La solución de problemas

Raymond S. Nickerson, David N. Perkins y Edward E. Smith

En esta sección haremos una revisión selectiva de la investigación dedicada a la solución de problemas y a la enseñanza de las habilidades de resolución de problemas. Y prestaremos una atención especial a varios autores que han considerado de un modo explícito cómo mejorar en términos generales las habilidades de resolución de problemas.

- *¿Qué es la solución de problemas?*

La solución de problemas, según se emplea en la bibliografía psicológica, se refiere normalmente a procesos de conducta y pensamiento dirigidos hacia la ejecución de determinada tarea intelectualmente exigente, tipificada en los ejemplos siguientes:

1. Sustituir las diez letras diferentes de las tres palabras siguientes por los diez dígitos decimales, de modo que la suma resulte correcta.

   Siendo: D = 5

   $$\begin{array}{r} \text{DONALD} \\ +\ \underline{\text{GERALD}} \\ \text{ROBERT} \end{array}$$

2. Imaginar un tablero de damas corriente de sesenta y cuatro cuadros del que se han cortado dos cuadrados, uno de cada una de las esquinas diagonalmente opuestas. Suponga que tiene treinta y una fichas de dominó, cada una de las cuales cubre exactamente dos cuadros del tablero. Averigüe si es posible colocar las fichas de tal manera que queden rapados los sesenta y dos cuadros existentes.

3. Considere dos recipientes, A y P. Suponga que el A contiene 10 litros de agua del océano Atlántico, mientras el P contiene una cantidad igual de agua del Pacífico. Suponga que quitamos 2 litros de agua del Atlántico del recipiente A y las echamos en el P. Una vez mezclado concienzudamente el líquido de P, extraemos 2 litros de esa agua y los añadimos a la que contiene el recipiente A. ¿Qué recipiente tiene ahora más cantidad de agua forastera, siendo la del Atlántico forastera en el P y la del Pacífico en el *A?*

4. La figura 4.1 representa un sencillo y conocido rompecabezas infantil: se trata de quince cuadrados, numerados del 1 al 15, dispuestos en 4 filas de 4 con un

puesto vacío. El problema consiste en ordenar los cuadrados de tal manera que los números queden en un orden especificado, por ejemplo, del 1 al 4 en la fila horizontal de arriba, del 5 al 8 en la que sigue, etc. Los cuadros están armados de tal manera que el único cambio admisible que se puede hacer con cada movimiento consiste en intercambiar el hueco con uno de los cuadrados que le son adyacentes.

11	9	4	15
1	3	-	12
7	5	8	6
13	2	10	14

Estado inicial

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	-

Objetivo

Fig.4.1. Rompecabezas de los 15 cuadrados. Véase NILSSON (1971) que ofrece un análisis de este problema y un enfoque de la representación de los estados para hallar la solución.

Cabe preguntarse si estos problemas son representativos de los que tenemos que afrontar en nuestra vida cotidiana y si las técnicas que dan resultado en el primero lo darán también en los siguientes. ¿Tiene sentido suponer que los métodos que sirven para resolver problemas como los que aparecen arriba van a ser aplicables a problemas tales como diagnosticar por qué un automóvil no arranca, hallar el camino a seguir hacia un nuevo destino, distribuir el tiempo y los recursos económicos, organizar las propias ideas para escribir un artículo o pronunciar una conferencia, hallar un empleo, escribir un programa de ordenador o conservarse sano? Hay aquí espacio disponible para toda una gama de opiniones. Lo que nos interesa, en el contexto de este capítulo, es que estos problemas son representativos de los que se emplean para estudiar la solución de problemas en el laboratorio. Suponemos que esos problemas tienen algunas propiedades en común con los que surgen fuera del laboratorio, y que los planteamientos que funcionan bien en un contexto es probable que sirvan también de algo en el otro.

Estos problemas se diferencian tanto por su dificultad como por el carácter de las habilidades requeridas para resolverlos. Tanto los rompecabezas como los crucigramas pueden hacerse a voluntad sencillos o complicados; sin embargo, se diferencian considerablemente en cuanto a las demandas intelectuales que le plantean al que tiene que resolverlos. El rompecabezas consiste primariamente en una tarea visual que exige capacidad para recordar y comparar patrones visuales.

La buena memoria visual y la capacidad para comparar patrones no le sirven de mucho; en cambio, al que resuelve crucigramas; lo que necesita es un buen almacén de conceptos verbales vinculados asociativamente y una buena ortografía.

Los problemas que presentamos se diferencian también en lo que respecta a lo evidente que puede sernos el enfoque adecuado de su solución. Pensemos, por ejemplo, en los dos primeros problemas. Ambos son lo suficientemente difíciles para que el lector pueda tardar unos minutos en resolverlos. Sin embargo, la mayoría de los lectores sabrán inmediatamente *cómo* acometer el primero, mientras que muchos no tendrán tal vez una idea muy clara de *cómo* enfocar el segundo. En el primer caso, uno empieza haciendo una serie de inferencias de este tipo: si D es igual a 5, T tiene que ser igual a O; y como se lleva uno de las unidades a la columna de las decenas, R tiene que ser un número impar; además, salta a la vista en la columna de la extrema izquierda que R tiene que ser superior a 5 (puesto que D es 5), por lo que tiene que ser 7 ó 9... Suponemos que la persistencia en este tipo de conducta acabará por revelar el valor de cada una de las letras. El enfoque del problema es evidente y para la mayoría de la gente no implicará probablemente ni siquiera una opción consciente. (Este problema está tomado de Bartlett, 1958, Y ha sido muy empleado en el trabajo de Newell y Simon, 1972; ambas fuentes contienen relatos paso a paso de diferentes intentos de resolverlo, unos con éxito y otros sin él.)

En cambio, no es evidente en absoluto el posible enfoque eficaz del segundo problema. Uno puede tratar de imaginarse visualmente diferentes disposiciones de fichas de dominó sobre el tablero, pero es probable que termine rindiéndose lleno de frustración, sin ser capaz de hallar una disposición correcta, ni tampoco de demostrar que no existe semejante disposición. De hecho no es posible cubrir el tablero resultante de un modo exacto con treinta y una fichas de dominó, siendo más breve y fácil seguir la demostración de esa imposibilidad que la solución del problema de DONALD + GERALD. Contemplar el método empleado para resolver este problema es casi equivalente a resolverlo. Toda la intuición que hace falta consiste en captar que dos ángulos diagonalmente opuestos son del mismo color. Por lo tanto, al eliminarlos, le quedan al tablero dos cuadros más de un color que del Otro. Y, teniendo en cuenta que no hay manera de cubrir dos cuadros del mismo color con una sola ficha de dominó, no la hay tampoco de cubrir el tablero entero con treinta y una fichas.

El problema A y P (problema 3), descrito arriba, había sido expuesto ya (capítulo 2) en el contexto de un análisis de la intuición. Volvemos a mencionarlo aquí para poner de relieve que un problema se puede resolver a veces de maneras radicalmente diferentes. Las dos soluciones que se dieron de él eran correctas, pero se diferencian en algunos aspectos importantes. El primer enfoque, el analítico, es un tanto laborioso, y nos da una solución que basta para dar respuesta a la pregunta específica que se formuló, pero no es fácil de generalizar en casos afines. Es más, la respuesta obtenida da la impresión de carecer de fuerza intuitiva; nuestra creencia en su exactitud descansa en nuestra confianza en que la secuencia de cálculos es correcta. El atractivo de su enfoque es su evidencia; el seguimiento de los resultados de las transacciones individuales parece ser un método lógico para calcular el último resultado de cualquier serie de transacciones.

