تمارين مختارة في الدوال الأسية واللوغاريتمية

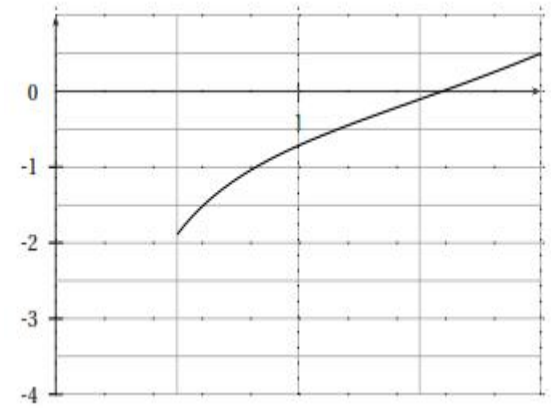
المستوى: السنة الثالثة ثانوي **الشعب: علوم ت+تقني رياضي+رياضيات**

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{x^2}$.

الجزء الأول:

عند ملاحظة المنحنى البياني الممثل للدالة f على شاشة آلة حاسبة بيانية قمنا بتخمين أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى في المجال $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.



لاحظ الشكل المقابل الذي يمثل منحنى الدالة f' المشتقة الأولى للدالة f في $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$

1.بقراءة بيانية

أ- هل فعلا الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى في المجال $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

بـ اعط حصرا لسابقة هذه القيمة بالدالة f .الى 10^{-2}.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$h(x)=xe^x-2e^x+2$.

1.أدرس تغيرات الدالة h ثم أحسب $h(0)$.

2.أ)بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد $\sim$ في المجال $\left[\dfrac{3}{2};2\right]$.

بـ)استنتج اشارة الدالة h على $\mathbb{R}$.

3.أ) أحسب نهايات الدالة f على أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

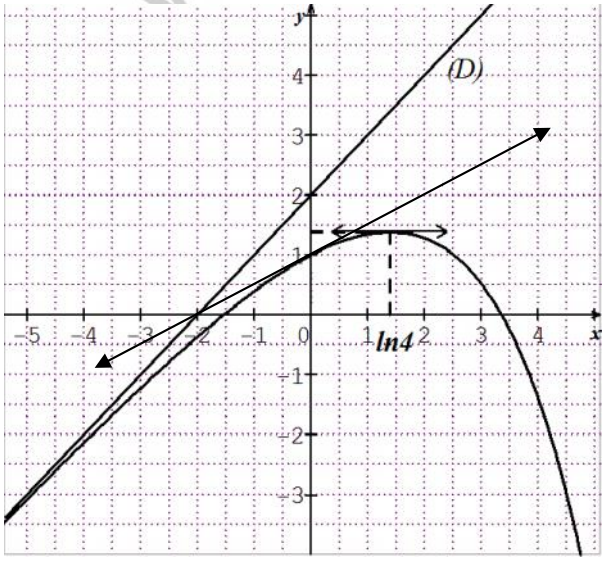
بـ) أدرس تغيرات الدالة f .شكل جدول تغيراتها .

جـ)بين أن $f(\sim)=\dfrac{-1}{\sim(\sim-2)}$ ، ثم استنتج اشارة $f(\sim)$.

4.أنشئ المنحنى (C) الممثل للدالة f .في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ونرمز بـ$(\mathcal{C})$ الى منحناها البياني،في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. أنظر إلى الشكل



1.بقراءة بيانيا

أ) أحسب $f'(\ln 4)$ و $f'(0)$.

بـ) استنتج معادلة المماس (T_1) للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

www.mathsacademy.net

جـ) عين معادلة للمستقيم (D) .

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

هـ) ليكن (T_m) مستقيم معادلته $y=\frac{m}{2}x+m$

حيث m وسيط حقيقي .

ين أن كل المستقيمات (T_m) تشمل نقطة وحيدة Aيطلب تعيين احداثيتيها.

–ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي mعدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{m}{2}x+m$

2. لتكن hالدالة المعرفة على $\mathbb{R}$كما يلي: $h(x)=f(|x|)$

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة hعند 0 .ماذا يمكن القول عن النقطة $B(0;1)$؟مع التعليل .

بـ) تحقق أن hدالة زوجية.

جـ) أنشئ (¥)المنحنى الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (¢) في نفس المعلم .

التمرين الثالث:

1. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x-1}.....x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

أ)أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ثم عند $+\infty$.

بـ)أتبث أن f مستمرة عند 0 .

2. أ)أتبث أن من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x\geq x+1$

ب)بين أن من من أجل كل عدد حقيقيx غير معدوم: $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(e^x-1)^2}$

مع g دالة يطلب تعيينها .

ج)شكل جدول تغيرات الدالة f .

4.بين أن المنحنى(C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ)معادلته $y=x$.

3. ليكن xعدد حقيقي غير معدوم ، M و M' نقطتان من المنحنى (C)فاصلتاهما على الترتيب xو $-x$.

أ) تحقق أن $f(-x)=\frac{x}{e^x-1}$. عين عندئذ العدد الحقيقي a معامل توجيه المستقيم (MM') .

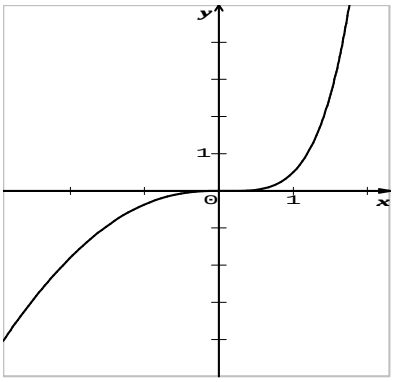
ب)نفرض أن f قابلة للاشتقاق عند 0 . أحسب$f'(0)$.

جـ) عين معادلة المماس(T) للمنحنى (C)عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4. أنشئ (Δ)،(T)والمنحنى(C) .

www.mathsacademy.net

التمرين الرابع:



نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=x^2e^{x-1}-\frac{x^2}{2}$ و (C_f) تمثيلها البياني الذي يظهر على شاشة الحاسبة البيانية كالآتي :

الجزء الأول :

تخمين :

بملاحظة هذا الشكل، ما هو تخمينك حول :

أ) اتجاه تغير الدالة f

ب)وضعية (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.

الجزء الثاني :

لنتحقق الآن من هذا التخمين :

1) احسب $f'(x)$.

2) لتكن g الدالة المعرفة على R بـ : $g(x)=(x+2)e^{x-1}-1$

احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و ادرس تغيرات g .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α . بين أن $0,20<\sim<0,21$

4) استنتج تغيرات f .

ماذا يمكن القول عن تخمينك الأول ؟

1) بين أن $f(\sim)=\frac{\sim^3}{2(\sim+2)}$.

2) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $[0;1]$ بـ : $h(x)=\frac{-x^3}{2(x+2)}$.

a) أحسب $h'(x)$ ثم ادرس تغيرات h على $[0;1]$.

b) استنتج حصرا لـِ $f(\sim)$.

3) a) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

b) عين وضعية (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .

