En la vida diaria se usan continuamente proporciones numéricas. Así,

- la preparación de una receta está sujeta a proporciones exactas entre sus componentes.
- Para preparar un postre es necesario utilizar cantidades de cada uno de los ingredientes, proporcionales a la cantidad total de postre.

Este tipo de relaciones se pueden expresar matemáticamente a través del cociente entre dos números.

Razones:

El cociente indicado entre dos números a y b, $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$ se llama la ***razón*** *entre a y b. En una razón, el dividendo a recibe el nombre de* ***antecedente*** *y el divisor b recibe el nombre de* ***consecuente.***

Una razón se puede representar como $\frac{a}{b}$ o como $a : b$ y se lee "la razón de a a b" o "a es a b".

Por ejemplo, $\frac{3}{8}$ representa la razón de 3 a 8.

Ejercicios resueltos

1. Escribir cada expresión como una razón.

a. Razón de 5 a 7

b. 1,5 es a $\frac{1}{2}$

c. 0,5 es a 0,2

Solución:

a. $\frac{5}{7}$ **b.** $\frac{1,5}{\frac{1}{2}}$ **c.** $\frac{0,5}{0,2}$

2. Expresar mediante una razón las situaciones que se presentan a continuación.

a. En un salón de clase por cada 15 mujeres hay 18 hombres.

b. En una receta se debe utilizar 1 libra de mantequilla por cada 2 libras de harina.

Solución:

a. $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ *Se simplifica la fracción que representa la razón.*

Es decir, la razón entre el número de mujeres y el número de hombres es $5 : 6$.

La razón entre el número de mujeres y el total de estudiantes es $\frac{15}{33} = \frac{5}{11}$, es decir, $5 : 11$.

b. La razón entre la cantidad de mantequilla y la cantidad de harina es $\frac{1}{2}$, es decir, de $1 : 2$.

Planteamiento y resolución de problemas:

Como se ha estudiado, para la solución de problemas que implican el uso de ecuaciones, se desarrolla el siguiente procedimiento: interpretación del enunciado, planteamiento y resolución de la ecuación y comprobación de la solución.

Ejercicios resueltos

Plantear una ecuación y resolverla.

a. Las tres quintas partes de los estudiantes de un salón de clase son mujeres. Si en el curso hay 15 mujeres, ¿cuántos estudiantes hay en el salón?

Solución:

Interpretación del enunciado. Se asigna la letra e al número total de estudiantes en la clase. Así,

Número de estudiantes: e

Tres quintas partes del número de estudiantes: $\frac{3}{5} \times e$

Planteamiento y resolución de la ecuación. Como las tres quintas partes son mujeres y de ellas hay 15, se tiene

$\frac{3}{5}e = 15$ $\quad$ $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5}e = \frac{5}{3} \times 15$ $\quad$ $1 \times e = \frac{75}{3}$ $\quad$ $e = 25$

El número de estudiantes en la clase es 25.

b. Un lote tiene la forma del polígono de la figura 1. Determinar la longitud del lado x si el perímetro es 2 metros.

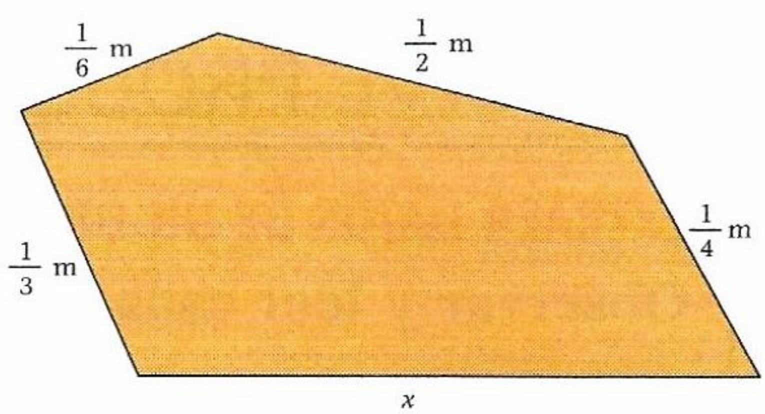


Figura 1

Interpretación del enunciado. Se asignó la letra x al lado desconocido del polígono.

Longitud del lado desconocido: x

Planteamiento y resolución de la ecuación. Como el perímetro es la suma de la longitud de los lados del polígono y equivale a 2 m, se tiene que

$$x + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 2$$

$x + \frac{5}{4} = 2$ $\quad$ *Se realizan las operaciones.*

$x + \frac{5}{4} - \frac{5}{4} = 2 - \frac{5}{4}$ *Se resta* $-\frac{5}{4}$ *en ambos miembros.*

$x = \frac{3}{4}$ *Solución de la ecuación.*

La longitud del lado x es $\frac{3}{4}$ metros.

PROPORCIONES

Una igualdad entre dos razones recibe el nombre de proporción.

La proporción entre las razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ con $b \neq 0$ y $d \neq 0$, se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, o $a : b :: c : d$ y se lee "a es a b como c es a d".

En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a y d se llaman **extremos** y b y c se llaman **medios**.

Por ejemplo, en la proporción $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$, que también podemos escribir $2 : 5 :: 10 : 25$; 2 y 25 son los extremos y 5 y 10 son los medios.

En una proporción **continua** se cumple que los medios o los extremos son iguales entre sí.

Por ejemplo, la proporción $\frac{2}{10} = \frac{10}{50}$ es continua.

Al término que se repite en una proporción continua se le llama **media proporcional** de los términos no repetidos.

Así, en la proporción $\frac{2}{10} = \frac{10}{50}$, 10 es la media proporcional de 2 y 50.

Cada término de una proporción con todos sus términos diferentes se llama **cuarta proporcional** de los otros tres elementos.

Por ejemplo, en la proporción $\frac{6}{4} = \frac{3}{x}$, x es cuarta proporcional de 6, 4 y 3.

De la misma manera, en la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, d es cuarta proporcional de a, b y c.