El segundo enfoque nos da una solución dotada de considerable generalidad. Es válida siempre, sin importar cuán concienzudamente se mezclen los líquidos ni cuántos intercambios se hagan entre los recipientes. Tras el problema inmediato, se aplica a toda una clase de problemas que cumplen con el límite crítico de que los recipientes empiecen y terminen conteniendo la misma cantidad de líquido. El inconveniente de este enfoque es que la gente normalmente no encara de esta forma el problema. Da la impresión de que se necesita un toque de intuición y, desde luego, no todo el mundo es capaz de ver el problema desde esa perspectiva ni siquiera después que se la ha expuesto. Consideraremos el problema 4 un poco más adelante en un análisis de la solución de problemas mediante ordenador.

- *Identificación de las estrategias solucionadoras de problemas*

Parece sensato suponer que la mayoría de los problemas no superficiales se pueden plantear en una serie de formas distintas. Hay planteamientos que funcionan, otros no. Entre los que dan resultado, unos son más eficaces que los otros. Los investigadores han empleado dos métodos muy diferentes para identificar aquellas estrategias solucionadoras eficaces que funcionan. Uno se ha centrado en estudiar la actuación de los expertos; el otro ha intentado dar a los ordenadores la capacidad de resolver problemas.

Estudio de la actuación de los expertos. Entre los resultados menos sorprendentes de la investigación de la solución de problemas está el hecho de que los expertos se diferencian de los novatos en cuanto a rendimiento en la solución de problemas; no sólo suelen ser generalmente más eficaces, sino que su actuación es cualitativamente diferente. Sin embargo, tiene más interés el carácter de esas diferencias que el hecho de que ellas existan. Algunos investigadores han estudiado las diferencias que se dan entre la actuación de los expertos y la de los novatos con la esperanza de descubrir qué se podría hacer para ayudar a los novatos a convertirse en expertos. Gran parte de ese trabajo se ha enfocado en las respectivas estrategias.

Schoenfeld (1980), por ejemplo, señala que los matemáticos expertos no sólo propenden más a ser capaces de resolver los problemas matemáticos que los no expertos, sino que enfocan los problemas de un modo cualitativamente diferente. Los expertos emplean estrategias que los novatos o bien no conocen o, conociéndolas a veces, no las aplican cuando deberían hacerlo. Cuentan entre esas estrategias: *a)* en el caso de problemas complejos con muchas variables, considerar la solución de un problema análogo con menos variables y tratar entonces de aprovechar ya sea el método o bien el resultado de esa solución; *b)* dado un problema con un parámetro entero *n,* calcular casos especiales para valores menores de *n* y tratar de hallar un patrón.

Probablemente pocas personas cuestionarían el valor que tiene el estudio de la conducta de los expertos a fin de aprender a conducirse como un experto en un área de pericia determinada. Lo que no está tan claro, en cambio, es que el estudio de la conducta de los expertos sea un buen método para aprender algo sobre las estrategias a emplear con carácter general en diferentes terrenos. La idea de que el estudio de cómo resuelven sus problemas los expertos sea un método útil para identificar estrategias *generalmente* eficaces para resolver problemas implica el supuesto de que los expertos empleen esas estrategias en todos los terrenos. Si este supuesto es válido, podríamos esperar la consecución de un grado considerable de semejanza al menos entre algunas de las estrategias que emplean los expertos, independientemente de su respectiva área de pericia.

Hay acaso dos tipos de pericia que deberían ser diferenciados. Por un lado, la pericia que se basa en saber muchísimo referente a un área particular; en tal caso está fuera de duda la importancia que tiene el conocimiento específico del terreno para la solución de los problemas. El segundo tipo de pericia se relaciona con la capacidad de dirigir los propios recursos intelectuales y de emplear cualquier conocimiento específico del terreno que se tenga del modo más eficaz posible. Schoenfeld (1983a, b) ha puesto de relieve este segundo tipo de pericia. Nos sugiere que los solucionadores expertos de problemas son generalmente mejores que los novatos para resolver problemas incluso cuando se enfrentan con problemas situados fuera de sus áreas de pericia específicas. En lo que más se distinguen, en particular, es en el manejo de sus recursos. Sin quitarle importancia al conocimiento específico del terreno, Schoenfeld sostiene que la calidad y el éxito en la solución de problemas dependen también muchísimo de la presencia o ausencia de una conducta eficaz de manejo. El segundo tipo de pericia es particularmente importante en ausencia del primero. En palabras de Schoenfeld: «es precisamente cuando los esquemas (o "producciones") de solución de problemas del experto no funcionan bien, cuando las habilidades de manejo sirven para constituir una pericia» (1983a, pág. 39).

Los expertos tienden más que los novatos a proceder a una «revisión ejecutiva» de un proceso en el que están implicados, especialmente cuando ese proceso parece que empieza a atascarse. Da toda la impresión de que los expertos tienen unos «monitores» que disparan esas revisiones, y que los novatos carecen de ellos. Es casi como si el experto hubiese desarrollado la capacidad de asumir simultáneamente los papeles de actor y de observador. Trabaja en la solución del problema y se vigila críticamente mientras lo hace. Ese papel de observador no es un papel pasivo sino más bien un papel de supervisor, de crítico y de director, que fija objetivos y evalúa continuamente su propio desempeño, cambiándolo de rumbo si es necesario.

Una dificultad asociada con el estudio del desempeño de los expertos a fin de conseguir ideas orientadoras de la enseñanza estriba en que no tenemos la menor garantía de que los aspectos más importantes de ese desempeño sean visibles para el observador. Los procesos de autodirección o de control preconizados por Schoenfeld, por ejemplo, resultan por lo general invisibles en el aula. Y cuando un alumno observa a un profesor explicando un problema, ve los resultados del pensamiento del profesor, pero rara vez es testigo del proceso de pensamiento en *sí.* Es decir, que el profesor ha meditado a fondo el problema antes de explicarlo a los alumnos. Polya (1954a) hace una observación semejante al señalar que los libros de texto de matemáticas presentan la lógica de las matemáticas mediante teoremas o pruebas correctamente estructurados, pero rara vez revelan gran cosa sobre los métodos, a menudo bastante confusos, con que se descubrieron originalmente esas pruebas. O sea, que enseñan mucho sobre la lógica de las matemáticas, pero muy poco sobre la psicología de hacer las matemáticas. Por lo tanto, aunque la observación del desempeño de los expertos es una manera obvia de investigar lo que constituye la pericia, es esencial tener en la mente que gran parte de lo que es más importante puede ser dificilísimo de ver

Como contrapunto de la idea de que la conducta de los expertos es el lugar idóneo para buscar estrategias de empleo general, Scriven (1980) ha establecido una distinción tajante entre el objetivo de presentar teorías que describan cómo se las arregla la gente para resolver problemas y el desarrollo de enfoques prescriptivos de la solución de problemas. Rechaza la idea de que las teorías descriptivas sean necesarias o suficientes para el desarrollo de recetas útiles. Más aún, aboga en firme por la dedicación de más recursos al objetivo de la prescripción. Cree que es posible aprender y enseñar algo útil sobre la solución de problemas sin necesidad de comprender a fondo cómo se las arregla instintivamente la gente para ejecutar tareas que implican la solución de problemas. Nuestra propia actitud sobre esta cuestión es que el estudio del desempeño de los expertos constituye sin duda un método eficaz para identificar estrategias de utilidad general para la solución de problemas, pero no el único. La observación de que los enfoques prescriptivos no necesitan describir los enfoques que adopta espontáneamente la gente, nos parece atinada. En cambio, las descripciones de c*ómo* la gente, incluyendo a los expertos, enfoca espontáneamente los problemas no ofrecen siempre garantías de proporcionar las bases idóneas para el desarrollo de recetas exitosas. Los teóricos de la decisión y los investigadores de la toma de decisiones humanas han establecido una distinción tajante entre los modelos prescriptivos y descriptivos de la toma de decisiones, y la extensa bibliografía experimental existente en esta área documenta las muchas maneras en que la toma real de decisiones está muy lejos de la toma óptima representada por los modelos prescriptivos. Sería una cosa sorprendente que lo que se ha demostrado que sirve para la toma de decisiones no sirviera también, al menos hasta cierto punto, en otras áreas del desempeño cognitivo.