ماذا يمكن القول عن تخمينك الثاني ؟

الجزء الثالث :

1) أكمل باستعمال الحاسبة الجدول التالي :

x	−0,2	−0,15	−0,1	−0,05	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
$f(x)$													

2) ارسم (C_f) على المجال $[-0,2\,;\,0,4]$ في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث تأخذ الوحدات كالآتي : على محور الفواصل ، $1\,cm$ يمثل 0,05

على محور الترتيب ، $1\,cm$ يمثل 0,001

www.mahsacademy.net

التمرين الخامس: (الفرض الثاني علوم تجريبية 2014)

الجزء الأول: h دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{x}{x+1}}$.

1. أحسب نهاية الدالة h عند -1 و $+\infty$.
2. أدرس تغيرات الدالة h.
3. بين أن من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ لدينا : $0 \prec h(x) \prec e$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-h(x)$.

و $(¥)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.(وحدة الرسم $5cm$).

1. أ)بين المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-e+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(¥)$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $(¥)$ و (Δ).

2. نرمز بـ f' و f'' إلى الدالة المشتقة الأولى والثانية للدالة f .

أ. من أجل x من $]-1;+\infty[$ أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$.تحقق أن $f''(x)=\frac{2x+1}{(x+1)^4}e^{\frac{x}{x+1}}$.

بـ.استنتج تغيرات الدالة f' .

جـ) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}-1} f'(x)=1$.

3. بين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل في المجال $]-1;+\infty[$ حلان أحدهما معدوم .

تحقق أن الحل الثاني هو العد الحقيقي ~ حيث $-0.6 \prec \sim \prec -0.8$.

4. أ. أدرس تغيرات الدالة f .

بـ. أحسب نهايات الدالة على اطراف $]-1;+\infty[$.

جـ.شكل جدول تغيراتها.

الجزء الثالث: نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} g(x)=f(x).....x\succ -1 \\ g(-1)=0 \end{cases}$.

و $(¥')$ المنحنى الممثل للدالة g في المستوي المنسوب الى المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ)بين أن من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $\frac{g(x)-g(-1)}{x+1}=1-\frac{1}{x}\left(\frac{x}{x+1}e^{\frac{x}{x+1}}\right)$.

بـ) بين أن الدالة g قابلة للإشتقاق عند -1 .

جـ) عين المماسات عند النقط ذات الفواصل 0 ، ~ و -1 .

2. أنشئ المماسات ، (Δ) و المنحني $(¥')$.

التمرين السادس:

لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ: $D_f=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ ، $f(x)=x^2+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1 - g دالة كثير حدود بحيث : $g(x)=2x^3+2x^2-1$

أ- أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول للتغيرات .

بـ-)بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا ~ من المجال $]0;1[$ وإستنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

www.mathsacademy.net

جـ) تحقق أن $\sim^2 = \frac{1}{2(\sim+1)}$ ثم بين أن $\frac{1}{4} \le \sim^2 \le \frac{1}{2}$ ثم إعط حصرا للعدد $\sim$

2 -) أوجد النهايات للدالة f على المجموعة D_f

3 -) بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)}$ ثم أدرس إ شارتها .

4-) تحقق أن $1 + \frac{1}{\sim} = \frac{1}{2\sim^3}$ ثم إستنتج أن $f(\sim) = \sim^2 - \ln 2\sim^3$

5 -) بإستعمال حصرا للعدد $\sim$ و من أجل $x \succ 0$ بين أن $f(x) \ge \frac{1+\ln 4}{4}$

6-) شكل جدول تغيرات f ثم أنشئ (C_f) .

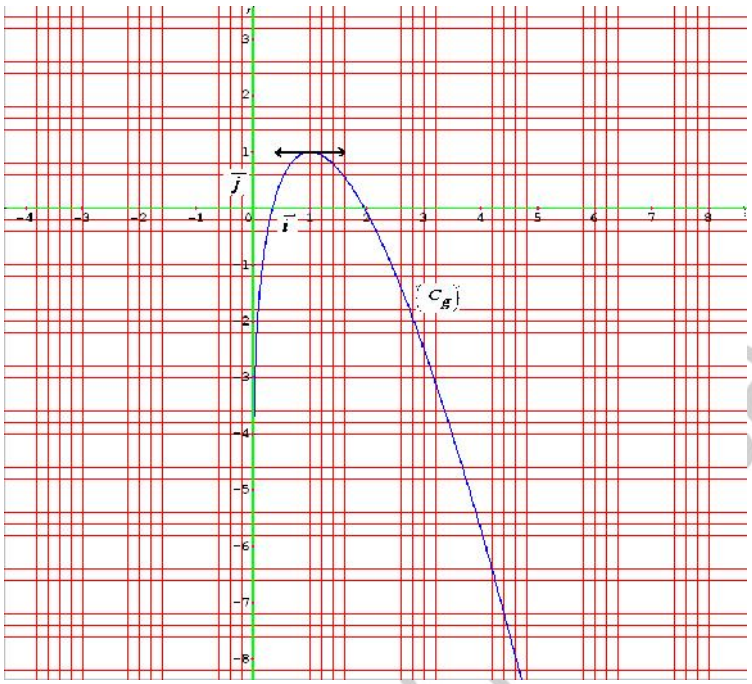
التمرين السابع:

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = ax + (bx + c)\ln x$$

حيث a ، b ، c أعداد حقيقية ، (C_g) منحناها البياني

كما هو مبين في الشكل المقابل .



- استنتج نهايتي الدالة g عند 0 و $(+\infty)$
- شكل جدول تغيرات الدالة g .

باستعمال المنحنى البياني ، وعلما أن :

$g(2) = 2 - 3\ln 2$

- عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

الجزء الثاني : (I)

نعرف الدالة f على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x + (1-2x)\ln x$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o , \vec{i} , \vec{j})$.

- احسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.
- عين $f'(x)$ الدالة المشتقة الأولى للدالة f .
- ادرس من أجل كل عدد حقيقي x من $]0 ; +\infty[$

إشارة : $(-2\ln x)$ و إشارة $\left(\frac{1-x}{x}\right)$.

- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته : $y = x$.

- حل في R المعادلة : $(1-2x)\ln x = 0$ ، ثم أعط التفسير الهندسي لهذه الحلول .
- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f بالنسبة لـ (Δ) .

www.dzacademy.net

- ارسم (Δ) و (C_f) .

الجزء الثالث : h دالة معرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ :

$$h(x)=|x|+(1-2|x|)\ln|x|$$

- بين أن الدالة h دالة زوجية .
- اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .
- استنتج كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) .
- ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق .

التمرين الثامن: (جزء من بكالوريا تجريبي رياضيات ثا/مراح2014)

الجزء الأول:

الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$: $g(x)=2x^2-(x^2+1)\ln(x^2+1)$.

1.بين أن الدالة g قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$.أحسب $g'(x)$ ،حيث g' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة g .

2.أدرس تغيرا ت الدالة g ،مشكلا جدول تغيراتها.

3. بين أنه يوجد عدد حقيقي α من $\left[\sqrt{e-1},\sqrt{e^2-1}\right]$ حيث $g(\alpha)=0$.

4.استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(1+x^2)}{x}.....x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

و $(\mathcal{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1.أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟

بـ) هل يوجد مماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند النقطة 0 ؟ اذاكانت الإجابة نعم عين معادلته .

2.أ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2(1+x^2)}$.

بـ) استنتج تغيرات الدالة f .

3أ).بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $(x\geq 1)$: $0\leq f(x)\leq\dfrac{\ln(2x^2)}{x}$.

بـ) استنتج نهاية f عند $+\infty$.