Propiedades fundamentales de la proporción

En toda proporción se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos. Es decir, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si y sólo si, $a \times d = c \times b$.

Por ejemplo, en la proporción $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ se cumple que $2 \times 10 = 4 \times 5$.

Ejercicios resueltos:

1. Determinar si con cada uno de los siguientes pares de razones se puede establecer una proporción.

a. $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{3}$ **b.** $\frac{2{,}5}{4}$ y $\frac{7{,}5}{12}$ **c.** $\frac{\frac{1}{3}}{4}$ y $\frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{3}}$

Solución:

a. $3 \times 3 = 9$ y $5 \times 5 = 25$ *Se verifica si se cumple la propiedad fundamental de las proporciones.*

$3 \times 3 \neq 5 \times 5$

Luego, entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{3}$ no se puede establecer una proporción.

b. $2{,}5 \times 12 = 30$ y $4 \times 7{,}5 = 30$, luego, $\frac{2{,}5}{4} = \frac{7{,}5}{12}$ es una proporción.

c. $\frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9}$ y $4 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$, luego, $\frac{\frac{1}{3}}{4} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{3}}$ es una proporción.

2. A partir de las siguientes igualdades escribir una proporción.

a. $0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}12 \times 4$ **b.** $\frac{1}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{10} \times 3$

Solución:

a. Puesto que $0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}12 \times 4$, se tiene que $\frac{0{,}8}{0{,}12} = \frac{4}{0{,}6}$

b. Puesto que $\frac{1}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{10} \times 3$ se tiene que $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{10}} = \frac{3}{\frac{6}{5}}$

3. Calcular la cuarta proporcional en la siguiente proporción.

$\frac{4}{8} = \frac{3}{n}$

Solución

$4 \times n = 8 \times 3$ *Se aplica la propiedad fundamental.*

$4n = 24$ *Se resuelven las operaciones indicadas.*

$n = 6$ *Se halla el valor de n.*

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

En múltiples situaciones de la vida cotidiana se hacen mediciones, es decir, se asignan cantidades a algunas propiedades que caracterizan a los objetos. Se denomina **magnitud** a una cualidad de un objeto a la cual se le puede asignar medida. La temperatura, la longitud, la superficie, el tiempo y el peso son ejemplos de magnitudes.

En la interpretación de fenómenos o situaciones es útil analizar la dependencia entre dos magnitudes, por lo cual se acostumbra representar los valores en tablas y en gráficas en el plano cartesiano. Por ejemplo, en la siguiente tabla se presenta la distancia d, a la cual se encuentra un carro de juguete con respecto a un punto de partida para diferentes valores del tiempo t. La distancia se ha medido en metros y el tiempo en segundos.

Tiempo (segundos)	0	1	2	3	4	5
Distancia (metros)	0	0,25	1	2,25	4	6,25

En la figura 1 se muestra el plano cartesiano que representa la situación.

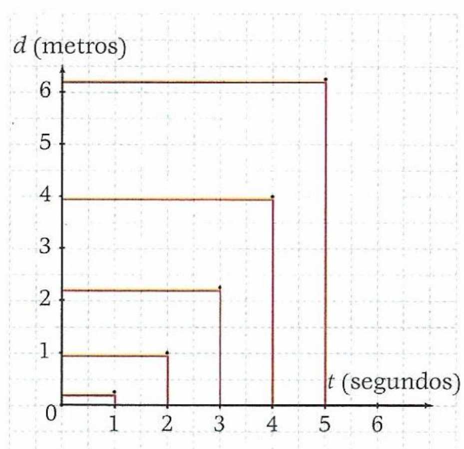


Figura 1

Magnitudes directamente correlacionadas:

Dos magnitudes se denominan directamente correlacionadas si, al aumentar una de ellas, la otra también aumenta o, al disminuir una de ellas, la otra también disminuye.

En el ejemplo de la distancia recorrida por el juguete, se puede observar que cuando el tiempo aumenta, la distancia aumenta; luego, la distancia y el tiempo son magnitudes directamente correlacionadas.

Magnitudes directamente proporcionales:

Dos magnitudes son directamente proporcionales si la razón entre cada valor de una de ellas y el respectivo valor de la otra es igual a una constante. A esa constante se le llama constante de proporcionalidad.

Si un tren avanza 30 km hacia el norte cada vez que transcurre una hora. El tiempo y la distancia que recorre se representan en la siguiente tabla.

Tiempo (horas)	1	2	3	4	5
Distancia (kilómetros)	30	60	90	120	150

Se observa que al aumentar el tiempo, la distancia aumenta. Así que las magnitudes son directamente correlacionadas. Cuando se calcula la razón entre cada distancia y su respectivo valor del tiempo, se tiene

$\frac{30}{1} = 30 \qquad \frac{60}{2} = 30 \qquad \frac{90}{3} = 30 \qquad \frac{120}{4} = 30 \qquad \frac{150}{5} = 30$

Las magnitudes distancia recorrida y tiempo son directamente proporcionales, porque la razón entre sus respectivos valores es constante e igual a 30. Es decir, la constante de proporcionalidad es 30.

> *Si dos magnitudes, x y y, son directamente proporcionales, se cumple que*
>
> $$\frac{y}{x} = k, \text{ } k \text{ es la constante de proporcionalidad.}$$
>
> *Los valores de las magnitudes x y y se relacionan mediante la expresión*
>
> $$y = k \times x$$

Así, en el ejemplo anterior los valores de la distancia recorrida y el tiempo se pueden relacionar mediante la expresión

$$d = 30 \times t$$

En la figura 2 se puede observar la representación gráfica de la relación anterior. Al unir los puntos se obtiene una recta que pasa por el origen.

