الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفـــاع الـــوطنـــي **السنة الدراسية: 2016/2015**
أركان الجيش الوطني الشعبي **دورة ماي 2016**
دائرة الإستعمـــال و التحضير
مديريـــة مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكـالوريـا التجـريبـي
الشعبة :رياضيات

إختبار في مادة الرياضيات **المدة: 4 ساعات ونصف**

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(06 نقاط)

فيما يلي الفضاء ξ منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

لتكن (P_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق $m^2x+(m+1)y+(m^2+m+1)z=(m+2)^2$ حيث m وسيط حقيقي

1. أ) برر أن (P_m) مستو مهما كان الوسيط الحقيقي m.
ب) بين أن كل المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب إعطاء تمثيل وسيطي له.
2. نعتبر النقطة $A(0;1;-1)$ و المستقيم (Δ) الذي $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t+1\\y=t+4\\z=-t\end{cases}$ **تمثيل وسيطي له.**
أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P_m) الذي يحوي (Δ) و يمر بالنقطة A.
3. ليكن (Q) و (R) المستويين المعرفين بالمعادلتين الديكارتيتين $x-y+2z+3=0$ و $2x-y+z+2=0$ على الترتيب
أثبت أن (Q) و (R) متقاطعان و عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

4- لتكن النقطة $I(1;0;0)$.أ) أثبت أنه يوجد سطح كرة وحيد (S) ذي المركز I يمس كلا من (R) و (Q)
ب) أوجد معادلة ديكارتية لـــ S.

5- لتكن S_m مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق $x^2+y^2+z^2-2mx+4my+5m^2-6=0$ حيث $m\in\mathbb{R}$
أ) أثبت أن (S_m) سطح كرة ، يطلب تعيين مركزه I_m و نصف قطره R.
ب) عين المحل الهندسي للنقط I_m لما m يمسح $\mathbb{R}$.
ج) ناقش حسب قيم m تقاطع (S_m) و (Q).

التمرين الثاني:(04 نقاط)

a و b حقيقيان حيث $0<a<b$. (u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان بـــ $u_0=a$ ، $v_0=b$ و من أجل كل طبيعي n

$$u_{n+1}=\sqrt{u_nv_n} \quad \text{و} \quad v_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}$$

1. أثبت من أجل كل طبيعي n أن $0<u_n\le v_n$.

2. أ) بين من أجل كل طبيعي n أن $v_{n+1}-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(v_n-u_n)$. (يمكن استعمال النتيجة $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y'}}\le 1$ حيث $x>0$ و $y>0$)

ب) استنتج أن $v_n-u_n\le\frac{1}{2^n}(b-a)$ من أجل كل طبيعي n.

3. أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

4. فيما يلي نضع $a=2$ و $b=5$

بواسطة آلة حاسبة احسب u_3 ثم استنتج قيمة مقربة بالنقصان إلى 10^{-3} للنهاية المشتركة للمتتاليتين.

التمرين الثالث:(04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E):3x-8y=5$ حيث x و y صحيحان نسبيان.

1. أثبت أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x=8k-1$ ، $y=3k-1$ و $k\in\mathbb{Z}$.

2. أ) اتكن n ، x و y ثلاثة أعداد صحيحة تحقق $\begin{cases}n=3x+2\\n=8y+7\end{cases}$ أثبت أن $(x;y)$ حل للمعادلة (E).

ب) نعتبر الجملة $(S)\begin{cases}n\equiv 2[3]\\n\equiv 7[8]\end{cases}$ حيث n عدد صحيح. أثبت أن n حل للجملة (S) إذا و فقط إذا كان $n\equiv 23[24]$

3. تأكد أن 2015 حل للجملة (S) ثم استنتج أن $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 24.

التمرين الرابع:(06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-x-1$ ، و g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-1-2\ln x$ نسمي C منحنى الدالة f و γ منحنى الدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I. 1 أدرس النهايات واتجاه تغير الدالة f.

2. أثبت أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلة له.

3. أدرس وضعية (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.

4. أ) أكتب معادلة المماس (T_a) عند نقطة من (C) ذات الفاصلة a.

ب) بين أنه يوجد مماس وحيد (T) لـ (C) يشمل النقطة $P(-1+\ln 2;-\ln 2)$

جـ) أكتب معادلة للمماس (T).