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f .

4.أنشئ المنحنى $(\mathcal{C})$. $(f(\alpha)\approx 0,8)$.

التمرين التاسع:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2-2\ln(e^x-x)$

1. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x\geq x+1$.

www.mathsacademy.net

2.لماذا الدالة معرفة على $\mathbb{R}$.

3.بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2 - 2x - 2\ln(1 - xe^{-x})$

ثم أ حسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

4.أدرس تغيرات الدالة f .

5.في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة : $3cm$). نعتبر القطع المكافئ (P) الذي معادلته $y = x^2 - 2x$ و (C_f) المنحني الممثل للدالة f .

1.بين أن : $f(x) - (x^2 - 2x)$ يؤول إلى الصفر عندما يؤول x إلى $+\infty$.

2.أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (P) و (C_f).

3.أكتب معادلة لكل من المستقيمين (D)و (D') المماسين للمنحنيين (P) و (C_f) على الترتيب عند الفاصلة 0 .

أرسم في نفس المعلم المستقيمين(D) و(D') و المنحنيين (P) و (C_f)

التمرين العاشر:(جزء من بكالوريا تجريبي رياضيات ثا/مراح2014)

الجزء الأول:

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $e^x \geq x+1$ و $\ln x \leq x-1$.

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $e^x - \ln x \geq 2$.

الجزء الثاني : دراسة دالة : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{e^x - \ln x} \text{.....} \quad x \succ 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ الوحدة $4cm$

1) بين أن الدالة f مستمرة عند 0 .

2) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 0 .

3) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$. فسر النتيجة بيانيا.

4) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = e^x - \ln x - xe^x + 1$.

أ- عين نهاية الدالة g عند 0 ثم عند $+\infty$.

بـ-أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

جـ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ في $]0;+\infty[$.برر أن $1,23 \leq \sim \leq 1,24$.

د - أدرس إشارة $g(x)$ لما x يمسح المجال $]0;+\infty[$.

5) أ- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

بـ – برهن أن $f(\sim) = \dfrac{1}{e^{\sim} - \dfrac{1}{\sim}}$ ، ثم استنتج حصرا لـ : $f(\sim)$.

6) أنشئ المنحنى (C) و حدد المماسين عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و $\sim$.

www.mahsacademy.net

2.لماذا الدالة معرفة على $\mathbb{R}$.

3.بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2 - 2x - 2\ln(1 - xe^{-x})$

ثم أ حسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

4.أدرس تغيرات الدالة f .

5.في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة : $3cm$). نعتبر القطع المكافئ (P) الذي معادلته $y = x^2 - 2x$ و (C_f) المنحني الممثل للدالة f .

1.بين أن : $f(x) - (x^2 - 2x)$ يؤول إلى الصفر عندما يؤول x إلى $+\infty$.

2.أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (P) و (C_f).

3.أكتب معادلة لكل من المستقيمين (D)و (D') المماسين للمنحنيين (P) و (C_f) على الترتيب عند الفاصلة 0 .

أرسم في نفس المعلم المستقيمين(D) و(D') و المنحنيين (P) و (C_f)

التمرين العاشر:(جزء من بكالوريا تجريبي رياضيات ثا/مراح2014)

الجزء الأول:

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $e^x \geq x+1$ و $\ln x \leq x-1$.

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $e^x - \ln x \geq 2$.

الجزء الثاني : دراسة دالة : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{e^x - \ln x} \text{.....} \quad x \succ 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ الوحدة $4cm$

1) بين أن الدالة f مستمرة عند 0 .

2) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 0 .

3) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$. فسر النتيجة بيانيا.

4) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = e^x - \ln x - xe^x + 1$.

أ- عين نهاية الدالة g عند 0 ثم عند $+\infty$.

بـ-أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

جـ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ في $]0;+\infty[$.برر أن $1,23 \leq \sim \leq 1,24$.

د - أدرس إشارة $g(x)$ لما x يمسح المجال $]0;+\infty[$.

5) أ- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

بـ – برهن أن $f(\sim) = \dfrac{1}{e^{\sim} - \dfrac{1}{\sim}}$ ، ثم استنتج حصرا لـ : $f(\sim)$.

6) أنشئ المنحنى (C) و حدد المماسين عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و $\sim$.

www.mahsacademy.net

www.math31.net 2012-2014

التمرين الحادي عشر: (تقني رياضي+رياضيات)

في كل التمرين ،المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $5cm$)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة f_1 المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي:

$$f_1(x)=xe^{-x^2}$$

و (C_1) المنحنى الممثل للدالة f_1 .

1. أحسب $f_1'(x)$ ،حيث f_1' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة f_1 .ثم استنتج تغيرات الدالة f_1 .
2. أحسب نهاية الدالة f_1 عند $+\infty$.(يمكنك وضع $u=x^2$) . فسر النتيجة هندسيا.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f_1.
4. نسمي (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.عين الوضعية النسبية لـ (C_1) و (Δ) .
5. أنشئ (C_1) و (Δ) .

الجزء الثاني:

نعتبر f_3 الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي:

$$f_3(x)=x^3e^{-x^2}$$

و (C_3) المنحنى الممثل للدالة f_3 .

1.بين أن من أجل كل عدد حقيقي موجب x اشارة $f_3'(x)$ هي من اشارة $3-2x^2$.

-استنتج تغيرات الدالة f_3.

2. ادرس وضعية (C_1) بالنسبة (C_3).

3.انشئ (C_3) في نفس المعلم .(نقبل أن للدالتين f_1 و f_3 نفس النهاية عند $+\infty$).

الجزء الثالث:

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ،نعتبر الدالة f_n المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=x^ne^{-x^2}$

و (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n .

1.بين أن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ،الدالة f_n تقبل قيمة حدية عظمى عند $x=\sqrt{\frac{n}{2}}$ نسميها α_n .

2.نسمي النقطة S_n من المنحنى (C_n) ذات الفاصلة $\sqrt{\frac{n}{2}}$.

بين أن من أجل كل $n\geq 1$ المنحنيات (C_n) تتقاطع في نقطتين هما مبدأ المعلم و نقطة أخرى يطلب تعيينها .

مثل النقط S_1 ، S_2 و S_3 .

3. لتكن g الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=\exp\left[-\frac{x}{2}\left(-1+\ln\left(\frac{x}{2}\right)\right)\right]$$

أ)أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن من أجل $n\geq 1$: $g(n)=\alpha_n$.

ج) قارن ترتيب كل النقط S_n مع ترتيب النقطة S_2 .

التمرين الثاني عشر: (تقني رياضي+رياضيات)

الجزء الأول:

g دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+\frac{\ln x}{x}$

1.أحسب نهايات الدالة g على أطراف $[0;+\infty[$.

2.أدرس تغيرات الدالة g .

3.بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $]0;1[$.

الجزء الثاني: ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ،

نعتبر الدالة h_n المعرفة على $[0;+\infty[$:

$$h_n(x)=x^2-n+n\ln x$$

1. .أحسب نهايات الدالة $[0;+\infty[$ على أطراف $[0;+\infty[$.

2.أدرس تغيرات الدالة $[0;+\infty[$.

3.بين أن المعادلة $h_n(x)=0$ تقبل حل وحيد α_n في $]0.9;3[$.

