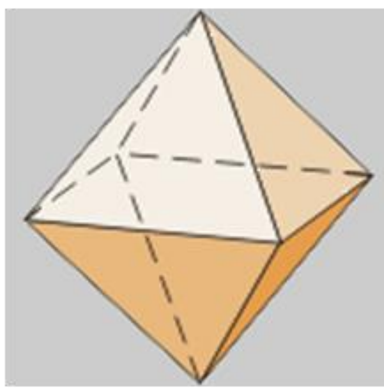
Construir todas las figuras que aparecen a continuación:



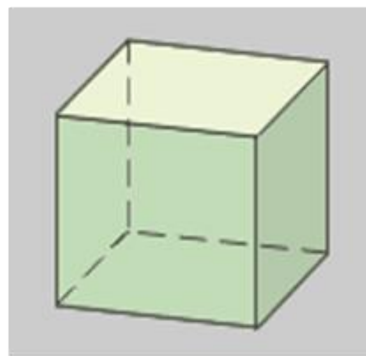
Tetraedro

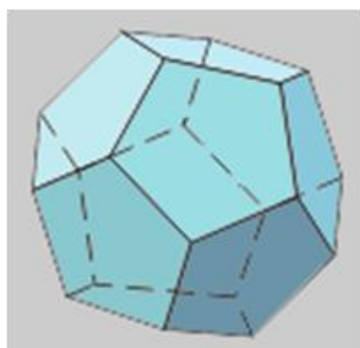


Octaedro



Cubo (Hexaedro)





Icosaedro

Dodecaedro