Un enfoque de la identificación, o la invención; de estrategias que no tengan que empezar con descripciones de las estrategias que emplea la gente es el consistente en intentar programar ordenadores para que efectúen tareas intelectualmente exigentes. Es innegable que esos experimentos han tratado a menudo de representar en programas de ordenador las estrategias que emplea la gente, y los expertos en particular, pero eso no constituye un aspecto esencial de este enfoque. El objetivo es desarrollar un programa que lleva a cabo alguna tarea muy particular –jugar ajedrez a nivel de maestros, demostrar teoremas matemáticos, diagnosticar problemas médicos, escribir poesía y consiga los resultados deseados -jugar bien, hallar una demostración, realizar un diagnóstico, o producir un poema interesante. Exceptuando al investigador que desea emplear esos programas como modelos descriptivos de la conducta humana, tiene una importancia secundaria el que el programa en cuestión Utilice las mismas estrategias que emplea la gente para conseguir esos objetivos; el asunto crítico es si los enfoques que se incorporan al programa -sean los que sean- funcionan y producen los resultados deseados.

Larkin (1980) identifica unas cuántas estrategias generales de solución de problemas que aparecen repetidamente en aquellos programas de ordenador que sirven para resolver problemas lógicos y aritméticos y dan también resultado en algunos aspectos del juego de ajedrez. Están entre ellas: 1) e! análisis de medios y fines, que implica la determinación de la diferencia que hay entre el presente estado de conocimiento de un problema y el estado requerido para obtener una solución, y la selección de alguna acción que reduzca la diferencia existente entre esos dos estados de conocimiento; 2) el tipo de planificación, que implica una sustitución del problema original por una versión simplificada que conserve sólo sus características centrales, la solución de ese problema abstracto y el empleo de ésta para dirigir la solución del problema original; y 3) la sustitución de objetivos temporalmente 1 asequibles por unos subobjetivos más sencillos. Larkin sugiere que hay pruebas de que esas estrategias no sólo son útiles en tareas tan bien definidas como la solución de problemas y el dominio de juegos sino también para resolver problemas del tipo que hallamos en las matemáticas y ciencias de la enseñanza.

El problema representado en la figura 4.1 sirve para ilustrar algunos conceptos que han surgido de los intentos de desarrollar programas de ordenador capaces de adoptar una conducta «inteligente» de la solución de problemas. Y se puede emplear también para ilustrar cómo nuestro propio enfoque de la solución de un problema está condicionado por la manera que tenemos de representado. Analizamos este problema con cierta extensión, no porque estemos interesados concretamente en la solución de problemas con ordenadores, sino por nuestra creencia en que algunos de los conceptos y métodos contenidos en la bibliografía sobre la solución de problemas con ordenadores o, hablando en un sentido más general, sobre la inteligencia mecánica, pueden facilitar también nuestra comprensión de la solución de los problemas humanos.

Normalmente se puede representar un problema de varias maneras, pero algunas de ellas son más sugerentes que otras en cuanto a vías de solución. La representación concreta que uno elija influirá mucho en el modo de pensar sobre un problema dado y en la estrategia empleada para intentar resolverlo. Según han observado algunos autores al escribir sobre la solución de problemas, cuando uno tiene una dificultad mayor de lo normal con un problema, lo mejor que se puede hacer a veces es tratar de hallar un modo radicalmente distinto de representárselo.

Una manera útil de representar algunos problemas es la denominada «representación de los estados». Es un tipo de representación de problemas que ha sido analizado detenidamente por Nilsson (1971), quien nos indica que, para emplearla, hay que especificar tres cosas: «*a)* la forma de la descripción de los estados y, en particular, la descripción del estado inicial; *b)* el conjunto de operadores y sus efectos sobre las descripciones de los estados; y *e)* las propiedades de la descripción de! estado final» (pág. 22).

El problema del cuadrado de números descrito antes (y analizado por Nilsson) se representa fácilmente de este modo. Cualquier disposición posible de los números del cuadro es un estado; cualquier disposición puede ser un estado inicial; y la disposición a obtener constituye el estado final. El tablero va cambiando de un estado a otro mediante la operación de intercambiar el hueco con uno de los números adyacentes a él. Por lo tanto, hay cuatro operadores en esta representación, según se ocupe e! hueco con la pieza situada sobre él, debajo de él, a su izquierda o a su derecha. Cualquier secuencia de operaciones que transforme un estado inicial en un estado final constituye una solución del problema, y los estados intermedios resultantes de esa secuencia de operaciones se dice que están situados en una vía de solución. El objetivo de quien quiera resolver el problema es hallar una vía de solución que tenga un número de pasos aceptablemente pequeño.

La representación de los estados puede ayudar con frecuencia a quien desea resolver un problema. Pero tiene otra trascendencia además de ésa: tiene interés para los teóricos como método general para formular en qué consiste un problema. Problemas radicalmente diferentes de éste relativamente bien definido pueden ser analizados a través de una representación de los estados. Tomemos, por ejemplo, el problema, sumamente imprevisible, que supone escribir un poema. Podemos considerar que los estados son diferentes disposiciones de palabras en la página y que el estado inicial es la página en blanco. Las operaciones consisten en añadir o borrar palabras. Los estados finales están determinados por la «caja negra» .de! juicio del poeta. La tarea de éste consiste en generar una serie de operaciones que lo llevan a un estado final.

Es evidente que esta representación no tiene mucho de guía práctica para escribir poesía. Demasiada proporción de ese arte se encierra en la destreza para generar operaciones adecuadas y en la «caja negra» del juicio del poeta. Sin embargo, como marco de análisis de los problemas en general, la representación de los estados sigue siéndonos útil. Esto se nos evidencia más cuando exploramos los diferentes dilemas y tácticas. Característicos de la solución de problemas en el contexto de una representación de los estados. Esos dilemas y tácticas -las limitaciones de una búsqueda exhaustiva, las explosiones combinatorias, la necesidad de una búsqueda limitada, las funciones de evaluación, el papel de la heurística, etc. Se aplican lo mismo a la escritura de poesía como al problema del cuadrado de números.

En muchos tipos de problemas tiene importancia la sobriedad: se busca una vía de solución corta. Un modo de garantizar el hallazgo de la vía de solución más corta consistiría en explorar todas las vías posibles y elegir la más corta de las que van a conducir a un estado final. Esa estrategia se llama *búsqueda exhaustiva.* Podemos desarrollar un árbol de soluciones exhaustivas empezando por un nudo que representa el estado inicial y ramificándolo hacia cada uno de los estrados que pudieran resultar de la aplicación de uno de los cuatro operadores posibles. Cada uno de esos nudos podría ramificarse a su vez, también mediante la aplicación de cada uno de los operadores, y se podría continuar este proceso hasta alcanzar uno o más estados finales. Nilsson distingue entre el método de extensión prioritaria y el de profundidad prioritaria: el primero va ramificando los nudos siguiendo su orden de aparición; el segundo sigue algunas ramas hasta el final antes de empezar siquiera a extender otras ramas. En todos los problemas, salvo los muy simples, la búsqueda exhaustiva sólo es posible en teoría; el número de vías que se pueden generar es demasiado grande para que ese enfoque sea practicable. En cambio, tiene sentido llevar a cabo una búsqueda que está limitada de una o más maneras. Por ejemplo, se podría extender sólo una fracción de los nudos de un árbol, o se podría continuar la extensión hacia adelante en un número limitado de pasos. Por supuesto que unos métodos semejantes de *búsqueda limitada* y de extensión limitada hacia adelante no darán mejor resultado que las reglas que se emplean para distinguir los nudos promisorios, en la expansión y la evaluación de los estados intermedios, cuando termina la expansión hacia adelante.