4.استنتج اشارة $h_n(x)$ تبعا لقيم x .

الجزء الثالث: ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ،

نعتبر الدالة f_n المعرفة على $[0;+\infty[$:

$$f_n(x)=x-n-n\frac{\ln x}{x}.$$

و (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1.بين أن من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f_n'(x)=\frac{h_n(x)}{x^2}$.

ثم استنتج تغيرات الدالة f_n .

3.بين أن (C_n) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_n) معادلته $y=x-n$

4.أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_n) و (Δ_n).

5.بين أن المنحنيات (C_n) تتقاطع في نقطة وحيدة A_n يطلب تعيينه احداثياتها.

6.أنشئ (C_1) و (C_2) .

7.أ) تحقق أنه من أجل x من $[0;+\infty[$: $f_n(x)=x-n.g(x)$.

ب)استنتج الوضعية النسبية لـ (C_n) و (C_{n+1}) .

منتدى وهران التابع
MATHSACADEMY.NET

www.math31.net 2012-2014

التمرين الثالث عشر: (تقني رياضي+رياضيات)

. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$g(x)=2x-\sqrt{1+x^2}$$

أ)أدرس اتجاه تغير الدالة g .

ب)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ يطلب تعيينه. استنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

2. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2\sqrt{1+x^2}-x$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

نعتبر المستقيمين $(D):y=-3x$ و $(D'):y=x$

أ)أدرس نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب)بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\sqrt{1+x^2}}$.

استنتج جدول تغيرات الدالة f .

جـ)أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+3x\right]$. فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها.

د)بين أن المستقيم (D') مستقيما مقاربا للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

هـ)أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) و (D').

3.أرسم (C_f)، (D) و (D').

التمرين الرابع عشر: (تقني رياضي+رياضيات)

. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=\sqrt{1+x^2}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.بين أن المنحنى (C) يقبل محور تناظر.

2. أدرس نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

3.بين أن من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)-x=\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

أ)استنتج أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (d) .

4. ليكن (C') المنحنى الممثل للدالة المعرفة على بـ:

$$g(x)=-f(x)$$

والمنحنى $(¥)$ هو اتحاد المنحنيين (C) و (C').

تحقق أن $(¥)$ هو مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق :

$$y^2-x^2=1$$

5.الآن نعتبر المعلم الجديد $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث:

$$\vec{u}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\vec{i}+\vec{j}\right) \quad و \quad \vec{v}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right)$$

أ)أكتب معادلة للمنحنى $(¥)$ في المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$.

ب) أرسم $(¥)$.

بالتوفيق والسداد

التمرين الخامس عشر: (تقني رياضي+رياضيات)

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :

. $f(x)=\sin 3x-3\sin x$

1) قارن بين $f(x)$ وكل من $f(x+2®)$ ، $f(-x)$ و $f(®-x)$.

برهن إذن أنّه يكفي دراسة الدالة f على $\left[0;\dfrac{®}{2}\right]$.

2) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ،

. $f'(x)=-6\sin x\sin 2x$

3) أدرس تغيّرات الدالة f على $\left[0;\dfrac{®}{2}\right]$.

4) أرسم منحني الدالة f على $[-2®;2®]$.

التمرين السادس عشر: (تقني رياضي+رياضيات)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :

. $f(x)=\dfrac{1}{2}\cos 2x-\cos x$

وليكن $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ . برهن أنّ الدالة f دورية ذات الدور $2®$.

ب . برهن أنّ محور التراتيب هو محور للمنحني $\mathcal{C}$.

2) أ . عيّن f' الدالة المشتقة للدالة f .

ب . برّر أنه من أجل كل عدد حقيقي x ،

. $f'(x)=\sin(x)\left[1-2\cos(x)\right]$

ج . أدرس إشارة $f'(x)$ من أجل $x\in[0;®]$.

3) أ . أنجز جدول تغيرات للدالة f على $[0;®]$.

ب . أرسم المنحني الذي يمثل الدالة f على $[-®;®]$.

ج . كيف يمكن استنتاج المنحني $\mathcal{C}$.

التمرين 17

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :

. $f(x)=\sin^2 x+\cos x$

وليكن $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ . برهن أنّ الدالة f دورية ذات الدور $2®$.

ب . برهن أنّ محور التراتيب هو محور للمنحني $\mathcal{C}$.استنتج أنه يمكن دراستها على المجال $[0;®]$.

2). برّر أنه من أجل كل عدد حقيقي x ،

. $f'(x)=\sin(x)\left[2\cos(x)-1\right]$

ج . أدرس إشارة $f'(x)$ من أجل $x\in[0;®]$.

3) أ . أنجز جدول تغيرات للدالة f على $[0;®]$.

ب . أرسم المنحني الذي يمثل الدالة f على $[-2®;2®]$.

4)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد ~ في $[0;®]$.

5)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(E):X^2-X-1=0$.

6) بين أن ~حل للمعادلة $f(x)=0$ اذاوفقط اذاكان ~ $X=\cos$ حل للمعادلة (E).

7) استنتج القيمة المضبوطة لـ ~ $\cos$ ثم قيمة مقربة للعدد ~.

منتدى وهران التعليم
أكاديمية الرياضيات
MATHSACADEMY.NET

التمرين18

1. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=e^x-x-1$$

أ- أدرس تغيرات الدالة g على $[0;+\infty[$.

ب- إستنتج أن $g(x)\geq 0$ من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$.

2. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$$h(x)=(2-x)e^x-1$$

أ- أدرس تغيرات الدالة h على $[0;+\infty[$.

ب- بين أن المعادلة: $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ حيث $1,84\prec\sim\prec 1,85$.

جـ- استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الطول هي : $2cm$

1. أ- تحقق انه من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ،

$$f(x)=\frac{1-e^{-x}}{1-xe^{-x}}\cdot$$

ب - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ - بين أن : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(e^x-x)^2}$ من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$.

ب- بين أن : $f(\sim)=\dfrac{1}{\sim -1}$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\sim)\cdot$

جـ - شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أكتب معادلة نصف مماس للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 من اليمين.

4. أ- بين أن : $f(x)-x=\dfrac{(1-x)g(x)}{e^x-x}$ من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$.

ب- إستنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيم $(D):y=x$.

5. أنشئ (D) و (C_f).

التمرين19

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب:

$$f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$$

و المنحنى $(¥)$ الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i}:\vec{j})$.(الوحدة $3cm$) .

الجزء الأول:

1. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $x^2-2x+2\succ 0$

2. أحسب f' الدالة المشتقة الأولى للدالة f .

ادرس تغيرات الدالة f ، شكل جدول تغيراتها.

3. أثبث أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى $(¥)$

4. عين معادلة للمماسين (T) و (T') عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و 2 على الترتيب.

الجزء الثاني:

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب:

$$h(x)=f(x)-x$$

1. أدرس تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}$.

2. أ)أحسب نهاية الدالة h عند $-\infty$.

ب) بين من أجل كل عدد خقيقي x موجب تماما :

$$h(x)=x\left[\frac{2\ln x}{x}+\frac{\ln\left(1-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}{x}-1\right]$$.

-استنتج نهاية الدالة h عند $+\infty$.

-ج)بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد $\sim$ حيث :

$0.3\prec\sim\prec 0.4$

د)استنتج أن المنحنى $(¥)$ يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ في نقطة وحيدة يطلب تعيين فاصلتها.