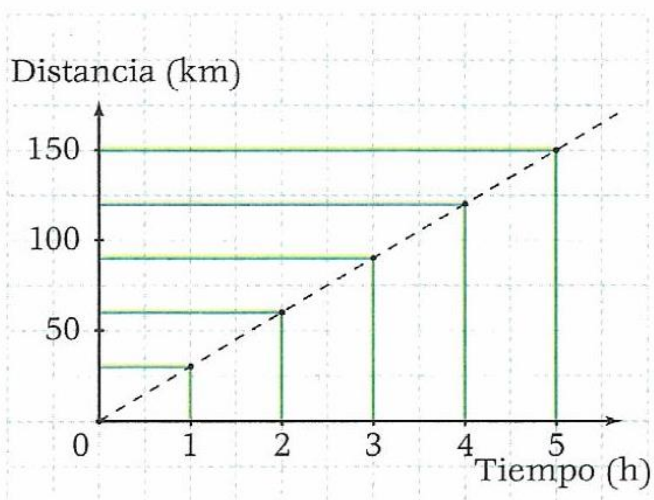


Figura 2

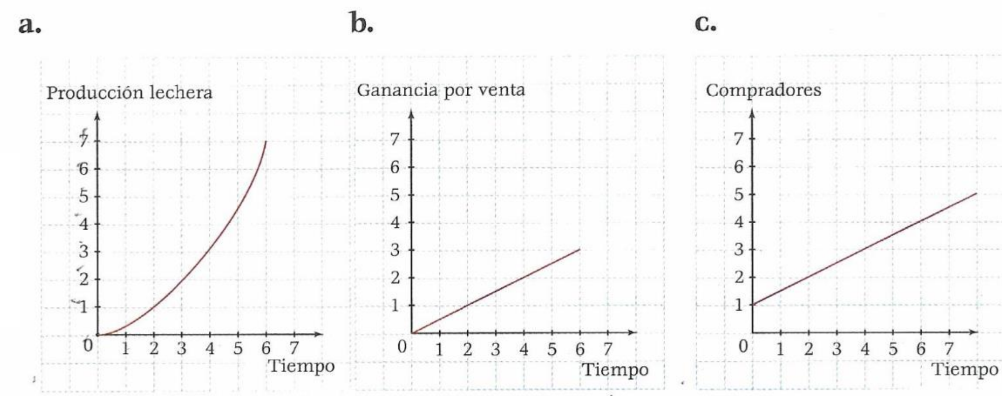
> *Cuando, en el plano cartesiano, se unen los puntos que representan los valores de dos magnitudes directamente proporcionales, se obtiene una línea recta que pasa por el origen.*

Propiedades de las magnitudes directamente proporcionales:

Si x y y son magnitudes directamente proporcionales, m y n son los valores de la magnitud x que corresponden a los valores p y q de la magnitud y, respectivamente, se cumple que $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$.

Ejercicios resueltos:

1. **Determinar si las magnitudes representadas en las gráficas son directamente proporcionales o directamente correlacionadas.**



Solución:

a. Las magnitudes representadas son directamente correlacionadas porque cuando el tiempo aumenta, la producción lechera aumenta. Las magnitudes no son directamente proporcionales porque la gráfica que las representa no es una recta que pasa por el origen.

b. Como la línea que une los puntos es una recta que pasa por el origen, entonces, las magnitudes representadas son directamente proporcionales.

c. Las magnitudes representadas son directamente correlacionadas. Las magnitudes no son directamente proporcionales porque la recta no pasa por el origen.

2. Determinar la constante de proporcionalidad para los datos representados en la gráfica de la figura 3.

Solución:

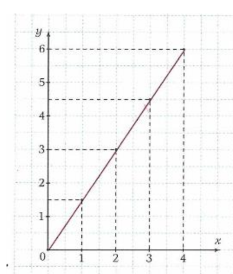


Figura 3

Las magnitudes que se relacionan en la figura 3 son directamente proporcionales. Así, para hallar la constante de proporcionalidad, basta calcular la razón entre los valores de las coordenadas de cualquier punto. Por ejemplo, el cálculo para los puntos (1; 1,5) y (3; 4,5) es el siguiente:

$$\frac{1{,}5}{1} = 1{,}5 \qquad \frac{4{,}5}{3} = 1{,}5 \qquad \text{entonces, } k = 1{,}5$$

3. Completar cada tabla si se sabe que las magnitudes dadas son directamente proporcionales.

a.

Leche (L)	4	7	11	13
Queso (unidades)		14		

b.

Maíz				5
Arepas	6	9	12	15

Solución:

a. Por ser directamente proporcionales se cumple que

$$\frac{4}{x} = \frac{7}{14} \qquad x = 8$$

x	4	7	11	13
y	8	14	22	26

b. Por ser directamente proporcionales se cumple que

$$\frac{x}{12} = \frac{5}{15} \qquad x = 4$$

x	2	3	4	5
y	6	9	12	15

PROPORCIONALIDAD INVERSA

En algunas situaciones se cumple que cuando los valores de una magnitud aumentan, los valores correspondientes de otra magnitud disminuyen.

Magnitudes inversamente correlacionadas

Dos magnitudes se denominan **inversamente correlacionadas** cuando, al aumentar una de ellas, la otra disminuye. La siguiente tabla muestra los valores de dos magnitudes inversamente correlacionadas.

x	2	4	6	8
y	8	6	4	2

Cuando los valores de la magnitud x aumentan, los valores de la magnitud y disminuyen. En el plano cartesiano de la figura 6, se representan los valores de las magnitudes.

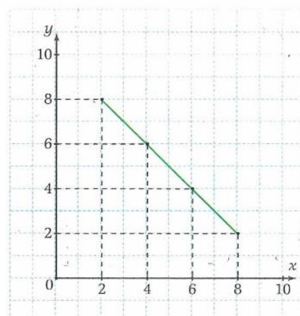


Figura 6

Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando el producto de cada valor de una magnitud por el respectivo valor de la otra es igual a una constante. Esta constante es llamada constante de proporcionalidad inversa.

Por ejemplo, el tiempo (t) y la velocidad (v) empleados en recorrer determinada distancia son magnitudes inversamente proporcionales. A medida que la velocidad aumenta, el tiempo que se emplea en el recorrido disminuye. En la tabla siguiente se representan los valores de la velocidad con que un carro recorre cierta distancia y el tiempo que emplea en hacerlo.