5. أنشئ (C) و مستقيمه المقارب المائل ومماسه عند النقطة P.

II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر التحويل النقطي s الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=(1-i)z+1$

1. عين طبيعة s و عناصره المميزة.

2. نضع $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ حيث x ، y ، x' و y' أعداد حقيقية.

أ) أوجد x' و y' بدلالة x و y.

ب) أثبت أنه إذا كانت $M(x;y)$ نقطة من (C) فإن صورتها $M'(x';y')$ بواسطة s هي نقطة من γ.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفـــاع الـــوطنـــــي **السنة الدراسية:2016/2015**

أركان الجيش الوطني الشعبي **دورة ماي 2016**

دائرة الإستعمـــال و التحضير

مديريـــة مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكـالوريـا التجـريبـي

الشعبة :رياضيات

إختبار في مادة الرياضيات **المدة: 04 ساعات و نصف**

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n)متتالية حسابية متزايدة تماما على $\mathbb{N}^*$ بحيث حدودها أعداد طبيعية .

1) أ) تحقق أن : $u_1+u_5=2u_3$.

ب)احسب u_3 علما أن $u_1+u_3+u_5=150$.

2) نضع $d=PGCD(u_1;u_5)$ و $m=PPCM(u_1;u_5)$.

عين العددين u_1 و u_5 علما أن $m=6d$ ثم استنتج أن $u_4-u_2=10$.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_2+u_3+u_4+.....+u_{n+1}$.

ب) عين الأعداد الطبيعية n غير المعدومة حتى يكون $2S_n$ قابلا للسمة على 15 .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبرالتحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=(m-i)z+b$. (m عدد حقيقي و b عدد مركب).

1)أ) عين مجموعة قيم m حتى يكون T دوران يطلب تعيين زاويته .

ب) عين العدد المركب b حتى يكون مركز الدوران هو النقطة A ذات اللاحقة $-1+4i$.

2) نضع : $m=\sqrt{3}$ و $b=x+iy$ حيث: x و y عددان حقيقيان.

أ) أثبت أن T تشابه مباشر يطلب تعيين نسبته وزاويته .

ب) عين العدد المركب z_0 لاحقة النقطة w مركز التشابه T وذلك بدلالة x و y .

3) نسمي P صورة العدد المركب b .

أ) عين (Γ) مجموعة النقط P بحيث يكون z_0 عددا تخيليا صرفا .

ب) أنشئ المجموعة (Γ) .

ج) عبر عن z_0 بدلالة x .

4) نعتبر النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A=-1+4i$ ، $z_B=1$ و $z_C=yi$. عين العددان الحقيقيان y و β حتى تكون النقطة O (مبدأ المعلم) مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,2);(B,\beta);(C,3)\}$.

5)أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه O ونسبته 2 وزاويته $\frac{7\pi}{6}$.

6) بين أن التحويل النقطي $T\circ S$ تحاكي يطلب تعيين نسبته .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ و m عدد حقيقي .

لتكن (P_m)مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $mx-y+(2-m)z+m+4=0$.

1) بين أن (P_m)مستو من أجل كل عدد حقيقي m .

2) بين أن جميع المستويات (P_m) تتقاطع في نفس المستقيم (Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.

3) عين m حتى يكون (P_2) عموديا على (P_m) .

4) نعتبر النقطة $H(0;1;1)$ من الفضاء . أحسب المسافة بين H و (Δ) .

5) أ) ليكن (S) سطح الكرة ذو المعادلة : $x^2+y^2+z^2-2y-2z-3=0$. عين مركز ونصف قطر (S).

ب)عين المستويات (P_m) التي تمس (S) .

6) نعتبر المستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=-3t-1 \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.

أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (D) والمستوي (P_m) . في حالة التقاطع عين إحداثيات نقطة التقاطع .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما α نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\left]-\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ بالعبارة: $f_\alpha(x)=\ln(\alpha x+1)-\alpha x$.

(C_α) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول:

1) أدرس تغيرات الدالة f_α .

2)استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما يكون $\ln(\alpha x+1)<\alpha x$.

3) بين أن جميع المنحنيات (C_α)تتقاطع في نقطة واحدة يطلب تعيينها.