3. أنشئ (T) ، (T') ، (Δ) و $(¥)$.

التمرين20

نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $\boldsymbol{g(x)=x^2+3-2\ln x}$

1. ادرس اتجاه تغييرات الدالة g .

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

I. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال: $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$\boldsymbol{f(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2-1}{2x}}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

1. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$ -

استنتج اتجاه تغير الدالة f .

2. احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3. ليكن D المستقيم الذي معادلته $y=\dfrac{1}{2}x$

احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\dfrac{1}{2}x\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

4. أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

5. أنشئ المستقيم D والمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

منتدى وهران التابع
أكاديمية الرياضيات
MATHSACADEMY.NET

التمرين21

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ بـ:

$$f(x)=x+\ln\left|e^x-2\right|$$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الطول هي : $1cm$

1/أحسب نهايات الدالة f على أطراف مجالي مجموعة التعريف. هل يقبل (C_f) مستقيم مقارب عمودي؟

2/ أدرس إتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها.

أ)بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$:

$$f(x)=2x+\ln\left(1-2e^{-x}\right)$$

4/بين أن (C_f) يقبل مستقيمان مقاربان مائلان (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب : $y=x+\ln 2$ ، $y=2x$.

5/ عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محورالفواصل .

6/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

7/ هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) معامل توجيهها 3.

8/أنشئ (Δ) ، (Δ') و المنحنى (C_f) .

9/حل وناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=3x+m$.

10/ h دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-\ln 2;\ln 2\}$:

$$h(x)=f\left(|x|\right)$$

أ- بين أن الدالة h زوجية .

ب- أشئ المنحنى (C_h) إنطلاقا من المنحنى (C_f) في نفس المعلم .

بكالوريا علوم الطبيعة والحياة(النمط القديم مع بعض التصرف)

التمرين22 (بكالوريا أجنبي)

<u>الجزء الأول</u>

g دالة عددية معرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بالشكل :

$$g(x)=x^2-\frac{1}{x^2}-\ln x$$

1) أحسب النهايات عند طرفي مجال التعريف

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل تغيراتها

3) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

<u>الجزء الثاني:</u>

f دالة عددية معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بالشكل :

$$f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}-(\ln x)^2$$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل $x>0$ فإن : $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

ثم استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\ ;\ +\infty[$:

$$f'(x)=\frac{2\,g(x)}{x}$$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

2) أنشئ المنحني (C_f)

h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بالشكل :

$$h(x)=f\left(|x|\right)$$

أ) بين أن h دالة زوجية

ب) انطلاقا من المنحني (C_f) أنشئ في نفس المعلم السابق المنحني (C_h) الممثل للدالة h

منتدى وهران التابع
أكاديمية الرياضيات
MATHSACADEMY.NET

التمرين23 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب:

$$f(x)=x+2-\frac{4e^x}{e^x+3}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1.أ)أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $-\infty$.

ج) أدرس وضعية (C) بالنسبة (Δ) .

2. أ) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]$ ماذا تستنتج؟

3. أ)أحسب $f'(x)$ ثم بين أن من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x)=\left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$$

ب)أدرس تغيرات الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها.

4.أ)عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة I ذات الفاصلة $\ln 3$.

ب) استنتج وضعية (C) بالنسبة (T) .

ج) بين أن I مركز تناظرللمنحنى (C) .

6.أحسب $f(-1.79)$ ثم أنشئ المماس (T) ،المستقيمات المقاربة والمنحنى (C) .

التمرين24 :

g دالة معرفة على $]1;+\infty[$: $g(x)=2x+\ln x$

أ.أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب.أدرس تغيرات الدالة g .

ج.بين أن من أجل كل عنصر x من $]1;+\infty[$: $g(x)\neq 0$.

الجزء الثاني:

f دالة معرفة على $]1;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{6\ln x}{2x+\ln x}$

أ)بين أن من أجل كل x من $]1;+\infty[$:

$$f(x)=\frac{6\dfrac{\ln x}{x}}{2+\dfrac{\ln x}{x}}$$

ب)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ج)أدرس تغيرات الدالة f .شكل جدول تغيراتها .

د) ماهي قيم العدد الحقيقي k التي من أجلها المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلين متمايزين ؟

ه)أوجد معادلة المماس (Δ_1) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

حيث (γ) هو المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الثالث:

نعتبر h الدالة المعرفة على $[1;+\infty[$: $h(x)=f(e^x)$

(C) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) شكل جدول تغيرات الدالة h .

ب) عين معادلة المماس (Δ_2) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ج) أرسم كل من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (γ) و (C) في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

التمرين25 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كمايلي:

$$f(x)=x+2-2\ln|2x+1|$$

و (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول: 1.أدرس تغيرات الدالة f .

3. بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه (-3) .

-أكتب معادلة للمستقيم (Δ) .

3. أحسب احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x$.

4.أحسب $f(-1)$ و $f(0)$.أرسم (Δ) و (C) .

5. ناقش بيانياو حسب قيم الوسيط m وجود وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

الجزء الثاني:نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كمايلي:

$$g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-2\ln(2x+1)^2$$

1 .أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن $\left(-\frac{1}{2}\right)$

لدينا: $g(-1-x)=g(x)$ و $-1-x\neq-\frac{1}{2}$

2.استنتج ان المنحنى (γ) الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.

3.أثبت أن $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه .

4.استنتج إنشاء (γ) انطلاقا من (C)

-أرسم (γ) في نفس المعلم .

www.liceeacademy.net

التمرين السادس والعشرون :

f دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln x}{2x^2}$$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

الجزء 1 :

1. أ ـ أدرس إتجاه تغير الدالة f
   ب ـ أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف
   جـ ـ أحسب $f(\sqrt{e})$
   د ـ عين المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) و تقاطعهما مع المنحنى (C)
   هـ ـ أرسم (C)
2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\succ 0$: $f(x)\succ 0$
3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي k , وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x

الجزء 2 :

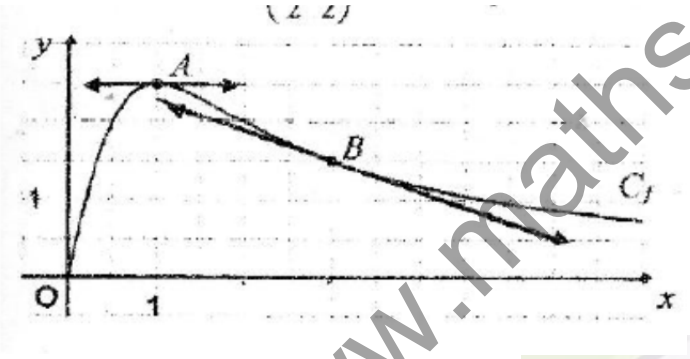
لتكن الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}$$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$, فسر النتيجة بيانيا
2. أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $]0;+\infty[$
3. استنتج تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$
4. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (Γ) الممثل للدالة g عند النقطة التي فاصلتها 1.
5. بين أن المنحنى (Γ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها
6. أحسب $g(1)\times g\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم تحقق أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا محصورا بين $\frac{1}{2}$ و 1 .
7. أ ـ بين أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (D) يطلب تعيين معادلة له .
   ب ـ أدرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة إلى المستقيم (D) .
8. أرسم (T) , (D) و (Γ) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

التمرين السابع والعشرون:

الشكل هو التمثيل البياني C_f لدالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و f' دالتها المشتقة .