Tiempo (h)	2	1	0,5	0,4
Velocidad (km/h)	10	20	40	50

En este caso se cumple que: si el tiempo en recorrer determinada distancia con velocidad de 10 km/h es 2 horas, entonces, el tiempo en recorrer la misma distancia con velocidad de 20 km/h es 1 hora. Así, se pueden plantear las siguientes relaciones.

$10 \times 2 = 20$ $\quad 20 \times 1 = 20$ $\quad 40 \times 0,5 = 20$ $\quad 50 \times 0,4 = 20$

En este caso, la constante de proporcionalidad inversa es 20.

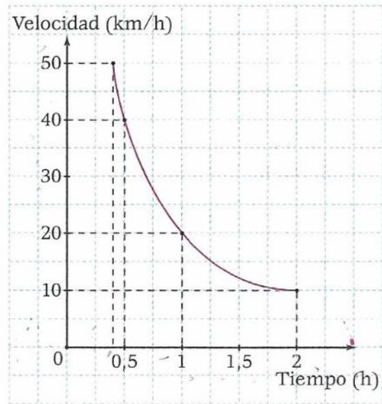


Figura 7

> *Dos magnitudes, x y y, son inversamente proporcionales si el producto de cada valor de la magnitud y por su correspondiente valor de la magnitud x es igual a una constante.*
>
> $x \times y = k$, *k constante de proporcionalidad inversa.*
>
> *Se cumple que los valores de las dos magnitudes se relacionan mediante la expresión* $y = \dfrac{k}{x}$

En el ejemplo anterior, las magnitudes v y t se relacionan mediante la expresión $v = \dfrac{20}{t}$.

En la figura 7 se puede observar la representación gráfica de la relación anterior.

> *Si x y y son magnitudes inversamente proporcionales, m y n son valores de la magnitud x que corresponden, respectivamente, a los valores p y q de la magnitud y, se cumple que*
>
> $$\frac{m}{n} = \frac{q}{p}$$

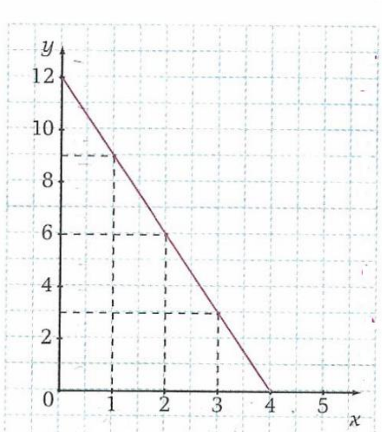
Por ejemplo, en los valores representados en la tabla para la velocidad y el tiempo (página anterior), se tiene que

$$\frac{2}{1} = \frac{20}{10} \qquad \frac{1}{0{,}5} = \frac{40}{20} \qquad \frac{0{,}5}{0{,}4} = \frac{50}{40}$$

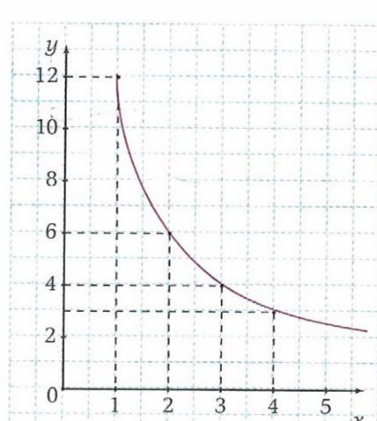
Ejercicios resueltos

1. Determinar si las magnitudes representadas en las gráficas son inversamente proporcionales o inversamente correlacionadas. Para aquellas que sean inversamente proporcionales, determinar la constante de proporcionalidad inversa y la expresión que relaciona las dos magnitudes.

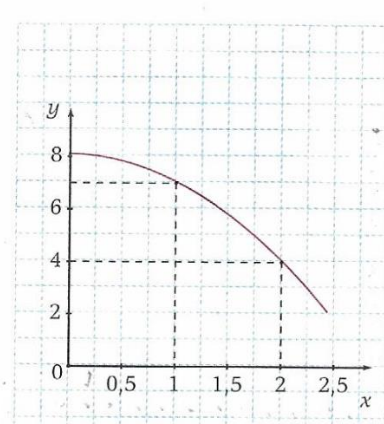
a.



b.



c.



Solución:

a. Se observa que cuando los valores de x aumentan, los valores de y disminuyen, por tanto, las magnitudes son inversamente correlacionadas. Sin embargo, para determinar si las magnitudes son inversamente proporcionales, se deben calcular y comparar los productos entre los respectivos valores de las coordenadas de dos puntos cualesquiera. Así,

$1 \times 9 = 9$

$2 \times 6 = 12$ *Se tomaron los puntos (1, 9) y (2, 6).*

Como $1 \times 9 \neq 2 \times 6$, las magnitudes no son inversamente proporcionales.

b. Se observa que cuando los valores de x aumentan, los valores de y disminuyen, por tanto, las magnitudes son inversamente correlacionadas. Además,

$1 \times 12 = 12$

$2 \times 6 = 12$ *Se tomaron los puntos (1, 12), (2, 6), (3, 4) y (4, 3).*

Luego, las magnitudes son inversamente proporcionales.

La constante de proporcionalidad es 12 y la expresión que las relaciona es $y = \dfrac{12}{x}$.

c. Se observa que cuando los valores de x aumentan, los valores de y disminuyen, por tanto, las magnitudes son inversamente correlacionadas.

Sin embargo, para determinar si las magnitudes son inversamente proporcionales, se deben calcular y comparar los productos entre los respectivos valores de las coordenadas de dos puntos cualesquiera. Así,

$0 \times 8 = 0 \quad 1 \times 7 = 7$ *Se tomaron los puntos (0, 8) y (1, 7).*

Como $0 \times 8 \neq 1 \times 7$, las magnitudes no son inversamente proporcionales.