Las reglas y medidas que se emplean para reducir una evaluar los estados intermedios se denominan *funciones de evaluación.* Normalmente valúan la semejanza de un estado intermedio con un estado final y por lo general se desarrollan empíricamente, a menudo mediante una combinación de conjeturas y de exploraciones por ensayo y error. Tomemos, por ejemplo, el problema del rompecabezas de las 8 piezas, que es igual que el de 15 piezas, mencionado antes, exceptuando que tiene 3 cuadros por lado en lugar de 4. Una función de evaluación admisible en este rompecabezas consistiría en el número de piezas que están fuera de su sitio (o el número de las que están en su sitio). En general, podríamos esperar (aunque sin estar seguros) que sería más fácil de hallar una solución con una disposición que tuviese muchas piezas en sus posiciones de estado final que con otra que tuviese pocas en ese estado. Otra función de evaluación posible podría ser la suma de las distancias desde cada pieza a su destino final. Una función de evaluación aún mejor, en vista del resultado obtenido, es $P(n) + 3S(n)$, donde $P(n)$ es la suma de las distancias que hay desde cada pieza hasta su destino, y S(n) la puntuación obtenida al adjudicarle un 2 a cada pieza no central que no esté seguida de su sucesora debida, un 0 a cualquier otra pieza no central, y un 1 a la pieza que ocupa la posición central (Nilsson, 1971, pág. 66). Esa función de evaluación no se basa en un análisis teórico del rompecabezas ni se ha demostrado tampoco que sea la mejor posible. La justificación de su empleo está en que funciona.

¿Cómo puede uno saber que esa evaluación funciona mejor que cualquier otra? No hay manera. Presumiblemente funciona tan bien como cualquier función *conocida;* de otro modo, se emplearía otra función mejor. Pero no hay la menor garantía de que alguien no invente otra función que supere el rendimiento de ésta.

En términos más generales, podríamos preguntar cómo es posible saber cómo funciona cualquier método dado de investigación comparado con otras posibilidades existentes. La eficacia de cualquier técnica de investigación depende a la vez de la longitud de la vía de solución que implica, comparada con la longitud mínima posible, y del coste (en términos de tiempo y recursos exigidos) que supone hallar esa vía. A veces es posible especificar analíticamente la longitud mínima de una vía de solución, en cuyo caso se puede juzgar directamente la eficacia relativa de esa técnica de investigación. Con mayor frecuencia se desconoce la vía mínima y hay que recurrir a un medio de valoración menos directo.

Una medida que se ha sugerido para decidir la eficacia de una técnica experimental es la relación existente entre la longitud de la vía de solución hallada y el número total de nudos generados durante esa investigación. Esa medida recibe el nombre de *penetrancia* (Nilsson, 1971). Cuando un árbol de investigación tiene pocas ramas que no coincidan con la vía de solución se obtiene un valor de penetrancia grande (cercano a 1). Esto nos indica un método investigador eficaz. En cambio, cuando el árbol es muy «frondoso», se obtiene un valor pequeño, señal de una investigación ciega, o por lo menos, no muy eficaz.

No existe ningún método de aplicación general para producir funciones de evaluación. Diremos más: lo que hace al área entera de la solución de problemas tan fascinadora para el investigador es esa escasez de métodos formales (exceptuando las técnicas de investigación exhaustiva, carentes de sentido práctico por lo general) que garanticen la consecución de la solución del problema. Existen, sin embargo, numerosos métodos, principios y reglas prácticas que funcionan razonablemente bien en muchos casos. Esos enfoques que no ofrecen garantías de dar resultado, pero que lo dan con frecuencia, se denominan *métodos heurísticos* o, sencillamente, *heurísticos.*

- *Algunos heurísticos solucionadores de problemas*

La palabra «heurística» procede del griego *heuriskin,* que significa «servir para descubrir». Aparece esporádicamente en la bibliografía de filosofía y lógica refiriéndose a la rama de estudio que trata de los métodos del razonamiento inductivo. Polya (1957), en su clásico tratado de la solución de problemas, empleó esta palabra para connotar el razonamiento inductivo y analógico que conduce a conclusiones verosímiles, en contraposición a los desarrollos deductivos de pruebas rigurosas.

Más recientemente han empleado este término los investigadores del campo de la inteligencia mecánica para agudizar la distinción existente entre dos tipos de procedimientos susceptibles de realización como programas de ordenador. Uno de ellos, denominado algoritmo, consiste en una prescripción efectuada paso a paso para alcanzar un objetivo particular. Un algoritmo, por definición, garantiza la consecución de aquello que se trata de conseguir. Un heurístico, en cambio, constituye sólo «una buena apuesta», un procedimiento que creemos que nos ofrece una probabilidad razonable de solución, o al menos, de acercamos a una solución. Pero no hay garantía de que funcione. No es de sorprender que se empleen los métodos heurísticos en vez de los algoritmos cuando no se conoce una solución algorítmica del problema o cuando ésta está excluida por motivos prácticos (cuando, por ejemplo, consume demasiado tiempo o es muy exigente en materia de recursos).

Simplificando un poco las cosas, podemos decir que el objetivo general de la investigación de la solución de problemas con máquinas reside en el descubrimiento o desarrollo de métodos heurísticos eficaces. Y no hace falta decir que cuanto más generalmente aplicable es el heurístico descubierto, más éxito tiene su búsqueda.

La solución de problemas con máquinas no constituye el foco de este libro. Pero el esfuerzo por desarrollar unas técnicas generales de solución de problemas aplicables a la programación de ordenadores es muy importante para la empresa de enseñar habilidades solucionadoras de problemas a los seres humanos. Una cuestión discutible relacionada con esa tarea es si existen estrategias solucionadoras de problemas eficaces y lo suficientemente generales para ser aplicadas a una gran variedad de tipos de problemas. Algunos investigadores han sostenido que probablemente no las hay, y que lo mejor que podemos esperar conseguir es enseñarle a la gente cómo se las tiene que haber con problemas específicos. En las que los expertos en informática sean capaces de desarrollar unos procedimientos heurísticos que demuestren su eficacia para toda una serie de tipos de problemas, habrán demostrado que la idea de unas estrategias generales eficaces es una idea válida, y proporcionado un buen motivo para suponer que ellas se podrían enseñar a quien debe resolver problemas.

Aunque son muchos los autores que han analizado los heurísticos y muchos los expertos en informática que han desarrollado programas que utilizan enfoques heurísticos para resolver problemas complejos, dos tratamientos de este tema han tenido una influencia muy especial y, por lo mismo, los trataremos aquí con mayor atención. Nos referimos a los tratamientos de Polya (1957) y de Newell y Simon (1972).

Polya se interesó mucho por la enseñanza de las matemáticas, y su trabajo en materia de heurísticos surgió del deseo de enseñar a los estudiantes algo que les sirviese con carácter general en la solución de diferentes tipos de problemas matemáticos. Pero gran parte de los heurísticos que describió tienen una aplicación que trasciende a las solas matemáticas, y no debe sorprendernos por ello que algunos de los programas sobre habilidades del pensamiento que consideraremos más adelante estén basados en la obra de Polya.

