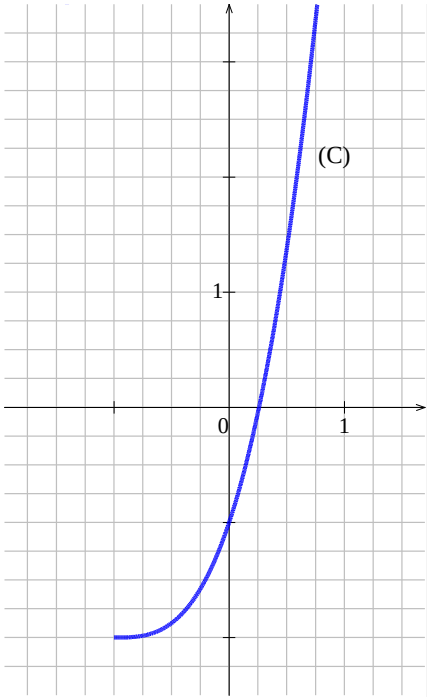
تمارين الدوال العددية في البكالوريا

للشعب العلمية

التمرين [1] [باك علوم تجريبية 2008] [م1] [7 ن]

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1) أ- بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب- علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$.

جـ- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) f هي الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O,\vec{i};\vec{j})$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$.

ب- عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا .

جـ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ و فسر النتيجتين بيانيا .

د- شكل جدول تغيرات f .

3) نأخذ $\alpha\approx 0.26$ ،

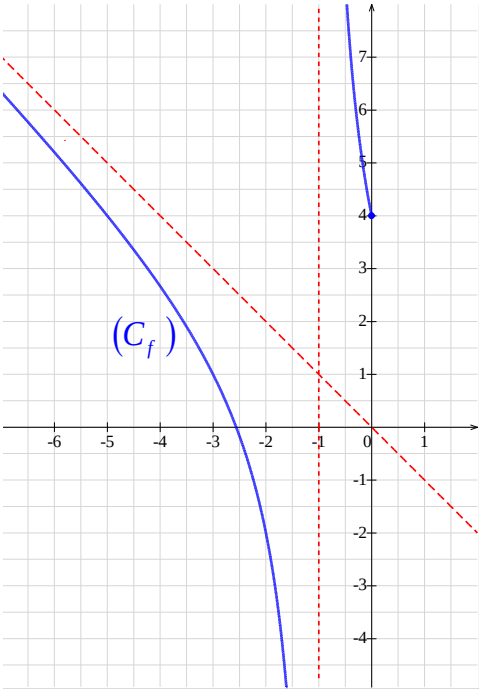
أ- عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ب- أرسم المنحنى (Γ) .

4) أ- أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=x+a+\dfrac{b}{(x-1)^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان .

ب- عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ و التي تحقق $F(1)=2$.

التمرين [2] [باك علوم تجريبية 2009] [م1] [7,5 ن]



I) f دالة معرفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ : $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الشكل)

1) أ- أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

ب- بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغير f شكل جدول تغيراتها .

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ- أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب- تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته

جـ- أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to0\\ >}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to0\\ <}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$. ماذا تستنتج ؟

ب- أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k) .

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ ، $x=-\frac{1}{2}$.

التمرين [3] [باك علوم تجريبية 2014] [م2] [4 ن]

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- أدرس إتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

2) أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

جـ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

3) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x\cdot g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$.

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .(نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$)

4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب- استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h)

التمرين [4] [باك رياضيات 2009] [م2] [7 ن]

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي : $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيّرات الدالة f .

2) أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y=x$.

ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .

3) أ- بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3<x_0<1,4$.

ب- عيّن معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .

جـ- أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم .

4) أوجد الدالة الأصلية للدالة f و التي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x .

5) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=|f(x)|$. (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق .

- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .

6)ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $g(x)=m^2$

التمرين [5] [باك تقني رياضي 2010][م2] [6 ن]

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أثبت أن الدالة f فردية .

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ- أدرس تغيرات الدالة f .

2) أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) و استنتج (C_f) أن يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

جـ- بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر .

د- أرسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق .

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=|x|\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

أ- بيّن أن الدالة g زوجية .

ب- إنطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق .

التمرين [6] [باك تقني رياضي 2017][م2][7 ن]

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3+6x+12$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1,48;-1,47[$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيراتها .

2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

5) نرمز بـ S إلى مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=0$ و $y=0$

أثبت أن : من أجل كل $x\in[\alpha;0]$ ، $-3\le f(x)\le f(\alpha)$ ثم بيّن أن : $\dfrac{3}{2}\alpha^2\le S\le -3\alpha$.