الجزء الثاني: نأخذ $\alpha=1$:

1) باستعمال السؤال(2) من الجزء الأول، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم β يكون $\ln(1+\beta)-\ln\beta<\frac{1}{\beta}$.

2)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون: $\ln(1+n)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n}$.

3) استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n}\right)$.

4) عين احداثيي النقطة w التي يكون عندها معامل توجيه المماس للمنحنى (C_1) يساوي1 .

5) عين معادلة لمماس المنحنى (C_1) عند النقطة w ثم أنشئ (C_1)والمماس.

الجزء الثالث: لتكن gالدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+|x|)-|x|$.

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند الصفر.

ب) بين كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني (C_g)للدالة g اعتمادا على (C_1) ثم أنشئ (C_g) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفـــاع الـــوطنـــي
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الإستعمـــال و التحضير
مديريـــة مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية:2016/2015
دورة ماي 2016
الشعبة :رياضيات

الإجابة النموذجية لإمتحان البكـالوريـا الـتجـريبـي في مادة الرياضيات ـ الموضوع الأول

التمرين الأول:(06 نقاط)

1 - أ (P_m) مستو لأن الأعداد m^2، $m+1$ و m^2+m+1 لا تنعدم معا. 0,25

ب-من أجل كل حقيقي m

$m^2x+(m+1)y+(m^2+m+1)z=(m+2)^2$

$m^2x+my+y+m^2z+mz+z-m^2-4m-4=0$ 0,25

$m^2(x+z-1)+m(y+z-4)+y+z-4=0$

يعني: $\begin{cases}x+z-1=0\\y+z-4=0\end{cases}$ 0,25

يعني $\begin{cases}x=-z+1\\y=-z+4\end{cases}$ بوضع $z=t$ نحصل على

$\begin{cases}x=-t+1\\y=-t+4\\z=t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ 0,25

2-نختار نقطة من (Δ) مثلا $B(1;4;0)$ من أجل $t=0$ 0,25

$\vec{n}(a;b;c)$ ناظمي للمستوي (P) يكافئ $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{u}=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$ 0,25

يعني $\begin{cases}a+b-c=0\\a+3b+c=0\end{cases}$ نجد (Δ) حيث شعاع توجيه 0,25

إذن $\begin{cases}a+b-c=0\\a+3b+c=0\end{cases}$ يعني $\begin{cases}2a+4b=0\\a+b-c=0\end{cases}$ $\begin{cases}a=-2b\\c=-b\end{cases}$ 0,25

إذن $\vec{n}(-2b;b;-b)$ بوضع $b=-1$ نجد $\vec{n}(2;-1;1)$ 0,25

معادلة من الشكل $2x-y+z+d=0$ بتعويض احداثيات A نجد $2x-y+z+2=0$ 0,25

3- $\overrightarrow{n_Q}(1;-1;2)$ و $\overrightarrow{n_R}(2;-1;1)$ و $\overrightarrow{n_R}$ و $\overrightarrow{n_Q}$ غير مرتبطين خطيا و منه المستويان متقاطعان. 0,25

نحل الجملة $\begin{cases}-x+z+1=0\\x-y+2z+3=0\end{cases}$ $\begin{cases}x-y+2z+3=0\\2x-y+z+2=0\end{cases}$ 0,25

$\begin{cases}x=k+1\\y=3k+4\\z=k\end{cases}$ $k\in\mathbb{R}$ نجد $z=k$ بوضع $\begin{cases}x=z+1\\y=3z+4\end{cases}$ 0,25

4-أ- $d(I;(Q))=d(I;(R))=\dfrac{|4|}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. 2x0,25