El modo idóneo de analizar los heurísticos de Polya es hacerlo en el marco de su modelo prescriptivo de solución de problemas, que distingue cuatro fases:

- Comprender el problema.
- Idear un plan. Esto incluye la formulación de una estrategia general, no de una prueba detallada. La formulación de una estrategia de ese tipo constituye un proceso inductivo, no deductivo. Eso tiene importancia debido a que Polya sostiene que, en contra de las apariencias, incluso las matemáticas constituyen en parte un proceso inductivo.
- Ejecutar ese plan. He aquí donde está la prueba detallada y donde se lleva a cabo el razonamiento deductivo.
- Mirar hacia atrás, es decir, verificar los resultados

— *Heurísticos para representar o comprender el problema*

- Cerciórese de que conoce la *incógnita,* los *datos* (es *decir,* los *supuestos)* y las condiciones que relacionan a esos datos.

El empleo de términos como *incógnita* y *datos* se presta idóneamente para los problemas matemáticos (principal preocupación de Polya); pero este heurístico podría enunciarse de un modo más general utilizando la terminología de informática que hemos empleado anteriormente:

- Cerciórese de que comprende la índole del estado final, del estado inicial y de las operaciones permisibles.

El propósito principal de esta prescripción es asegurar que quien resuelve un problema se haya representado en todos los aspectos importantes de éste y entiende con claridad el estado final.

- Trace un gráfico o diagrama e introduzca la notación adecuada.

La intención de este heurístico es concretar el problema. Parte de esa concreción tiene que ver con el pensamiento visual: una vez trazado un gráfico o un diagrama, quien resuelve el problema puede proyectar en él sus procesos perceptuales. También es cierto que una representación visual de un problema puede evidenciar la existencia de determinadas relaciones entre las diferentes partes que de Otro modo pasarían inadvertidas. Sin embargo, se trata probablemente más de una concreción que de una visualización.

Muchos estudios de psicología cognitiva demuestran que la gente entiende mejor un texto cuando éste se hace más concreto aun cuando no manifiesten haber utilizado una imagen visual. Más aún, el mismo Polya recalca la importancia de una notación puramente simbólica (en contraposición a la isomórfica, como ocurre con una imagen), y si la notación simbólica facilita la solución de problemas, es poco probable que lo haga a través de imágenes.

Otro heurístico general de la comprensión dice así:

- Si una manera de representar un problema no conduce a la solución, trate de volver a enunciar formular ese problema.

Este heurístico destaca la importancia de una representación adecuada del problema. Cualquier problema tiene que ser representado de *algún* modo y tiene mucha importancia ese modo de representarlo. A veces una mala representación puede inhibir o excluir una solución, y cuando llegamos a un punto muerto en la solución de un problema, vale la pena a menudo contemplar ese problema de un modo completamente nuevo y original, es decir, tratar de verlo desde una perspectiva diferente.

— *Heurísticos para idear un plan*

La mayor parte de los heurísticos de Polya referentes a esta categoría implican el traer a la mente otros problemas afines que uno sabe ya cómo resolver. He aquí algunos ejemplos:

- Recuerde un problema conocido de estructura análoga al que tiene delante y trate de resolverlo.

Algunos psicólogos consideran que la capacidad de captar semejanzas y de practicar el razonamiento analógico constituye uno de los indicadores más seguros de inteligencia en general. Por ello no debe sorprendemos que los investigadores de la solución de problemas hagan hincapié en esa capacidad. Pero aunque la heurística analógica puede ser eficaz, no siempre es fácil ver la analogía crítica existente entre dos problemas. Desde luego, los trabajos recientes nos indican que la forma superficial de un problema puede ejercer un efecto sustancial en su manera de representarlo (por ejemplo, Gick y Holyoak, 1979; Simon, *1980),* y las semejanzas o diferencias superficiales existentes entre dos problemas pueden oscurecer relaciones más profundas que podrían tener mucha más importancia.

- Piense en un problema conocido que tenga el mismo tipo de incógnita y que sea más sencillo.

Un enfoque común y muy eficaz de los problemas de geometría del espacio estriba en resolver un problema análogo de geometría plana y tratar a continuación de generalizar el método empleado pasándolo al caso tridimensional. En términos más generales, una heurística útil en los problemas que implican hiperespacios es considerar un problema análogo situado en un espacio de dos o tres dimensiones con el objeto de poder visualizar la solución, o al menos el problema. Con frecuencia, la solución hallada en el problema bio-tridimensional se generaliza con facilidad al espacio de dimensionalidad más alta. La utilidad de recurrir a la geometría plana o a la del espacio puede deberse también en parte a la concreción. Un heurístico íntimamente emparentado con el anterior dice:

- Si no puede resolver el problema que trae entre manos, intente transformado en otro cuya solución conozca

Claro está que el que esta estrategia merezca ser puesta en práctica depende del emparentamiento existente entre el problema cuya solución conoce y el problema que tiene que resolver. (Una forma de esta estrategia es bien conocida de los estudiantes, que la emplean al por mayor en el problema de examinarse: cuando no conocen la respuesta de una pregunta del examen, piensan en una pregunta cuya respuesta conocen, fingen que ésa es la pregunta que han hecho, y la contestan. ¡A veces esa estrategia da resultado!)

El riesgo potencial que se esconde en el empleo de esa estrategia es evidente. Algunos autores han recalcado el peligro de que quien resuelva un problema lo «tuerza» para poder utilizar en él el instrumental de que dispone (por ejemplo, Stewart, 1976). Ese enfoque puede hacer que quien resuelve un problema se ciña a pensar en él a partir de las capacidades y limitaciones de los instrumentos de que dispone, en lugar de hacerlo a partir del problema mismo. Es más, al «torcer» un problema se lo puede cambiar cualitativamente de tal modo que se termina resolviendo aquel problema que se es capaz de resolver, pero no el problema planteado originalmente. A pesar de *esos* reparos, no cabe duda de que el heurístico «transforme el problema» puede ser eficaz en muchos casos.

- Simplifique el problema fijándose en casos especiales.

Un buen ejemplo de este heurístico aparece en *Patterns of plausible inference* de Polya (l954b), donde se aplica a problemas que implican variables enteras, enunciándolo en la forma siguiente, más particularizada.

- Sustituya la variable entera por valores específicos (por ejemplo, O, 1 y 2) y observe si aparece alguna generalización; si así ocurre, trate de comprobar esa generalización mediante inducción matemática.

Otra manera de aplicar este heurístico consiste en sustituir las incógnitas por los valores extremos (por ejemplo, cero o infinito) y ver si asoma alguna solución.

- Haga el problema más general y observe si así puede resolverlo.

Podemos utilizar nuestro conocido problema del Atlántico y el Pacífico para ilustrar este heurístico. Recordemos que la solución implicaba un toque de intuición sobre el hecho de que el líquido que faltaba de un recipiente tenía que haber sido sustituido por una cantidad igual de líquido del otro recipiente. Esa solución era más general que la solución más convencional, porque era independiente de la cantidad de líquido intercambiado, la minuciosidad de la mezcla y el número de cambios efectuados. Según fue presentado este problema en el capítulo 2, estas circunstancias salieron a la luz después de haber hallado la solución. Sin embargo, habría sido posible invertir el proceso y empezar la búsqueda de una solución generalizando intencionadamente el problema desde un principio. En otras palabras, podríamos haber empezado por decirnos: supongamos que se hubiera pasado desde el principio la mitad del contenido del recipiente A al P, y se le hubiese devuelto al A a continuación una cantidad igual, o supongamos que *todo* el contenido del A se hubiese echado en el P y se hubiese devuelto al A la mitad de la mezcla resultante. O supongamos que el contenido total hubiese pasado de un recipiente a otro varias veces. Se supone que la generalización del problema en una u otra de estas maneras puede suscitar una solución. Cuando se descubre una solución correspondiente a un caso más general, esa solución debe ser aplicable, por supuesto, al caso especial, salvo que al tratar de generalizar el problema lo hubiésemos cambiado cualitativamente. En cualquier caso, uno puede y debe verificar cualquier solución general contra el problema específico para estar seguro de que es aplicable con seguridad.