2. Completar la tabla si x y y son magnitudes inversamente proporcionales. Determinar la constante de proporcionalidad inversa.

a.

x	3	4,5	9	12
y			2	

b.

x	2	3	4	6
y			6	

Solución:

Se aplica la propiedad fundamental de las magnitudes inversamente proporcionales.

a. $\dfrac{9}{4,5} = \dfrac{x}{2} \qquad x = 4$

En forma similar se calculan los otros valores.

x	3	4,5	9	12
y	6	4	2	1,5

b. $\dfrac{6}{4} = \dfrac{6}{x} \qquad x = 4$

En forma similar se calculan los otros valores.

x	2	3	4	6
y	12	8	6	4

La constante de proporcionalidad se calcula multiplicando los respectivos valores de x y y.

a. $k = 18$

b. $k = 24$

3. Observar la gráfica de la figura 8 y contestar las preguntas formuladas a continuación.

a. ¿Qué clase de magnitudes se comparan en la gráfica?

b. ¿Existe una constante de proporcionalidad? ¿Cuál es?

c. Escribir la expresión que relaciona las dos magnitudes.

d. Si $x = 2{,}5$, ¿cuál es el valor de y?

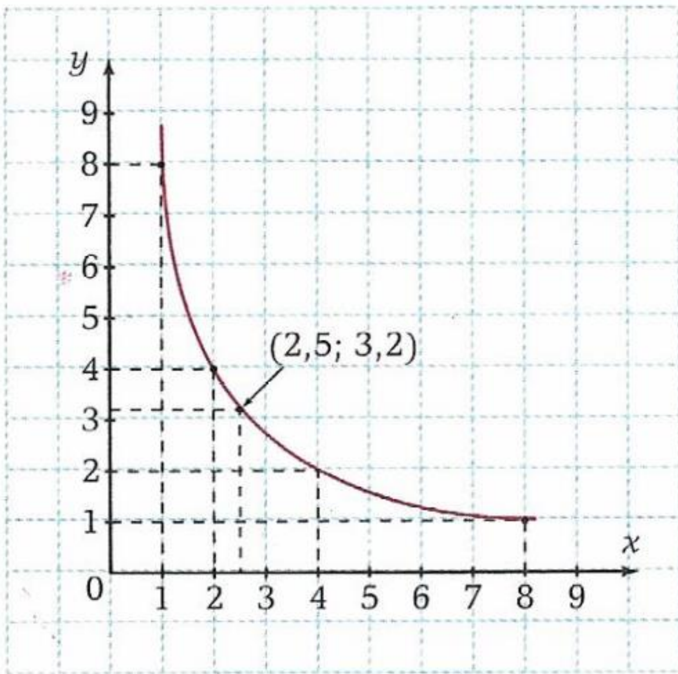


Figura 8

Solución:

a. En la gráfica se comparan magnitudes inversamente proporcionales, pues el producto de valores correspondientes de las magnitudes es constante. Así, $1 \times 8 = 2 \times 4 = 4 \times 2 = 8 \times 1 = 8$.

b. La constante de proporcionalidad inversa es 8.

c. La ecuación que relaciona las dos magnitudes es $y = \frac{8}{x}$.

d. Para hallar la cantidad correspondiente a $x = 2{,}5$ se remplaza este valor en la expresión que relaciona las magnitudes.

Como $y = \frac{8}{x}$

Para $x = 2{,}5$ se tiene $y = \frac{8}{2{,}5}$. Luego, $y = 3{,}2$. El punto $(2{,}5; 3{,}2)$ se ubica sobre la gráfica que representa las magnitudes (*figura 8*).

APLICACIONES DE LA PROPORCIONALIDAD

Regla de tres simple

La regla de tres simple es un procedimiento empleado para resolver situaciones de proporcionalidad entre dos magnitudes. Consiste en hallar el valor de una magnitud a partir de tres valores conocidos, dos de ellos de la misma magnitud.

Regla de tres simple directa

Un problema se denomina de regla de tres simple directa cuando las magnitudes que intervienen son directamente proporcionales.

Para resolver un problema de regla de tres simple directa se procede de la siguiente manera:

- Se nombra la cantidad desconocida con una letra y se elabora una tabla con las magnitudes que intervienen.
- Se plantea una proporción de acuerdo con la propiedad fundamental de las magnitudes directamente proporcionales y se encuentra el término desconocido.

Ejercicios resueltos

Plantear y resolver los siguientes problemas.

a. Un paquete que contiene 6 tornillos cuesta $950 pesos. ¿Cuál es el precio de 9 tornillos de la misma especie?

b. Con 200 litros de agua se llenan $\frac{4}{15}$ de un tanque. Determinar la capacidad del tanque.

Solución:

Precio	Número de artículos
950	6
p	9

Tabla 1

a. El precio y el número de tornillos son magnitudes directamente proporcionales. Pues, si el número de tornillos aumenta, se espera que el precio aumente en la misma proporción.

Sea p el precio de los 9 tornillos. Al comparar las magnitudes de la tabla 1, la proporción correspondiente es

$$\frac{950}{6} = \frac{p}{9} \qquad 6p = 950 \times 9$$

Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.

$$p = \frac{8.550}{6} = 1.425$$

Así, el precio de los 9 tornillos es $1.425.

Capacidad	Número de litros
$\frac{4}{15}$	200
1	l

Tabla 2

b. La relación entre la cantidad de litros y la capacidad del tanque es de proporcionalidad directa.

Como la capacidad del tanque es una totalidad, a esta magnitud se le asigna el valor de 1. Sea l la cantidad de litros que puede contener el tanque, al comparar las magnitudes de la tabla 2, la proporción correspondiente es

$$\frac{\frac{4}{15}}{200} = \frac{1}{l} \qquad \frac{4}{15}l = 200 \times 1$$

Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.

$$l = \frac{3.000}{4} = 750$$

Luego, la capacidad del tanque es 750 litros.