ب- يوجد سطح كرة وحيد S ذي المركز I يمس كلا من R و Q 0,25

معادلته $(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{8}{3}$ 0,25

5-أ- $x^2+y^2+z^2-2mx+4my+5m^2-6=0$

$(x-m)^2+(y+2m)^2+z^2=6$ 0,25

و منه المركز هو $I_m(m;-2m;0)$ و $R=\sqrt{6}$

ب-المحل الهندسي للنقطة I_m هو المستقيم ذي تمثيل وسيطي 0,25

$\begin{cases}x=m\\y=-2m\\z=0\end{cases}$ $m\in\mathbb{R}$ 0,25

ج- $d(I_m;(Q))=\dfrac{|3(m+1)|}{\sqrt{6}}$

إذا كان $\dfrac{|3(m+1)|}{\sqrt{6}}>\sqrt{6}$ يعني $|3(m+1)|>6$ 0,5

يعني $\begin{cases}m>1\\m<-3\end{cases}$ فإن S_m و Q لا يتقاطعان 0,25

إذا كان $\dfrac{|3(m+1)|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$ يعني $\begin{cases}m=1\\\text{أو}\\m=-3\end{cases}$ فإن S_m و Q

متماسان. 0,5

إذا كان $\dfrac{|3(m+1)|}{\sqrt{6}}<\sqrt{6}$ يعني $-3<m<1$ فإن S_m و Q متقاطعان وفق دائرة.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1-لدينا $u_0=a$ و $v_0=b$ موجبان تماما لنفرض أن $u_n>0$ و $v_n>0$ إذن $\sqrt{u_nv_n}>0$ و $\dfrac{u_n+v_n}{2}>0$ 0,5

يعني $u_{n+1}>0$ و $v_{n+1}>0$ ومنه نستخلص المطلوب

لدينا $a<b$ يعني $u_0<v_0$

لنفرض أن $u_n\le v_n$ إذن 0,5

$$(v_{n+1})^2-(u_{n+1})^2=\left(\frac{u_n+v_n}{2}\right)^2-(u_nv_n)$$
$$=\frac{(u_n-v_n)^2}{2}>0$$

و بما أن $u_n>0$ و $v_n>0$ فإن $u_{n+1}\le v_{n+1}$

و منه نستخلص المطلوب.

من أجل كل طبيعي n

$$v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}-\sqrt{u_nv_n}=\frac{\left(\sqrt{u_n}-\sqrt{v_n}\right)^2}{2}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{u_n}-\sqrt{v_n}\right)}{\left(\sqrt{u_n}+\sqrt{v_n}\right)}\times\frac{(u_n-v_n)}{2}$$ 0,5

و منه حسب الارشاد

$$\frac{\left(\sqrt{u_n}-\sqrt{v_n}\right)}{\left(\sqrt{u_n}+\sqrt{v_n}\right)}\times\frac{(u_n-v_n)}{2}<\frac{1}{2}(u_n-v_n)$$

يعني $v_{n+1}-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(v_n-u_n)$ 0,25

ب-لدينا $v_0-u_0\le\frac{1}{2^0}(b-a)$

نفرض أن $v_n-u_n\le\frac{1}{2^n}(v_0-u_0)$ حيث $(n\ge0)$

$$v_{n+1}-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(v_n-u_n)$$ 0,75
$$\le\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^n}(v_0-u_0)$$ من السؤال السابق نجد
$$\le\frac{1}{2^{n+1}}(v_0-u_0)$$

3-كل حدود المتتالية (u_n) موجبة تماما

$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{\sqrt{u_nv_n}}{u_n}=\frac{\sqrt{v_n}}{\sqrt{u_n}}\ge1$ و منه (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$. 0,5

من أجل كل طبيعي n

$$v_{n+1}-v_n=\frac{u_n+v_n}{2}-v_n$$
$$=\frac{u_n-v_n}{2}\le0$$ 0,5

و منه (v_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

بما أن من أجل كل طبيعي n أن

$0<v_n-u_n\le\frac{1}{2^n}(b-a)$

و $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2^n}(b-a)\right)=0$ فأن $\lim_{n\to+\infty}(v_n-u_n)=0$ 0,25

إذن (u_n) و (v_n) متجاورتان

4-$u_3=3,3289968$ إذن $l\approx3,328$ 0,25

و منه $3(x+1)=8(y+1)$ 0,25

3 يقسم الجداء $8(y+1)$ و أولي مع 8 فهو يقسم $y+1$ 0,5

يعني $y=3k-1$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ و بتعويض y في E نجد $x=8k-1$ 0,5

يستلزم $\begin{cases}n=3x+2\\n=8y+7\end{cases}$ يعني $3x+2=8y+7$

و منه $(x;y)$ حل للمعادلة $3x-8y=5$. (E) 0,5

2-أ- $\begin{cases}n=3x+2\\n=7y+8\end{cases}$ يكافئ $x;y\in\mathbb{Z}$ $\begin{cases}n\equiv2[3]\\n\equiv7[8]\end{cases}$