- Descomponga el problema en partes. Si no puede manejar esas partes, descompóngalas a su vez en partes más pequeñas, y siga de ese modo hasta conseguir problemas de tamaño manejable.

Según nos indica Polya (1957), este heurístico puede tener una doble utilidad: tras haber resuelto un problema componente, uno puede emplear a veces tanto el método como el resultado del problema más sencillo para resolver el más difícil. Este heurístico parece ser un precursor del *Subgoal Analysis,* de Newell y Simon, que se describe más adelante.

— *Heurísticos para ejecutar un plan*

En los problemas matemáticos, que constituyen la principal preocupación de Polya, este estadio es el deductivo, por lo que Polya no presentó heurísticos propiamente dichos aquí, exceptuando acaso el de «verifique cada paso».

— *Heurísticos para verificar los resultados*

Tras haber hallado lo que a todas luces parece ser la solución de un problema, existe una tendencia natural a darse por satisfecho. Pero un solucionador de problemas concienzudo nunca hará eso, sino que buscará algún método para confirmar esa solución o averiguar si es errónea, cosa que puede ocurrir. Entre los heurísticos de verificación de resultados están los siguientes:

- Trate de resolver el problema de un modo diferente.
- Verifique las implicaciones de la solución.

El hallar una segunda vía de solución de un problema y comprobar que ofrece la misma solución, aumenta por supuesto la propia confianza en que la solución es correcta. Verificar las implicaciones de una solución equivale a considerar que otra cosa deberá ser cierta si esa solución es correcta. Se trata de una prueba unilateral, pero muy útil de todas maneras. Es decir, si uno se da cuenta de que si la solución es correcta, X tiene que ser cierta, la comprobación de que X es cierta no demuestra de un modo concluyente que la solución sea correcta, pero, en cambio, la comprobación de que X es falsa demuestra sin más que la conclusión es incorrecta. De todas maneras, la comprobación de que X es cierta puede muy bien aumentar un tanto la propia confianza en la solución hallada.

El enfoque de Newell-Simon. Newell y Simon (1972), por ejemplo, se han preocupado por un terreno más extenso que el de Polya; básicamente han tratado de emplear los métodos de simulación mediante ordenador para desarrollar una teoría general de la solución humana de problemas. Gran parte de su trabajo se ha enfocado, sin embargo, en los heurísticos de la solución de problemas matemáticos y rompecabezas, por lo cual se relaciona fácilmente con el enfoque de Polya. Analizaremos a continuación algunos de sus heurísticos dentro del contexto del modelo de 4 fases de Polya. Hemos tomado el material correspondiente principalmente de Wickelgren (1974), que nos ofrece una lúcida relación de la mayor parte de los heurísticos de Newell-Simon.

— *Heurísticos para representar un problema*

- Haga inferencias acerca de los estados inicial y final, y añádalas a su representación.

La idea consiste en proyectar lo más posible del conocimiento previo que se posee en la tarea de representar el problema. En ocasiones, lo que uno puede inferir sobre los estados inicial y final de un problema puede alterar fundamentalmente el carácter de éste de tal modo que su solución resulte fácil. Esto parece ocurrir a menudo con los problemas llamados *de intuición:* la intuición *insight* equivale con frecuencia a una reorganización radical de la representación que simplifica el resto del proceso de solución del problema. Un buen ejemplo es el problema del tablero de dominó mencionado antes; en este caso la intuición crítica depende de darse cuenta de que los dos cuadros que faltan tienen que ser del mismo color.

Para analizar los heurísticos inmediatamente siguientes, volveremos a necesitar la terminología de informática introducida anteriormente. Recordemos que en esa terminología la solución de un problema consiste en aplicar al estado inicial una secuencia de operadores que producirán el estado final. Se dice de los estados intermedios que resultan de esas operaciones que están en una vía de solución. La dificultad inherente a la solución de muchos problemas es ésta: partiendo del estado inicial, se pueden aplicar varios operadores diferentes, cada uno de los cuales conduce a un estado intermedio; y a su vez, en ese estado intermedio, se pueden aplicar de nuevo varios operadores diferentes que producen más estados intermedios; y esta secuencia se puede repetir muchas veces antes de lograr la consecución del estado final. Más aún, hay muchas vías posibles, procedentes del estado inicial, y sólo unas pocas de ellas tienen probabilidad de ser vías de solución, a lo que se añade que, para propósitos prácticos, es por lo general imposible una búsqueda exhaustiva de todas esas vías. Los heurísticos que siguen constituyen esencialmente atajos para hallar vías de solución entre las muchas alternativas posibles.

— *Heurísticos para idear un plan*

- Organice las vías en clases que sean equivalentes con respecto a la solución final; a continuación, intente hallar sistemáticamente una secuencia de cada clase.

Wickelgren (1974, págs. 49-51) ilustra el empleo de este heurístico en un problema «de seis flechas». El estado inicial presenta una fila de seis flechas, donde las tres de la izquierda apuntan hacia arriba y las tres de la derecha, hacia abajo; el estado final es una fila de seis flechas, en una secuencia alternada de hacia arriba y hacia abajo. Los únicos operadores permitidos consisten en invertir simultáneamente (poniéndolas al revés) cualquier par de flechas adyacentes. Al aplicar el heurística de clase de equivalencia, Wickelgren empieza indicándonos que da igual el orden de aplicación de cualquier par de operadores; por ejemplo, invertir primero las flechas tercera y cuarta y después la cuarta y la quinta es equivalente a aplicar los dos operadores en el orden inverso. Esto quiere decir que sólo hay que tener en cuenta las combinaciones desordenadas y no las permutaciones ordenadas. Wickelgren señala a continuación que una vía de solución óptima no contendrá más de una aparición de un operador específico. Por ejemplo, si se invirtiesen dos veces las flechas tercera y cuarta, volverían a estar en su posición original. Esas dos observaciones quieren decir que todas las soluciones que se diferencien sólo en el orden de aplicación de sus operadores o sólo en el número de veces en que se aplique cada operador pueden ser tratadas como miembros de la misma clase (de equivalencia); como no hay que intentar hallar más que una solución de cada clase, la consecuencia de esas observaciones se traduce en una gran reducción del número de soluciones a considerar.

El siguiente heurístico dice:

- Defina una función de evaluación para todos los estados, incluyendo el estado final; a continuación, elija, en cualquiera de los estados, una operación que permita llegar a un estado ulterior con una evaluación que se acerque a la del estado final.

Recordemos que una función de evaluación evalúa esencialmente la semejanza que tiene un estado intermedio con el estado final. De ahí que podamos parafrasear este heurístico diciendo que a partir de cualquier punto de opción debería uno elegir el estado intermedio que parezca más semejante al estado final. Esta estrategia recibe a veces el nombre de *subir la cuesta.*

Wickelgren nos enseña cómo este heurístico de subir la cuesta puede aplicarse al problema de las seis flechas que acabamos de describir, así como a un gran número de problemas entre los que está el famoso problema de los misioneros y los caníbales (denominado ahora con frecuencia el problema de los *hobbits* y los *orcos).* Estas aplicaciones ilustran dos aspectos interesantes. El primero es que el éxito en el empleo del heurístico depende de la aplicación de una buena función de evaluación, cosa que implica a menudo a todas luces el cambio de nuestra representación inicial del problema. Por ese motivo puede ser difícil a veces apegarse a la distinción establecida por Polya entre el estadio de representación del problema y el de idear un plan. El segundo es que, incluso con una función de evaluación viable, algunos problemas le exigen al solucionador que aplique por lo menos un operador que disminuya temporalmente la semejanza entre el estado intermedio existente y el estado final. Esto recibe el nombre de *rodeo* y existe la impresión de que su presencia constituye una capital fuente de dificultades en la solución humana de problemas. (Véanse los estudios de Greeno (1974) y de Thomas (1974) del problema de los *hobbits* y los *orcos;* el paso de este problema que incluye un rodeo constituye con mucho el paso más difícil que tiene que dar quien lo resuelva.)