Regla de tres simple inversa

Un problema se denomina de regla de tres simple inversa cuando las magnitudes que intervienen son inversamente proporcionales.

Para resolver un problema de regla de tres simple inversa se procede de la siguiente manera:

- Se nombra la cantidad desconocida con una letra y se elabora una tabla con las magnitudes que intervienen.
- Se plantea una proporción de acuerdo con la propiedad fundamental de las magnitudes inversamente proporcionales y se encuentra el término desconocido.

Ejercicios resueltos

Plantear y resolver los siguientes problemas.

a. Seis máquinas de una fábrica producen los artículos de un pedido en 7,5 horas de funcionamiento. ¿En cuánto tiempo se producirían los artículos si hubiera nueve máquinas disponibles?

b. El combustible empleado para el funcionamiento de seis máquinas dura 5,4 días. ¿Para cuántos días alcanza la misma cantidad de combustible, si solo se emplean cuatro máquinas?

Solución:

Tiempo	Número de máquinas
7,5	6
t	9

Tabla 3

Tiempo	Número de máquinas
5,4	6
x	4

Tabla 4

a. El tiempo empleado en la producción y el número de máquinas son magnitudes inversamente proporcionales, porque si el número de máquinas aumenta, se espera que el tiempo empleado disminuya en la misma proporción.

Sea t el tiempo que emplean 9 máquinas en hacer la producción.

Como se trata de una situación de proporcionalidad inversa, al comparar las magnitudes de la tabla 3, la proporción correspondiente es $\frac{7,5}{t} = \frac{9}{6}$

$9t = 7,5 \times 6$ *Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.*

$t = \frac{45}{9} = 5$ *Se halla el valor de t.*

Así, las nueve máquinas emplean 5 horas en hacer la producción.

b. La relación entre el tiempo de duración del combustible y la cantidad de máquinas en funcionamiento es de proporcionalidad inversa. Si el número de máquinas disminuye, se espera que el tiempo de duración del combustible aumente en la misma proporción.

Sea x el tiempo de duración del combustible para 4 máquinas.

Como se trata de una situación de proporcionalidad inversa, la proporción correspondiente es $\frac{5,4}{x} = \frac{4}{6}$ (*tabla 4*).

$4x = 5,4 \times 6$ *Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.*

$x = \frac{32,4}{4} = 8,1$ *Se halla el valor de x.*

Con las cuatro máquinas en funcionamiento, el combustible dura 8,1 días.

CIUDADELA EDUCATIVA DEL MAGDALENA MEDIO
"EDUCACIÓN CON CALIDAD Y COMPROMISO HUMANO"

PLAN DE APOYO – RECUPERACION DEL TERCER PERIODO

En cumplimiento de la Directiva Ministerial Nº 29, en concordancia con el Decreto 1290/2009 y el Artículo 5 del Sistema Institucional de Evaluación de la I. E. CIUDADELA EDUCATIVA DEL MAGDALENA MEDIO, por haber obtenido, como valoración final del Período, Desempeño Bajo en el Área o Asignatura.

OBJETIVO: Posibilitar la autonomía, eficacia y responsabilidad en los estudiantes, mediante la realización de las actividades propuestas, que le permitan superar los estándares en los que presenta bajo desempeño, durante el presente período académico**,** previa comprobación y/o sustentación del **PLAN DE APOYO**, durante el proceso de recuperación, ante el docente responsable de la asignatura.

ASIGNATURA	GRADO	JORNADA	DOCENTE
MATEMÁTICAS	**SEPTIMOS**	**MAÑANA**	**JORGE JARABA VILLAMIZAR**

INDICADORES EN LOS QUE EL ESTUDIANTE PRESENTA DESEMPEÑO BAJO
Utiliza diferentes relaciones, operaciones y representaciones en los números enteros y números racionales para argumentar y solucionar problemas en los que aparecen cantidades desconocidas.
Identifica y clasifica polígonos y poliedros de acuerdo a sus propiedades, construye poliedros regulares teniendo en cuenta sus características.
Plantea preguntas para realizar estudios estadísticos en los que representa información mediante histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos circulares entre otros; identifica variaciones, relaciones o tendencias para dar respuesta a las preguntas planteadas.
CRITERIOS PARA LA EVALUACIÓN **(Aspectos y porcentajes a tener en cuenta en la evaluación del Plan de Apoyo)**
Presentación del trabajo **50%**
Evaluación escrita **50%**

ACTIVIDADES COGNITIVAS, PROCEDIMENTALES, DE CONSULTA, PRODUCTIVAS, DE INVESTIGACIÓN, ETC. SUGERIDAS PARA QUE SEAN DESARROLLADAS POR EL ESTUDIANTE, EN FORMA PERSONAL Y/O EN ASOCIO CON SU ACUDIENTE. (Incluye la evaluación de las actividades propuestas, la cual debe presentar en la fecha programada por la Institución)
Plantea y socializa soluciones algorítmicas dadas a problemas cotidianos, utilizando y evidenciando las operaciones básicas con números racionales utilizadas para la solución de problemas.
Construye e identifica gráfica del desarrollo de un poliedro y un cuerpo redondo.
Realiza operaciones entre conjunto para dar solución a situaciones problemas en diferentes contextos estadísticos.
Presentarse a la evaluación **NOVIEMBRE 05** (En la primera hora correspondiente a la clase). Traer lápiz, borrador, sacapuntas, regla y hoja de examen cuadriculada.

Esp. Jorge Jaraba Villamizar
17 OCT 2014
Área Matemáticas

Firma acudiente y/o padre de familia

Firma estudiante

NOTAS:

1. El estudiante debe conservar copia del presente Plan para eventuales reclamaciones.
2. En el momento de presentar las actividades el Docente recibirá el presente Plan de Apoyo debidamente firmado por el Estudiante y su Padre o acudiente, el cual guardará como evidencia.