ب- $(x;y)$ حل للمعادلة (E) حسب السؤال 2 أ)

و منه $x=8k-1$ و $y=3k-1$ إذن 0,25

$n=3x+2=3(8k-1)+2=24k-1$

يعني $n\equiv-1[24]$ و منه $n\equiv23[24]$

نفرض أن $n\equiv23[24]$ يعني $n=24k+23$ 0,5

و منه $\begin{cases}n-2=24k+21=3(7k+8)\\n-7=24k+16=8(8k+7)\end{cases}$

يعني $\begin{cases}n\equiv2[3]\\n\equiv7[8]\end{cases}$ 0,25

3-لدينا $2015=3\times671+2$ يعني $2015\equiv2[3]$ 0,25

و $2015=8\times251+7$ يعني $2015\equiv7[8]$ 0,25

يعني أن $2015\equiv23[24]$ إذن $2015\equiv-1[24]$ 0,25

إذن $2015^{1436}\equiv(-1)^{1436}[24]$

أخيرا $2015^{1436}\equiv1[24]$ $2015^{1436}-1\equiv0[24]$ 0,25

يعني أن $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 24.

التمرين الرابع: (06 نقاط) 0,25

I-1

$\lim_{x\to-\infty}e^x-x-1=-\infty$ 0,25

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}e^x\left(1-xe^x-e^{-x}\right)=+\infty$ 0,25

من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ من $f'(x)=e^x-1$

$f'(x)>0$ على $]0;+\infty[$ و منه f متزايدة تماما 0,5

$f'(x)<0$ على $]-\infty;0[$ و منه f متناقصة تماما

$f'(0)=0$ 0,25

التمرين الثالث: (04 نقاط)

0,25 | $(-1;-1)$ حل خاص للمعادلة (E) -1

إذن $3x-8y=5$ و $3(-1)-8(-1)=5$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x-1)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ بما أن -2

فإن المستقيم ذو معادلة $y=-x-1$ هو مقارب مائل لـ C بجوار $-\infty$

0,25 | من أجل كل حقيقي x فإن $f(x)-(x-1)=e^x>0$ -3

و منه C يقع دوما فوق مقاربه.

-4 أ- معادلة المماس

0,25 $T_a: y=(e^a-1)(x-a)+e^a-a-1$

$T_a: y=(e^a-1)x-ae^a+e^a-1$

ب- $P\in T_a$ يعني

0,5 $-\ln 2=(e^a-1)(-1+\ln 2)-ae^a+e^a-1$

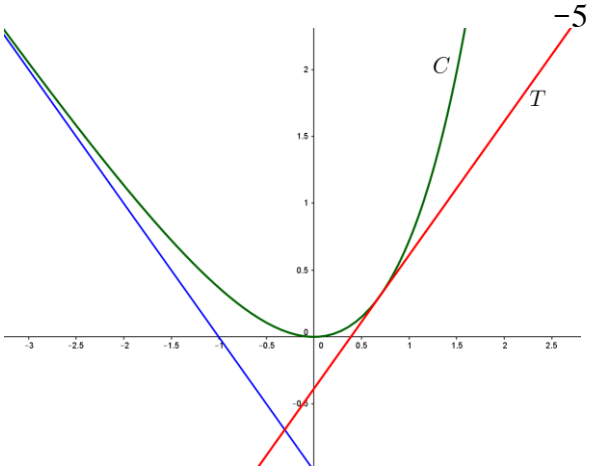
$-\ln 2=-e^a+e^a\ln 2+1-\ln 2-ae^a+e^a-1$