المنحنى C_f يقبل عند النقطة A مماسا موازيا لحامل محور الفواصل و (Δ) المماس لـ C_f عند النقطة B التي إحداثياتها $\left(3;\frac{3}{2}\right)$

1) بقراءة بيانية لـ C_f
   أ) عين $f'(1)$ و $f'(3)$ مع التعليل
   ب) حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$
   ت) شكل جدول تغيرات f على $]0;+\infty[$

www.mathsacademy.net

2) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـــ :

$$g(x)=\frac{1}{f(x)}$$

أ) أحسب $g(1)$ ، $g\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g(3)$

ب) أحسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم أدرس إشارة $g'(x)$ واستنتج إتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$.

ت) شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $\left[\frac{1}{2};3\right]$

3) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـــ :

$$h(x)=\left[f(x)\right]^2$$

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$

استنتج أن h و f لهما نفس اتجاة التغير على المجال $]0;+\infty[$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h على المجال $]0;+\infty[$

أحسب $h'(3)$ ثم بإستعمال تقريب تآلفي مناسب عين قيمة مقربة للعدد $h(3,002)$

التمرين الثامن والعشرون:

I) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$h(x)=e^{-x}+x-1$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة h على $\mathbb{R}$

2) استنتج إشارة $e^{-x}+x$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x}{x+e^{-x}}+1$

وليكن (c) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ) عين مجموعة تعريف الدالة f

ب) أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=\frac{(1+x)e^{-x}}{\left(h(x)+1\right)^2}$$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب) أدرس إشارة : $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) أكتب معادلة المماس للمنحنى (c) في النقطة o مبدأ المعلم

ب) تحقق أن :

$$x+1-f(x)=\frac{xh(x)}{h(x)+1}$$ لكل x من $\mathbb{R}$

ج) أستنتج الوضع النسبي للمنحنى (c) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$

4) أنشئ (Δ) و (c) في المعلم $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة

$$(x-1+m)(x+e^{-x})=x$$

ث) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة

$$g(x)=f(x^2)$$

www.mathsacademy.net

اعتمادا على اتجاه تغير الدالة f استنتج اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

التمرين التاسع والعشرون:

لتكن f الدالة المعرفة على R كما يلي :

$f(x) = -x + 1 + e^{2x} - e^{x}$ ،وليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1 –أ) ادرس تغيرات الدالة f .

ب) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) وبين أنه يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيينه .

ج) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و (Δ).

2 – أ) x_0 عدد حقيقي ، نعتبر (D) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة x_0.

عين قيمة x_0 حتى يكون (D) موازيا لـ (Δ).

اكتب عندئذ معادلة لـ (D).

ب) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

ج) ارسم كلا من (D) و (Δ) و (C).

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد نقط تقاطع المنحنى (C) والمستقيم (D_m) الذي معادلته $y = -x + m$.

3 – أ) n عدد طبيعي غير معدوم ،احسب المساحة $A(n)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $x = \ln n$, $x = \ln(n+1)$, $y = -x + 1$.

ب) نضع : $S_n = A(1) + A(2) + ... + A(n)$. احسب S_n بدلالة n.

التمريـــــن الثلاثون:

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1 \end{cases}$$

و ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة المعلم : $2cm$)

الجزء A

1 أ) احسب $\lim_{x \to 0} f(x)$. ماذا نستنتج بالنسبة للدالة f ؟

ب) احسب نهاية f عند $+\infty$

2 أ) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

ب) بين أن f قابلة للإشتقاق على المجال $[0, +\infty[$ و احسب $f'(x)$ من أجل $x \succ 0$.

3 ـ ادرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها .

4 – بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α من المجال $[0, +\infty[$. اعط قيمة تقريبية للعدد α الى 10^{-2} .

الجزء B

1 _ اكتب (D) معادلة المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

2 – لتكن الدالة g الدالة المعرفة على المجال $]0, +\infty[$.

أ) احسب $g'(x)$ ثم $g''(x)$ حيث g', g'' هي الدالة المشتقة الأولى و الثانية للدالة g

ادرس اتجاه تغيرات الدالة g' . استنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g . استنتج وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمماس (D)

3 – انشئ المنحنى (C) والمماس (D).

الجزء C

1 – ليكن n عدد طبيعي غير معدوم . عبر بدلالة n العدد الحقيقي : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$

(يمكن استعمال التكامل بالتجزئة) .

2 – استنتج بدلالة n , A_n المعبر عنها بـ cm^2 مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C)

www.mathsacademy.net

والمستقيمات (D) و $x=1$ و $x=\frac{1}{n}$. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها .

التمرين الواحد والثلاثون:

I ـ نعتبر g الدالة العددية المعرفة على R كما يلي : $g(x)=e^{-x}+x-1$.

1) احسب $g'(x)$ لكل x من R .استنتج أن g متزايدة على المجال $[0,+\infty[$ و متناقصة على المجال $]-\infty,0]$.

2)بين أن $g(x)\geq 0$ لكل x من R (لاحظ أن $g(0)=0$)

استنتج أن $e^{-x}+x\geq 1$ من أجل كل x من R .

II نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{x}{x+e^{-x}}$ وليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 – بين أن الدالة f معرفة على R .

2 – أ) بين أنه من أجل كل x من $R-\{0\}$: $f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{xe^{x}}}$.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$. فسر هندسيا النتيجتين .

3 – أ) بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x)=\frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$.

ب)ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4 – أ) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) عند النقطة O مبدأ المعلم .

ب) تحقق أنه من أجل كل x من R : $x-f(x)=\frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ثم ادرس إشارة $x-f(x)$ على R .

ج)استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$

5 – انشئ (Δ) و (C) .

III نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من أجل كل n من N

1 – برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $0\leq u_n\leq 1$

2 – بين أن المتتالية (u_n) متناقصة (يمكن استعمال نتيجة السؤال II 4)ب))

3 – استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

التمرين الثاني والثلاثون:

لكل عدد حقيقي موجب تماما k نعتبر الدالة f_k المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بـ:

$$f_k(x)=ln(e^x+kx)-x$$

(C_k) هو التمثيل البياني للدالة f_k في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ ($\|\vec{i}\|=5cm$ ، $\|\vec{j}\|=10cm$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب لدينا : $ln(1+x)\leq x$

أ) (ادرس تغيرات دالة مناسبة من الدوال تحقق المطلوب) .

2. أحسب $f'_k(x)$ واستنتج اتجاه تغيرات الدالة f_k .

www.mathsacademy.net

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x

$f_k(x) = ln\left(1 + k\frac{x}{e^x}\right)$ موجب

ب) استنتج نهاية الدالة f_k عند

$+\infty$.

4. أ) شكل جدول تغيرات الدالة f_k .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x

$f_k(x) \leq \frac{k}{e}$ موجب

5. أكتب معادلة للمماس T_k للمنحني (C_k)

عند النقطة O .

6. أنشيء المنحني (C_1) ومماسه عند النقطة O .