Anexos:

RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIO

PRÁCTICA

1. Resuelve las siguientes operaciones con números enteros.

a. $5 - 10$ **b.** $7 - 4$ **c.** $4 - 12$ **d.** $2 - 16$
e. $13 - 14$ **f.** $16 - 15$ **g.** $9 - 19$ **h.** $4 - 10$
i. $3 - (-2)$ **j.** $12 - (-15)$ **k.** $19 - (+3)$ **l.** $14 - (+9)$
m. $32 - (-6)$ **n.** $18 + (-18)$ **o.** $9 - (+16)$ **p.** $15 - (+30)$

2. Suprime los signos dobles y los paréntesis en las siguientes expresiones. Luego encuentra el resultado.

a. $6 + (-4)$ **b.** $3 + (-2)$ **c.** $7 + (-9)$ **d.** $12 + (-15)$
e. $9 - (-3)$ **f.** $5 - (-8)$ **g.** $12 - (-6)$ **h.** $19 - (-19)$
i. $16 - (-16)$ **j.** $15 + (-19)$ **k.** $19 - (+12)$ **l.** $8 + (-10)$
m. $12 - (+14)$ **n.** $16 + (-3)$ **o.** $15 - (+4)$ **p.** $13 + (-20)$

3. Escribe las expresiones sin paréntesis. Luego busca el resultado.

a. $(-10) + (-4)$ **b.** $(-13) + (-6)$ **c.** $(15) + (+2)$ **d.** $19 + (+4)$
e. $(-9) - (-3)$ **f.** $(16) - (-5)$ **g.** $(13) - (+4)$ **h.** $(-25) - (+1)$
i. $16 - (-30)$ **j.** $(-12) + (-15)$ **k.** $(20) - (+18)$ **l.** $(10) - (+13)$

4. Resuelve los siguientes ejercicios.

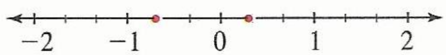
a. $-13 + 15 + 2$
b. $19 - 20 + 1$
c. $-2 + 16 - 30$
d. $-13 + 12 + 6 - 14$
e. $-9 + 8 - 6 + 21$
f. $-15 + 32 - 26 + 12 + 10$
g. $17 - 20 + 45 - 18 + 36$
h. $3 + (-2) - (-5) + 4$
i. $13 - 15 + (-20) - (-8)$
j. $3 + (-2) - (-5) + 4$

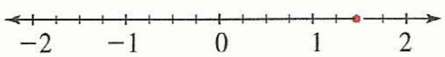
1. Representa en la recta numérica cada uno de los siguientes racionales.

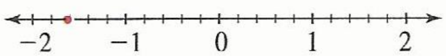
a. $\frac{5}{6}$ **c.** $\frac{12}{4}$ **e.** $\frac{9}{2}$ **g.** $\frac{8}{3}$ **i.** $-\frac{4}{3}$

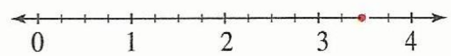
b. $-\frac{3}{4}$ **d.** $-\frac{17}{12}$ **f.** $-\frac{8}{4}$ **h.** $-\frac{3}{1}$ **j.** $\frac{\text{[illegible]}}{12}$

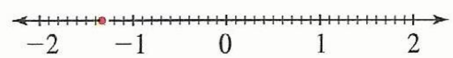
2. Escribe el número racional que se representa en cada recta numérica.

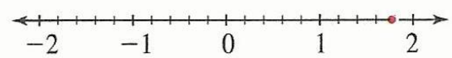
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

PRÁCTICA

1. Suma las siguientes fracciones.

a. $\frac{3}{4} + \frac{11}{4}$

b. $\frac{5}{3} + \left(-\frac{4}{3}\right)$

c. $\left(-\frac{7}{6}\right) + \left(-\frac{11}{6}\right)$

d. $\frac{3}{7} + \frac{11}{21}$

e. $\frac{7}{2} + \left(-\frac{5}{6}\right)$

f. $\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{9}{5}\right)$

g. $\left(-\frac{14}{9}\right) + \frac{5}{12}$

h. $\left(-\frac{8}{15}\right) + \left(\frac{7}{10}\right)$

i. $\left(-\frac{9}{14}\right) + \left(\frac{6}{21}\right)$

2. Realiza las siguientes sumas con más de dos sumandos.

a. $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}$

b. $\frac{3}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5}$

c. $-\frac{9}{4} + \frac{5}{4} + \left(-\frac{7}{4}\right)$

d. $-\frac{2}{9} + \left(-\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{5}{9}\right)$

e. $\frac{7}{9} + \frac{5}{18} + \frac{2}{3}$

f. $-\frac{1}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{14}$

g. $\frac{2}{9} + \left(-\frac{1}{12}\right) + \frac{5}{18}$

h. $-\frac{3}{13} + \left(-\frac{15}{26}\right) + \frac{17}{65}$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones, utilizando la propiedad uniforme.

a. $x + \frac{2}{3} = 4$ **c.** $\frac{3}{4} - x = \frac{1}{2}$ **e.** $5 + \frac{3}{4}x = \frac{1}{3}$ **g.** $4 - \frac{3}{5}x = \frac{1}{3}$

b. $x - \frac{3}{5} = \frac{3}{2}$ **d.** $\frac{5}{6} - x = \frac{2}{3}$ **f.** $-2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{4}$ **h.** $2 - \frac{7}{6}x = \frac{1}{5}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones, haciendo uso de la trasposición de términos.

a. $x - \frac{3}{4} = 1$ **d.** $-\frac{5}{6} - 2x = \frac{7}{4}$ **g.** $\frac{5}{3} - 3x = -\frac{1}{2}$

b. $x + \frac{5}{2} = -\frac{2}{3}$ **e.** $3x - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$ **h.** $\frac{9}{5} - 2x = -\frac{3}{10}$

c. $\frac{3}{2} - x = \frac{9}{5}$ **f.** $5x + \frac{1}{4} = -3$ **i.** $\frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = \frac{1}{4}$