$e^a(\ln 2-a)=0$ يعني $e^a\ln 2-ae^a=0$

0.25 $a=\ln 2$

ج- $T: y=x-1-2\ln 2$

-5



0,75

0,25 | -1- II بما أن $|1-i|=\sqrt{2}$ و

0,25 | $Arg(1-i)=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ فإن

0,25 | s تشابه مباشر نسبته $k=\sqrt{2}$ و زاويته $\theta=-\frac{\pi}{4}$ و مركزه

Ω صورة العدد المركب $z_0=\frac{1}{1-(1-i)}=-i$ يعني

$\Omega(0;-1)$

0,5 | -2- أ- $z'=(1-i)z+1$ يكافئ

$x'+iy'=(1-i)(1+iy)+1$

يعني $\begin{cases}x'=x+y+1\\y'=y-x\end{cases}$

0,75 | $x'+y'-1=2e^{\frac{x'-y'-1}{2}}-(x'-y'-1)-2$

0,25 | $y=x-2\ln x-1$ يعني $y'=x'-2\ln x'-1$ و

المطلوب

ب- $\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = y - x \end{cases}$ تکافئ $\begin{cases} x = \dfrac{x' - y' - 1}{2} \\ y = \dfrac{x' + y' - 1}{2} \end{cases}$

$y = e^x - x - 1$ یکافئ

$$\frac{x' + y' - 1}{2} = e^{\frac{x' - y' - 1}{2}} - \frac{x' - y' - 1}{2} - 1$$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

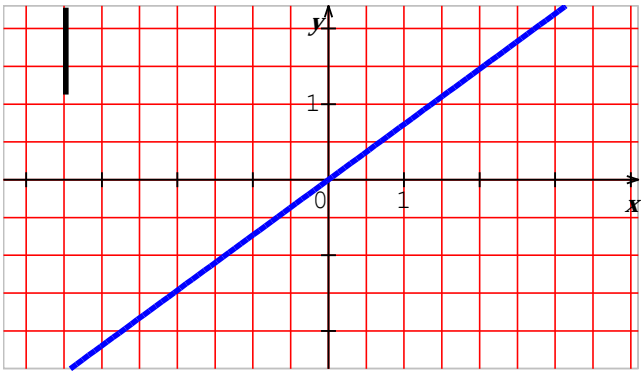
وزارة الـــدفـــاع الـــوطنـــي — **السنة الدراسية:2016/2015**
أركان الجيش الوطني الشعبي — **دورة ماي 2016**
دائرة الإستعمـــال و التحضير
مديريـــة مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكـالوريـا التجـريبـي
الشعبة : رياضيات

إختبار في مادة الرياضيات — **المدة: 4 ساعات ونصف**

الإجابة النموذجية الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	1) أ) $u_1+u_5=u_3-2r+u_3+2r=2u_3$.	0.5 ن	04 ن
	ب) $u_1+u_3+u_5=150$ تكافئ $3u_3=150$ ومنه $u_3=50$.	0.5 ن	
	2) لدينا $\begin{cases} u_1=da \\ u_5=db \\ a<b \\ PGCD(a;b) \\ m=dab \end{cases}$ بالتعويض في العلاقة $\begin{cases} m=6d \\ u_1+u_5=100 \end{cases}$ نجد $\begin{cases} ab=6 \\ d(a+b)=100 \\ a<b \\ PGCD(a;b) \end{cases}$	0.75 ن	
	ومنه $(a;b)=(2;3)$ و $d=20$ وبالتالي $(u_1;u_5)=(40;60)$	0.5 ن	
	الاستنتاج : $u_4-u_2=u_5-u_3=10$.	0.5 ن	
	3) أ) $S_n=u_2+u_3+u_4+.....+u_{n+1}=\frac{n}{2}(u_2+u_{n+1})=\frac{n}{2}(85+5n)$.	0.5 ن	
	ب) $2S_n\equiv 0[15]$ معناه $n(85+5n)\equiv 0[3]$ أو $n(85+5n)\equiv 0[5]$ ومنه $n(1+2n)\equiv 0[3]$ أي $n\equiv 0[3]$ أو $n\equiv 1[3]$ ومنه $n\in\{3k;3k+1\,/\,k\in\mathbb{Z}\}$.	0.75 ن	
التمرين الثاني	1)أ) T دوران معناه $\lvert m-i\rvert=1$ ومنه $m=0$ وزاوية الدوران هي $\theta\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$.	0.5 ن	05 ن
	ب) مركز الدوران هو النقطة $A(-1+4i)$ معناه $\frac{b}{1+i}=-1+4i$ ومنه $b=-5+3i$.	0.5 ن	
	2) من أجل: $m=\sqrt{3}$ و $b=x+iy$ تكون $z'=\left(\sqrt{3}-i\right)z+x+iy$.		
	أ) $\left\lvert\sqrt{3}-i\right\rvert=2$ و $arg\left(\sqrt{3}-i\right)\equiv-\frac{\pi}{6}[2\pi]$ ومنه T تشابه مباشر نسبته 2 وزاويته $\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.	0.75 ن	
	ب) لاحقة w مركز التشابه T هي $z_0=\frac{x+iy}{1-\sqrt{3}+i}=\frac{\left[\left(1-\sqrt{3}\right)x+y\right]+i\left[\left(1-\sqrt{3}\right)-x\right]}{5-2\sqrt{3}}$	0.25 ن	
	3) نسمي P صورة العدد المركب b .		
	أ) z_0 عددا تخيليا صرفا معناه $\left(1-\sqrt{3}\right)x+y=0$ ومنه (Γ) هي المستقيم ذو المعادلة: $\left(1-\sqrt{3}\right)x+y=0$.	0.5 ن	