التمرين الثالث والثلاثون:

لتكن الدالة f المعرفة على $\Re$ كما يلي:

$f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$. نسمي (C)

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

$(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم = $2cm$)

الجزء أ. دراسة دالة مساعدة

لتكن g الدالة المعرفة على $\Re$ بـ :

$g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1ـ أدرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

2ـ أحسب الدالة المشتقة g' و عين إشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

3) برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في $\Re$ ثم علل أن $0,35 \leq \alpha \leq 0,36$

4) استنتج إشارة g على $\Re$

الجزء ب. دراسة الدالة f

1) عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) من أجل كل عدد حقيقي x أحسب $f'(x)$

3) استنتج باستعمال **الجزء أ** تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

4) أ- برهن أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$

ب- باستعمال حصر العدد α عين حصر لـ $f(\alpha)$ في مجال طوله 4×10^{-2}

5) برهن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C) في جوار $+\infty$

حدد وضعية (C) بالنسبة لـ Δ

6) أعط معادلة المماس T للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 0

7) أرسم Δ ، T ثم (C)

8) أ- عين الأعداد الحقيقية a,b,c بحيث تكون الدالة P المعرفة على $\Re$ بـ

$P(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$

دالة أصلية للدالة $x \to (x^2 + 2)e^{-x}$

ب- أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم Δ و المستقيمين $x = -\alpha$ و $x = 0$

ج) علل أن $A(\alpha) = 4e^{2\alpha} + 8e^{\alpha} - 16$

التمرين الرابع والثلاثون:

لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$ **وليكن (C_g) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة هي $2cm$**

1ـ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (حساب النهايات غير مطلوب)

2ـ احسب $g(1)$ واستنتج اشارة $g(x)$

f دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي :

$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2 - 1}{2x}$. **(C_f) منحناها البياني**

1ـ احسب $f(1)$ وبين ان

$f(e) = \frac{e^2 + 1}{2e}$

2ـ احسب $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

3ـ بين ان $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها

www.mathsacademy.net

4ـ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$ وفسر بيانيا النتيجة

5ـ ارسم المماس (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم المنحني (C_f) في المستوي السابق ذكره

6ـ عين F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ والتي تنعدم من اجل $x=1$

التمرين الخامس والثلاثون:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1:+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

1ـ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$

2ـ بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} Ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=0$ ثم استنتج نهاية الدالة f عند $(+\infty)$

3ـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

4ـ أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

5ـ أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

6ـ بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2}<\alpha<0$

7ـ ارسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ)

8ـ عين مشتقة الدالة $x\to\ln(x+a)$ على المجال $]-a;+\infty[$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على $]-1:+\infty[$

9ـ ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة

$f(x)=\frac{3}{2}x+m$

التمرين السادس والثلاثون:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3\left(e^x-1\right)}$$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{I}.\vec{J})$

1ـ عين العددين الحقيقين a و b بحيث

$f(x)=ax+\frac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

2ـ احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها

3ـ بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها

4ـ أ ـ (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) . ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب ـ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0.9\prec x_0\prec 0.91$ و $-1.66\prec x_1\prec -1.65$

www.mathsacademy.net

ج- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم. $f(x)+f(-x)$
فسر النتيجة هندسيا.

د- أرسم (D) و (D') و (C_f).

هـ m عدد حقيقي و (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة: $y=x+m$
ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$

5- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما ياتي: $g(x)=[f(x)]^2$
أدرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

التمرين السابع والثلاثون:

1- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ- أثبت أن الدالة f فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

ت- أدرس تغيرات الدالة f.

2- أ- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

أ- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) و استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ب- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

ت- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ- بين ان الدالة g زوجية.

ب- انطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق واشرح طريقة رسمه.

التمرين الثامن والثلاثون:

I- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$.
يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$؛ وحدة الطول: $2cm$.

1.أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$، و فسّر النتيجتيْن هندسيًا.

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ثمّ شكّل جدول تغيّرات f.

2.أ) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$؛ احسب $f(x)+f(-x)$، ثم فسّر النتيجة هندسيًا.

ب) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3. لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(x)-x$.

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) بيّن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{-(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$.

www.mathsacademy.net

جـ) ادرس إشارة $g'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات g .

د) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,7;2,8[$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4. عيّن إحداثيّ نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثمّ أنشئ (C_f) والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$.

II ـ (u_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ)، مثل ـ و دون حساب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، على حامل محور الفواصل.

2. برهن بالتراجع ، من أجل كلّ عدد طبيعي n ، أنّ $1\le u_n \prec \alpha$.

3.أ) تحقق أنّ $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ و استنتج من إجابة السؤال I ـ 3.د أنّ (u_n) متزايدة.

بـ) استنتج أنّ (u_n) متقاربة.

التمرين التاسع والثلاثون:

الجزء الأول: نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=x-1-\ln x$ و

$h(x)=x+(x-2)\ln x$

1.أ) احسب $g'(x)$ من أجل x من المجال $]0;+\infty[$ ثم ادرس تغيرات g .

2.أ) استنتج أن $g(x)\ge 0$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$

ب) بين أنه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ،

$h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$

3. بين أنه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ،

$(x-1)\ln x\ge 0$

4.استنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

و ليكن C_f المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس.

1.أ) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$.فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2.أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$:

$f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3.أ) عين معادلة ديكارتية للمستقيم Δ مماس للمنحني C_f في النقطة $A(1;1)$.

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$

جـ) ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضعية النسبية للمنحني C_f و المستقيم Δ .

4.أنشئ Δ و C_f .(نقبل أن C_f يقبل نقطة انعطاف فاصلتها محصورة بين 1 و 1,5).

www.mathsacademy.net
أكاديمية الرياضيات MATHSACADEMY.NET FACEBOOK MATHSAC

الجزء الثالث: تعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = \sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل طبيعي n، $1 < u_n < e$

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

التمرين الأربعون:

الجزء الأول: h دالة معرفة على $]-\infty,2[$ بـ: $h(x) = 1 - \frac{x^2}{2-x}$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} h(x)$ ، ماذا تستنتج ؟.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. حل في $]-\infty,2[$ المعادلة: $h(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. عين من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]-\infty,2[$ إشارة $h(x)$.

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $]-\infty,2[$ بـ: $f(x) = x^2 + 6x - 2 + 8\ln(2-x)$.
(φ) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. أثبت من أجل $x \in]-\infty,2[$ أن: $f'(x) = 2h(x)$ ، ثم استنتج اشارتها.
- شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. تحقق أن (φ) يقبل نقطة انعطاف، عين احداثياها.
4. أكتب معادلة المماس (d) عند النقطة فاصلتها 0.
5. أثبت أن (φ) يقطع حامل محور الفواصل في المجال $]1.7,1.8[$.
6. ارسم (φ) و المماس (d). (يعطى $\ln 4 \approx 1.4$)
7. F دالة معرفة على $]-\infty,2[$ بـ: $F(x) = (x-2)\ln(2-x) - x$.
أ) أثبت أن الدالة F دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \ln(2-x)$ على المجال $]-\infty,2[$.
ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty,2[$.