1. Realiza las siguientes transformaciones.

a. 450 Km a m **e.** 8,052 m a Km **i.** 25,02 Hm a cm **m.** 30,25 Km a Dm
b. 58 Mm a Km **f.** 45 Dm a Mm **j.** 280,4 Dm a Km **n.** 25,6 m a Hm
c. 5,8 Km a m **g.** 348,5 m a Hm **k.** 40,2 m a Mm **o.** 0,032 Dm a cm
d. 0,36 Hm a m **h.** 56,25 dm a m **l.** 0,85 Dm a mm **p.** 5.800 mm a Dm

2. Contesta las siguientes preguntas:

a. ¿Cuántos Hm hay en 10 m? **e.** ¿Cuántos cm hay en 100 Dm?
b. ¿Cuántos m hay en 100 Hm? **f.** ¿Cuántos Dm tiene 1 mm?
c. ¿Cuántos mm hay en 1 Km? **g.** ¿Cuántos Dm hay en 1 Mm?
d. ¿Cuántos dm tiene 1 Km? **h.** ¿Cuántos Km hay en 1 Mm?

3. Escribe la equivalencia de las unidades que se dan, con cada una de las unidades de longitud.

a. 1.000 cm **d.** 0,0001 Km **g.** 0,01 Km **j.** 0,0005 dm
b. 10.000 mm **e.** 0,1 Hm **h.** 10.000 cm **k.** 50.000 mm
c. 0,001 Dm **f.** 0,001 Mm **i.** 0,00001 Mm **l.** 0,003 Dm

4. Ordena de mayor a menor las siguientes longitudes.

a. 0,5m; 50 cm; 0,05 Dm; 500 mm **b.**35 Dm; 3,5 Km; 0,35 m; 350 cm

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS (Estadística)

MODELACIÓN. Representar cada una de las siguientes operaciones en un diagrama de Venn.

1. $(A - B)^C$ **2.** $(A \cup B)^C$

3. $(A \cap B)^C$ **4.** $(A \triangle B)^C$

5. $A^C \cup B^C$ **6.** $A^C \cap B^C$

EJERCITACIÓN. Sea U el conjunto formado por los números naturales menores o iguales a 20. Se definen los conjuntos:

$A = \{2, 5, 9, 10\}$, $B = \{5, 9, 17, 20\}$, $C = \{5, 10, 15, 20\}$

7. Representar en un diagrama de Venn el conjunto universal y los conjuntos A, B y C. Luego, escribir por extensión los siguientes conjuntos:

8. $(A - B)$ **9.** $(A \cup C)$

10. $(A \cap B)$ **11.** $(A \triangle B) \cap C$

12. $C^C \cup B$ **13.** $A \cap B^C \cap C$

14. $(A \cup B \cup C)^C$ **15.** $(A \cap B \cap C)^C$

PROBLEMAS. Dados los conjuntos.

$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 6, 9\}$, $A \cap B = \{3, 4\}$

16. Con la información suministrada, ¿es posible encontrar los conjuntos A y B? Justificar la respuesta.

17. Con relación al punto anterior, ¿qué información es necesaria? Justificar la respuesta.

18. Si se sabe que $A - B = \{0, 2\}$, ¿es posible hallar A y B? En caso afirmativo encuéntrelos, en caso negativo justificar la respuesta.

19. Graficar la situación anterior en un diagrama de Venn.

20. Si existe un conjunto C, de tal forma que:

$A \cap B \cap C = \{4\}$, $A \cap C = \{0, 4\}$, ¿es posible encontrar el conjunto C? Justificar la respuesta.

21. Si además, se sabe que $B \cap C = \{4, 9\}$ y

$A \cup B \cup C = \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$, escribir los elementos del conjunto C.

22. Elaborar un diagrama de Venn con los tres conjuntos.

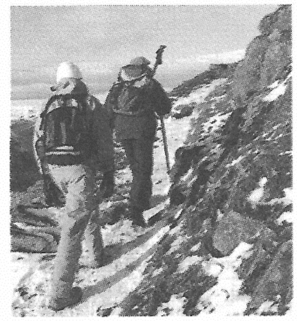
EJERCITACIÓN. Calcular las siguientes operaciones con relación al diagrama del punto 22.

23. $A \triangle B$

24. A^C

25. $(A \cap B \cap C)^C$

PROBLEMAS. El administrador de una fábrica decide preguntar a sus empleados por la actividad deportiva que practican en su tiempo libre, y la frecuencia con que lo hacen.



Los resultados fueron los siguientes:

Se encuestaron 3.200 empleados. 2.000 practican fútbol, 2.600 practican algún deporte dos veces por semana. Además, 1.800 de los trabajadores que practican fútbol lo hacen dos veces por semana.

26. Elaborar un diagrama de Venn en el cual se consideren los conjuntos: A, el conjunto formado por las personas que practican fútbol. B, el conjunto formado por las personas que practican algún deporte dos veces por semana.

27. ¿Cuántos empleados no practican fútbol?

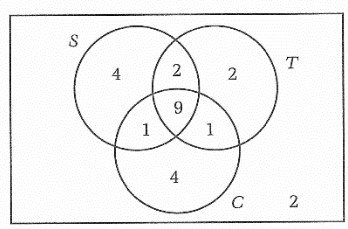
28. ¿Cuántos empleados no practican deporte dos veces por semana?

29. ¿Cuántas personas que practican el fútbol, no lo hacen dos veces por semana?

30. ¿Cuántas personas que practican deporte dos veces por semana no practican fútbol?

31. ¿Cuántos empleados no practican fútbol y no practican algún otro deporte dos veces por semana?

PROBLEMAS. El administrador de la tienda de comidas rápidas observó el pedido de los últimos 25 clientes que llegaron a comprar la hamburguesa de la casa. Observó si los clientes agregaban salsa (S), cebolla (C) o tocineta (T) a su hamburguesa. Los resultados se muestran en el siguiente diagrama:



32. ¿Cuántos clientes agregaron salsas a su hamburguesa?

33. ¿Qué debe tener la mayoría de hamburguesas que se venden allí?