		ب) إنشاء المجموعة (Γ) :  	0.5 ن
		ج) من اجل $y=(\sqrt{3}-1)x$ يكون $(1-\sqrt{3})x+y=0$ ومنه $z_0=-ix$.	
		4) O (مبدأ المعلم) مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,2);(B,\beta);(C,3)\}$	0.5 ن
		معناه $2z_A+\beta z_B+3z_C=0$ ومنه $-2+8i+\beta+3yi=0$ وبالتالي $y=-\frac{8}{3}$ و $\beta=2$.	
		5) العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه O ونسبته 2 وزاويته $\frac{7\pi}{6}$ هي:	0.5 ن
		$z'=(-\sqrt{3}-i)z$	
		6) لدينا $(\sqrt{3}-i)(-\sqrt{3}-i)=-4$ ومنه TOS تحاكي نسبته -4 .	0.5 ن
			0.5 ن
التمرين الثالث	04 ن	1) لكل $m\in\mathbb{R}$ لدينا $(m;-1;2-m)\neq(0;0;0)$ ومنه (P_m) مستو من أجل كل عدد حقيقي m .	
		2) $m(x-z+1)-(y-2z-4)=0$ تكافئ $mx-y+(2-m)z+m+4=0$	0.25 ن
		أي $\begin{cases}x-z+1=0\\y-2z-4=0\end{cases}$ ومنه جميع المستويات (P_m) تتقاطع في نفس المستقيم	
		$(\Delta):\begin{cases}x-z+1=0\\y-2z-4=0\end{cases}$.	0.5 ن
		تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) : $t\in\mathbb{R}$; $(\Delta):\begin{cases}x=-1+t\\y=4+2t\\z=t\end{cases}$	0.25 ن
		3) (P_2) عموديا على (P_m) معناه $\overrightarrow{n_2}(2;-1;0)$ عمودي على $\overrightarrow{n_m}(m;-1;2-m)$	
		ومنه $2m+1=0$ أي $m=-\frac{1}{2}$.	
		4) لتكن E المسقط العمودي للنقطة H على (Δ) .	0.5 ن
		نحل الجملة $\begin{cases}x=-1+t\\y=4+2t\\z=t\\x+2y+z-3=0\end{cases}$ نجد $E\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};-\frac{2}{3}\right)$ ومنه $d((\Delta);H)=HE=\frac{5\sqrt{3}}{3}$.	0.5 ن
		5) أ) $x^2+y^2+z^2-2y-2z-3=0$ تكافئ $x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$	
		ومنه مركز الكرة هو $H(0;1;1)$ و ونصف قطرها $\sqrt{5}$.	
		ب) (P_m) تمس (S) معناه $d((P_m);H)=\sqrt{5}$ أي $\frac{5}{\sqrt{m^2+1+(2-m)^2}}=\sqrt{5}$	0.5 ن

ومنه $2m^2-4m=0$ وبالتالي $m=0$ أو $m=2$ إذن المستويان العموديان على (S) هما (P_2) و (P_0) . **0.5 ن**

6) بحل الجملة $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=-3t-1 \\ mx-y+(2-m)z+m+4=0 \end{cases}$ نجد $(5m-7)t+3m-1=0$.