Tal vez el heurístico más conocido del trabajo de Newell y Simon (como también del de Polya) es éste:

- Descomponga un problema en subproblemas y a continuación resuelva cada uno de éstos.

Esto recibe a menudo la denominación de *análisis de subobjetivo,* y parece ofrecer el máximo de aplicabilidad entre todos los heurísticos. Al fijarse subobjetivos, se recorta la atención a un número limitado de vías de solución dentro del espacio del problema, con lo que el heurístico vuelve a implicar una búsqueda de atajos. El análisis de subobjetivos puede aplicarse a problemas mundanos (por ejemplo, «¿Cuál es la mejor ruta que se puede tomar de Boston a Salt Lake City?»), así como a rompecabezas matemáticos clásicos (por ejemplo, el problema de la Torre de Hanoi).

Los heurísticos restantes, en vez de centrarse en el estado inicial, lo hacen en el estado final.

- Trabaje hacia atrás desde el estado final hasta el inicial.

Esto es especialmente útil cuando existen muchos operadores posibles que se podrían aplicar al estado inicial (lo que obligaría a tener en cuenta muchas vías de solución), y muy pocos que podrían llevamos del último estado intermedio al estado final. En este caso, la búsqueda del espacio de problema es más limitada cuando empezamos a partir del estado final.

- Suponga que el estado final es falso y demuestre que eso nos lleva a una contradicción.

En matemáticas esto se llama *método de prueba indirecta.* A veces, la consideración de cuáles serían las implicaciones si el objetivo fuera falso nos sugiere la aplicación de algunas operaciones productivas.

Los heurísticos desarrollados por Newell y Simon, ¡unto con los de Polya, cuentan entre los mejores ejemplos que tenemos de habilidades del pensamiento de uso general, es decir, de procesos o enfoques aparentemente aplicables a muchos campos.

- *Algunas observaciones generales sobre los heurísticos.*

Los heurísticos de Polya fueron desarrollados en principio teniendo en mente problemas matemáticos. Los de Newell y Simon fueron motivados en gran parte por el interés existente en proporcionar a los ordenadores la capacidad de resolver problemas intelectualmente exigentes. Algunos de los problemas de este último caso eran de carácter matemático, otros no. Sin embargo, todos ellos estaban relativamente bien definidos y tenían unas soluciones precisas identificables. Muchos de esos problemas estaban muy sistematizados Y se parecían más por su carácter a los rompecabezas y a algunos juegos que a las situaciones problemáticas prácticas que suele encontrar la gente en la vida cotidiana. Es lógico preguntar hasta qué punto los heurísticos desarrollados en esos contextos tienen probabilidad de ser aplicables también a otros contextos.

Está claro que muchos de esos heurísticos están enunciados, o pueden estarlo, en unos términos suficientemente generales para ser aplicables fácilmente a casi cualquier campo de problemas; por ejemplo, halle un modo eficaz de representar el problema, descomponga el problema en subproblemas y resuelva a continuación cada uno de ellos. Más aún, los heurísticos que hemos presentado tienen gran cantidad de valor nominal y sería muy difícil argumentar en su contra. Sin embargo, enunciar principios abstractos puede ser mucho más fácil que llevados a la realidad o hallar ejemplos de ellos en la práctica. Por ejemplo, una cosa es reconocer la deseabilidad de hallar un modo de representar un problema que facilite el desarrollo de una solución y otra muy diferente es hallar esa representación. En su forma *más* abstracta, algunos de estos heurísticos nos recuerdan un poco el clásico consejo a los inversionistas de «comprar barato y vender caro». Es un consejo sencillamente fabuloso, con sólo que uno sepa cómo seguido en la realidad.

Probablemente, para que el entrenamiento respecto de esos heurísticos sea eficaz, no sólo hay que centrarse en los heurísticos mismos sino también en su puesta en práctica dentro de toda una serie de contextos. Los análisis de esos principios de Polya, de Newell y Simon, y de otros, incluyen siempre ejemplos de su aplicación a problemas específicos. Podríamos indicar por nuestra parte que son las aplicaciones de esos principios a contextos lo que tiene utilidad para el solucionador de problemas, más que los principios en *sí.*

Sin embargo, incluso consejos tan generales como el de «trabaje hacia atrás» o «divida el problema en subproblemas» pueden servir de algo en un campo de problemas nuevo. Si un principiante no siempre puede aplicar consejos como éstos de un modo inmediato, lo pueden ayudar al menos a clarificar la tarea de dominar el terreno. Es decir, el principiante podría preguntarse «¿Qué podría *constituir* aquí un subproblema?» o «¿Qué equivaldría aquí a dar marcha atrás?» Aunque semejantes preguntas puedan no resolver ningún problema a la primera, planteárselas puede ayudar al principiante a calibrar su progreso y a captar las oportunidades cuando se presenten.

Está claro que la influencia de la informática en los investigadores del área de la solución de problemas ha sido muy intensa, y creemos que ha sido saludable. La informática proporciona un lenguaje lo suficientemente rico para describir muchas cosas interesantes y, sin embargo, suficientemente exacto para indicar con toda precisión los detalles críticos. Ese idioma capta en particular algunos de los aspectos concretos más importantes que han señalado los psicólogos, en especial los gestaltistas. Enfocados así, los problemas de intuición son aquellos cuya solución sólo es obvia con una representación no obvia, y los problemas de rodeo resultan difíciles porque exigen una disminución temporal de la función de evaluación. No se evidencia que ninguno de los principios críticos de los gestaltistas se pierdan al pasar al enfoque de la informática.

Otra ventaja de ese enfoque está en que ayuda a dejar en claro qué es lo que sabemos y lo que no sabemos en cuanto a la solución de problemas. La gente sabe a menudo resolver problemas sin saber cómo los resuelve. Al tratar de programar los ordenadores para que hagan lo que la gente hace instintivamente, nos vemos obligados a tratar de hacer explícitas cosas que de otro modo daríamos por sentadas. Y aun en el caso de que esos intentos no lleguen a alcanzar su objetivo, ejercen el positivo efecto de aclarar cosas que no sabíamos; y localizar en qué reside nuestra ignorancia constituye también un paso importantísimo hacia su superación.

Queremos recalcar la importancia que le concede el enfoque heurístico al hallazgo de una buena representación de un problema. Es un argumento no poco convincente el que cualquier heurístico funciona esencialmente alterando nuestra representación del problema. Ese hincapié en la representación encaja bien con los descubrimientos hechos en muchos estudios experimentales de las dificultades existentes en la solución humana de problemas.

Para ilustrar este aspecto, en un estudio pionero y muy conocido de la solución de problemas, Duncker (1945) sometió a los sujetos a la resolución de problemas del siguiente tipo: «Si tenemos a un ser humano con un tumor gástrico inoperable y unos rayos que destruyen el tejido orgánico con suficiente intensidad, ¿con qué método podemos librado del tumor mediante esos rayos evitando al mismo tiempo destruir el tejido sano que lo rodea?» (pág. 28). El análisis de los resultados que obtuvo llevó a Duncker a la conclusión de que la gente suele empezar por enunciar un principio al que debe obedecer la solución y trata después de hallar un modo de ponerlo en práctica. En el caso del problema del tumor un principio que resultó muy enunciado era éste: «Evitar el contacto de los rayos con el tejido sano.» Cuando el principio en cuestión resultaba impracticable -como en este caso-, e! solucionador terminaba descartándolo y buscando otro. El punto crítico que Duncker nos señala es que hallar un principio nuevo equivale a reformular el problema original. Al enunciar un principio, se representa de hecho el problema de un modo particular; y al descartar un principio, se admite que la representación no sirve y que hay que sustituirla por otra. Esa línea de pensamiento llevó a Duncker a opinar que el proceso de resolver un problema se puede definir o bien como un desarrollo de la solución o como el desarrollo del problema. Resolvemos un problema, al menos a veces, reformulándolo y -al reformularlo- aclarándolo.