التمرين واحد وأربعون:

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{x} & x \succ 0 \\ f(x) = xe^x + 1 & x \le 0 \end{cases}$$

و (γ) المنحنى البياني الممثل للدالة f

1. بين ان f مستمرة عند الصفر.
2. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ثم $+\infty$. فسر النتائج هندسيا.
3. أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = \ln(x+1) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)$$

www.mathsacademy.net

ـ أحسب $g(0)$ ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;+\infty[$:

$$\ln(x+1) \le x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \quad .$$

بـ) بنفس الطريقة ،بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;+\infty[$:

$$\ln(x+1) \ge x - \frac{x^2}{2}$$

جـ) إستنتج أن من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;+\infty[$:

$$-\frac{1}{2} \le \frac{\ln(x+1)-x}{x^2} \le -\frac{1}{2} + \frac{x}{3}$$

د) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند الصفر، فسر النتيجة هندسيا.

4. نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;+\infty[$:

$$h(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$$

أ ـ أدرس إتجاه تغير الدالة h ثم إستنتج إشارة h على المجال $]-\infty;+\infty[$.

بـ ـ بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{h(x)}{x^2} \quad .$$

جـ ـ أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ،ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أنشئ بعناية المنحنى (γ) .

التمرين الثاني والأربعون:

لتكن f_n عائلة من الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f_n(x) = xe^{1-x^2} + n(x^2-1)$$

مع n عدد طبيعي

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب تبعا لقيم العدد الطبيعي n نهاية الدالة f_n عند $+\infty$.

2. بين أن كل المنحنيات (C_n) تشمل نقطتين A و B يطلب تعيينهما .

3. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

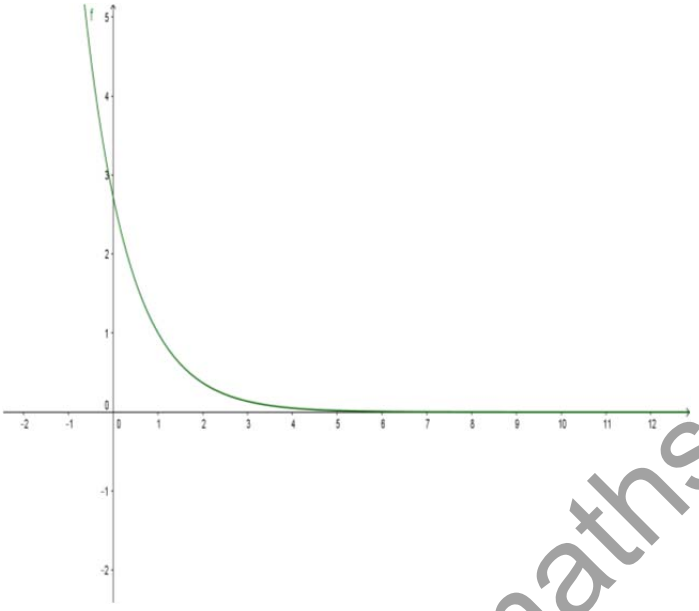
$$f(x) = xe^{1-x^2}$$

أ ـ أدرس شفعية الدالة f على $\mathbb{R}$.

بـ ـ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم إستنتج نهايتها f عند $-\infty$.

جـ ـ أدرس إتجاه تغير الدالة f ،شكل جدول تغيراتها.

4. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:



$$g(x) = e^{1-x}$$

و (C_g) منحناها البياني المبين في الشكل أسفله

و h الدالة المعرفة على $]-\infty;+\infty[$ بـ :

$$h(x) = -x^2 + x + \ln x$$

أ ـ لماذا من أجل كل x من $]-\infty;0[$:

$f(x) \prec g(x)$ ؟

بـ ـ بين أن، من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $f(x) \le g(x)$ تكافئ $h(x) \le 0$.

جـ ـ أدرس إتجاه تغير الدالة h ،ثم إستنتج إشارة h على $]-\infty;+\infty[$.

www.mathsacademy.net

د-استنتج مما سبق وضعية المنحنى (C_0) بالنسبة للمنحنى (C_g). حيث (C_0) المنحنى الممثل لدالة f

هـ- بين أن المنحنيين (C_0) و (C_g) لهما مماس مشترك في نقطة وحيدة .

6. أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم أنشئ المنحنى (C_0) في نفس المعلم .

التمرين الثالث والأربعون:

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x+1}{2x+1}-\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$. ثم تحقق أن $1,83<\alpha<1.84$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II- لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{2\ln x}{x^2+x}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. نأخذ $2cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند كل من 0 و $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}\times g(x)$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن $f(\alpha)=\frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$. ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

6) أنشئ المنحنى (C_f) .

7) عين قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=f(m)$ حلا واحدا في $]0;+\infty[$.

8) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=|f(x)|$:

و (C_h) المنحنى البياني الممثل للدالة h .

أ- أدرس قابلية إشتقاق الدالة h عند 1 ،فسر النتائج بيانيا ،التبرير مطلوب

ب- أنشئ في نفس المعلم السابق المنحنى (C_h) إنطلاقا من المنحنى (C_f) .

التمرين الرابع والأربعون:

الجزء1- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2+\ln x$.

1. عين نهايتي الدالة g عند كل من 0 و $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل على $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α . بين أن $1,31<\alpha<1,32$.
4. استنتج، حسب قيم x، إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء2- لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+(2-\ln x)^2$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O;I,J)$.

1) عبر، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

www.mathsacademy.net

الجزء3 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;I,J)$، نرمز بـ:

- Γ إلى المنحني الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$.
- A النقطة ذات الإحداثيات $(0;2)$.
- M نقطة Γ التي فاصلتها x من $]0;+\infty[$.

1. بين أن المسافة AM تحقق $AM = \sqrt{f(x)}$.
2. لتكن h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = \sqrt{f(x)}$.

أ) بين أن للدالتين f و h نفس اتجاه التغير على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بين أنه تكون المسافة AM أصغرية عن نقطة من Γ نرمز لها بالرمز P يطلب تعيين إحداثييها.

ج) بين أن $AP = \alpha\sqrt{1+\alpha^2}$

3. هل المستقيم (AP) عمودي على مماس المنحني Γ عند النقطة P ؟

التمرين الخامس والأربعون:

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ :

$$f(x) = \ln\left(1+e^{-x}\right) + \frac{1}{3}x$$

وليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ كما هو موضح في الشكل والمطلوب تكملة الرسم

الجزء الأول :

1. أ – أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ مع التبرير .

ب – بين أن المستقيم $(D): y = \frac{1}{3}x$ مستقيم مقارب للمنحني (C) بجوار $+\infty$ ، وارسم (D) .

ج -أدرس الوضع النسبي للمنحني (C) والمستقيم (D) .

د – برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \ln\left(e^x+1\right) - \frac{2}{3}x$

هـ - احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2. أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{e^x-2}{3\left(e^x+1\right)}$

ب – ادرس تغيرات الدالة f

ج - أعط جدول تغيرات الدالة f .

الجزء الثاني : ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ، نسمي d_n الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيم $(D): y = \frac{1}{3}x$ والمستقيمين اللذين معدلتاهما $x = 0$ و $x = n$.

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $d_n = \int_0^n \ln\left(1+e^{-x}\right)dx$

2. نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $\ln\left(1+e^{-x}\right) \le e^{-x}$

- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \ge 1$ ، $d_n \le 1$
- هل المتتالية (d_n) حيث $n \ge 1$ متقاربة ؟

بالتوفيق والسداد

لاتنسونا من صالح دعواتكم

تابعونا على موقع الأكاديمية

www.mathsacademy.net

2012-2017

www.mathsacademy.net