من أجل $m=\frac{7}{5}$ المعادلة لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ ومنه (D) و (P_m) متوازيان تماما . **0.25 ن**

من أجل $m\neq\frac{7}{5}$ المعادلة تقبل حلا وحيدا $t=\frac{1-3m}{5m-7}$ ومنه (D) يقطع (P_m) في النقطة $F\left(\frac{2m-5}{5m-7};\frac{12m-20}{5m-7};\frac{4m+4}{5m-7}\right)$ **0.75 ن**

التمرين الرابع **07 ن**

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما α نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\left]-\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ بالعبارة: $f_\alpha(x)=\ln(\alpha x+1)-\alpha x$.

الجزء الأول:

1) دراسة تغيرات الدالة f_α :

$f_\alpha'(x)=\frac{-\alpha^2 x}{\alpha x+1}$ **0.25 ن**

إشارة $f_\alpha'(x)$ هي إشارة $-\alpha^2 x$. **0.25 ن**

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-\frac{1}{\alpha}} f_\alpha(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-\frac{1}{\alpha}}\ln(\alpha x+1)-\alpha x=-\infty$ **0.25 ن**

$\lim\limits_{x\to+\infty} f_\alpha(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\alpha x+1)\left(\frac{\ln(\alpha x+1)}{\alpha x+1}-\frac{\alpha x}{\alpha x+1}\right)=-\infty$ **0.25 ن**

جدول التغيرات:

x	$-\frac{1}{\alpha}$		0		$+\infty$
$f_\alpha'(x)$		$+$	0	$-$	
$f_\alpha(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

0.25 ن

2) من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا $f_\alpha(x)<0$ ومنه $\ln(\alpha x+1)<\alpha x$. **0.25 ن**

3) لكل $x\in\left]-\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ و $\alpha>0$ لدينا $f_\alpha(0)=0$ ومنه جميع المنحنيات (C_α) تتقاطع في النقطة $O(0;0)$. **0.25 ن**

الجزء الثاني: نأخذ $\alpha=1$:1) باستعمال2) نجد $\ln(x+1)<x$ وبتعويض x بالعدد $\frac{1}{\beta}$ نجد $\ln(1+\beta)-\ln\beta<\frac{1}{\beta}$. **0.5 ن**

2) بالجمع طرفا لطرف نجد : $\ln(1+n)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n}$. — 0.5 ن

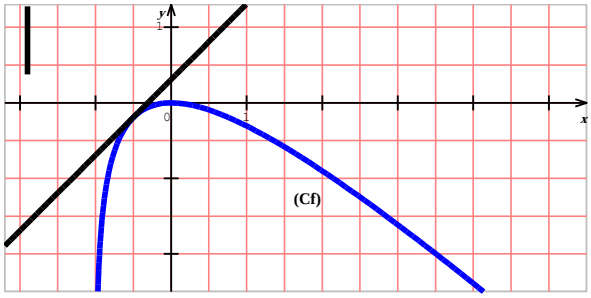
$\begin{cases}\ln 2-\ln 1<1\\ \ln 3-\ln 2<\frac{1}{2}\\ .....\\ \ln(1+n)-\ln n<\frac{1}{n}\end{cases}$

3) لدينا $\begin{cases}\ln(1+n)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n}\\ \lim\limits_{n\to+\infty}\ln(1+n)=+\infty\end{cases}$ نستنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n}\right)=+\infty$. — 0.5 ن

4) $f_1'(x)=1$ تكافئ $\frac{-x}{x+1}=1$ ومنه $x=-\frac{1}{2}$ إذن $w\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\ln 2\right)$. — 0.5 ن

5) معادلة لمماس المنحنى (C_1) عند النقطة w هي : $y=x+1-\ln 2$. — 0.5 ن

إنشاء (C_1) والمماس: — 0.75 ن



الجزء الثالث: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+|x|)-|x|$.

أ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{g(x)}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{\ln(1+x)}{x}-1=0$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{g(x)}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}1-\frac{\ln(1-x)}{-x}=0$

ومنه g قابلة للاشتقاق عند الصفر. — 01 ن

ب) لرسم (C_g) نرسم جزء (C_1) من أجل $x\geq 0$ ونضيف له نظيره بالنسبة إلى محور التراتيب . — 0.5 ن

إنشاء (C_g) : — 0.5 ن