Veamos un último aspecto de la representación de un problema. Con frecuencia es posible ver un problema de más de una manera, enfocado desde más de una perspectiva o representado de más de una forma. Y de acuerdo con lo señalado antes, diremos también que no todas las representaciones de un mismo problema conducen por fuerza de un modo igual a una solución. Nos lo ilustra bellamente el siguiente problema (adaptado de Adams, 1974).

> Una mañana, exactamente al salir el sol, un monje empezó a escalar un monte. Un angosto sendero, como de medio metro de ancho, remontaba el monte en espiral hasta llegar a un templo que había en la cima. El monje subía a un paso más o menos vivo y se detenía muchas veces a lo largo del camino para descansar. Llegó al templo poco antes de ponerse el sol. Después de pasar varios días en aquel templo, inició su regreso siguiendo la misma senda, partiendo al salir el sol y caminando también a diferente paso y haciendo muchas pausas a lo largo del camino. Su velocidad de bajada era, desde luego, mayor que su velocidad media de ascenso. Demuestra que hay un punto determinado a lo largo de ese sendero que va a ocupar el monje en ambas jornadas precisamente a la misma hora del día.

Muchas personas tratan inicialmente de representarse este problema mediante ecuaciones algebraicas que incluyen la distancia y la velocidad. Esos intentos terminan por lo general haciéndose un lío. Una manera eficaz de resolver este problema es representado visualmente. Visualicemos el viaje hacia arriba del monje superpuesto al de regreso hacia abajo. Independientemente de las velocidades de ascenso y de descenso, en algún momento y en algún punto las trayectorias se cruzan. Por lo tanto tiene que haber un punto a lo largo del sendero que el fraile ocupó en las dos jornadas precisamente en el mismo momento del día.

También se puede utilizar este problema para ilustrar la eficacia de otros heurísticos ya mencionados. Consideremos, por ejemplo, el heurístico de Polya:

- Si no puede resolver el problema que trae entre manos, intente transformarlo en otro cuya solución conozca.

Algunas personas tienen dificultades con el problema del monje y el monte porque les cuesta trabajo imaginar dónde estaría el monje en diferentes momentos de diferentes días. Supongamos ahora que, en lugar de pedirnos que consideremos el paradero de un monje en dos días diferentes, el problema preguntara si dos monjes, uno que arrancara desde el pie del monte y subiese hasta la cima y otro que arrancara desde la cima al mismo tiempo y descendiera hasta el pie, se hallarían en un mismo lugar en algún momento del día. Nos imaginamos, aunque no podemos apoyado con prueba alguna, que a la mayoría de la gente esta versión del problema les parecerá mucho más fácil que la primera. Pero los dos problemas, en todos sus aspectos importantes, son análogos. En este caso, el resolver el segundo problema puede constituir un modo eficaz, aunque indirecto, de resolver el primero.

Otro heurístico que este problema ayuda a ilustrar es el de hacer un diagrama. Cuando buscamos una manera de representar una situación en forma de diagrama, una idea espontánea es la de un gráfico que nos represente la posición (digamos, la distancia a partir del pie de la montaña) como función del tiempo. De esa manera, las jornadas cuesta arriba y cuesta abajo del monte podrían representarse como se ve en la figura 4.2. Esta representación deja muy en claro que si ambas caminatas comienzan a la misma hora del día, entonces es evidente que hay algún lugar que el monje va a ocupar a la misma hora del día. Ese punto puede estar situado en cualquiera de muchos sitios, según las velocidades relativas de los caminos de subida y de bajada, pero tiene que haber uno: no hay modo de trazar una línea que vaya del extremo inferior al extremo superior del gráfico y otra que siga la dirección opuesta sin que se produzca un cruce de ellas.

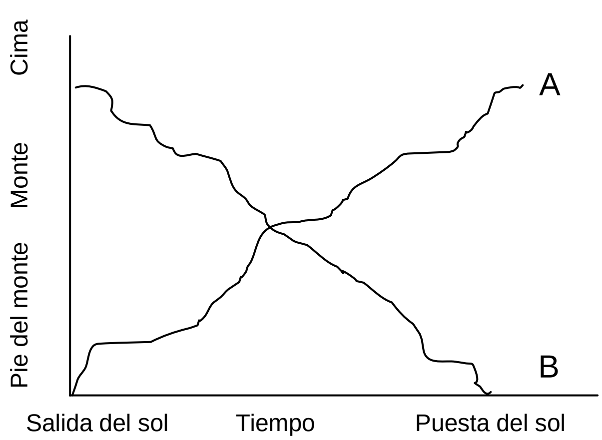

Fig.4.2.Gráficos de las jornadas del monje montañero: A) representa la jornada cuesta arriba y B) la jornada cuesta abajo.

- *Implicaciones para enseñar a pensar*

Nuestro análisis de la solución de problemas ha puesto de relieve las estrategias generales o heurísticos, porque esos heurísticos parecen ser excelentes ejemplos de lo que la gente denomina a veces «habilidades del pensamiento». A modo de revisión, hemos observado que dos métodos de identificar ese tipo de estrategias consisten en 1) estudiar a los solucionadores de problemas expertos y 2) programar ordenadores para que resuelvan problemas; el enfoque de Polya descansa principalmente en el método 1, mientras el de Newell y Simon se basa más en el método 2. Afortunadamente ambos cuerpos de trabajo parecen converger en proposiciones compatibles, y en algunos casos idénticas, en torno a heurísticos útiles. O sea, que ambos enfoques hacen hincapié en la importancia de una representación eficaz del problema y de la ideación de un plan de ataque, y ambos proponen numerosos heurísticos para representado y planificarlo.

En vista de ello, los heurísticos de este tipo se nos presentan como candidatos ideales para un curso sobre las habilidades del pensamiento. Por una parte, esos heurísticos parecen *dignos de ser enseñados:* tienen un gran ámbito de aplicabilidad y por lo mismo deben ser útiles con gran frecuencia. Muchos de esos heurísticos están relativamente bien especificados desde el momento en que pueden ser programados para un ordenador, por lo tanto deben ser fácilmente comunicables a los estudiantes. Por otra parte, existe cierto consenso en que los heurísticos que hemos citado son aquellos que emplean realmente los solucionadores de problemas expertos. Y en último término, observamos que existen suficientemente pocos heurísticos, lo que hace factible enseñarlos.

A pesar de esos aspectos favorables, parecen existir también dificultades en la enseñanza de los heurísticos. Tenemos por un lado el problema de manejo de saber *cuándo* aplicar un heurístico determinado: en qué contextos debe uno tratar de descomponer un problema en subproblemas. Está por otro lado el hecho de que, aunque los heurísticos son suficientemente específicos para ser programados, pueden no ser suficientemente concretos para su realización en un terreno no familiar: si uno tiene muy pocos conocimientos en materia de hidráulica, o es poco probable que tenga una buena idea de lo que constituye un subproblema en ese terreno. Aunque estas dos dificultades son reales, creemos que se las puede superar mediante técnicas de enseñanza específicas y que los heurísticos de solución de problemas deben estar situados muy arriba de cualquier lista de aspectos de la enseñanza que se puedan enseñar.