الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية : 2015/2014

الدورة : ماي 2015

المـادة : رياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات و نصف

الإمتـحان التجـريبي في مـادة الرياضيات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $z_A=4+2i$ ، $z_B=3-i$

1) ا) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_B}$.

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO .

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

ا) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z'=-iz+1+3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

د) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

ه) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z|=|z-4-2i|$.

3) ا) من أجل $z\neq 2+i$ ، نضع: $L=\frac{z'-2-i}{z-2-i}$. بيّن أنّ: $L=-i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث L^n عددًا حقيقيًا .

ج) بيّن أنّ: $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته : $-2x+y+z-6=0$ ، والمستوي (P_2) الذي معادلته : $x-2y+4z-9=0$.

1) أثبت أنّ : (P_1) و (P_1) متعامدان.

2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t-7 \\ y=3t-8 \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_1) .

3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $M_t(2t-7,3t-8,t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9,-4,-1)$

ولتكن f الدالة المعرفة على $\Re$ بـ: $f(t)=AM_t^{\,2}$.

ا) أكتب $f(t)$ بدلالة t .

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، إستنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر .
ثم عيّن إحداثيات النقطة $I = M_{t_0}$.

ج) أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

د) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A و العمودي على المستقيم (D) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على N كما يلي: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.
حيث: e هو أساس اللوغاريتم النيبيري .
ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = \ln u_n$.

1) ا) بيّن أنّ v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ ، $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$.

ا) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = e^{S_n}$.

ب) أكتب عبارة S_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة n .

ج) عيّن نهاية المتتالية S_n ، إستنتج نهاية المتتالية P_n .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

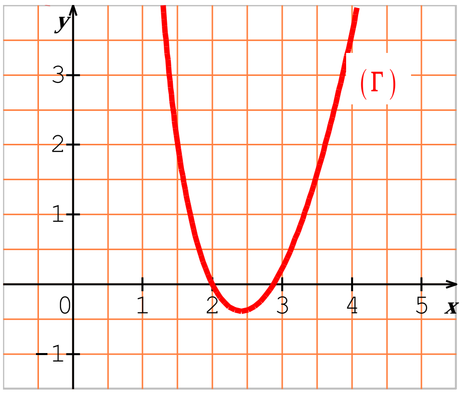
I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري)
(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

2) أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث: $2{,}87 < \alpha < 2{,}88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \dfrac{4\ln(x-1)}{x-1} + \dfrac{5}{x-1}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.



1) أحسب $\lim\limits_{x \to 1^{+}} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3{,}9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي: $h(x) = [\ln(x-1)]^2$.

ا) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$.

ب) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا .

بالتوفيق

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية : 2015/2014

الدورة : ماي 2015

المادة : رياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات و نصف

الإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على N بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.

1) ا) بيّن أنّ v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

2) نعرف المتتالية w_n بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $w_n = \ln(v_n)$ (حيث : $\ln$ اللوغاريتم النيبيري) .

ا) بيّن أنّ w_n متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim_{n \to +\infty} S''_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x, y, z)$ حيث: $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$.

1) بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها .

2) نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x - 2y + z - 2 = 0$.

ا) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S) .

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

3) نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2m\,x + (1-2m)\,y + m\,z + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي .

ا) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

بيّن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S) .

ج) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

تعطى النقط A ، B ، C ، D التي لواحقها $z_A=-2$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-1+i$ ، $z_D=1-3i$.

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $A,5\ ;\ B,3\ ;\ C,-6$.

2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z+2|=|z+1-i|$.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}$ على الشكل الآسي ، ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

4) ا) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الآسي.

ب) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

ج) إستنتج $|z_A-z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل f، ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB' .

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=\frac{-1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathfrak{R}$ بــ: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$.

1) ا) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathfrak{R}$.

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathfrak{R}$ كما يلي : $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ا) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) ا) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3,5<\alpha<-3$ و $0,5<\alpha<1$.

7) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

8) h دالة عددية معرفة على $\mathfrak{R}^*$ كما يلي : $h(x)=\frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

ا) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

ب) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

بالتوفيق

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية : 2015/2014

الدورة : ماي 2015

المـادة : الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعة و نصف

تصحيح نموذجي للإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول:

لدينا: $z_A = 4+2i$ و $z_B = 3-i$.

1-أ) * $\frac{z_B - z_A}{z_B} = -i$ 0.5

* $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_B}\right) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ و $\left|\frac{z_B - z_A}{z_B}\right| = 1$ و منه $\frac{z_B - z_A}{z_B} = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ 0.5

ب) المثلث $AB0$ قائم في B 0.25

2-أ) نبين أن العبارة المركبة للتحويل R هي : $z' = -iz + 1 + 3i$.

لدينا: $z_B = az_A + b$ و $z_O = az_B + b$ و منه نجد $a = -i$ و $b = 1+3i$ 0.5

ومنه العبارة المركبة للتحويل R هي: $z' = -iz + 1 + 3i$.

ب) التحويل R هو دوران مركزه $w\,(2;1)$ و زاويته $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ 0.5

ج) $z_C = 1+3i$ 0.25

د) الرباعي $ABOC$ هو مربع.. 0.5.

هـ) مجموعة النقط M التي تحقق : $|z-4-2i| = |z|$ يكافئ: $AM = OM$ 0.25

و منه مجموعة النقط M هي محور $[AO]$ 0.25

3-أ) لدينا: $L = \frac{z'-2-i}{z-2-i} = \frac{-i\,(z-2-i)}{z-2-i} = -i$ و هو الطلوب.. 0.5.

ب) لدينا: $L^n = (-i)^n = e^{-in\frac{\pi}{2}}$

L^n حقيقي يكافئ $n = 2k$ مع $k \in \mathbb{N}$ 0.5

ج) لدينا: $\frac{z'-2-i}{z-2-i} = -i$ ومنه $\left(\frac{z'-2-i}{z-2-i}\right)^2 = -1$.

وعليه : $(z'-2-i)^2 + (z-2-i)^2 = 0$ 0.5

التمرين الثاني:

1) لدينا: $\vec{n}_{p_1}(-2;1;1).\vec{n}_{p_2}(1;-2;4) = 0$ و منه $(p_1) \perp (p_2)$ 0.5

2) الجملة $\begin{cases} x = -7+2t \\ y = -8+3t \\ z = t \end{cases}$ (I) هي تمثيل وسيطي للمستقيم (D) مع $t \in \mathbb{R}$.

لدينا الجملة (I) تحقق معادلتي (p_1) و (p_2) و منه $(D)=(p_1)\cap(p_2)$ ....01.

3-أ) $f(t)=14t^2-14t+12$ 0.5

ب) دراسة إتجاه تغير f :

$f'(t)=28t-14$..0.25.

f متزايدة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ و متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ 0.5

جدول تغيرات f 0.25

t	$-\infty$				$\frac{1}{2}$			$+\infty$
$f'(t)$		-	-	-	0	+	+	+
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$			$\frac{35}{2}$		$\nearrow$	$+\infty$

- من أجل $t_0=\frac{1}{2}$ نجد أصغر مسافة AM هي $\sqrt{\frac{35}{2}}$ لأن ($f(t)=\frac{35}{2}$ قيمة حدية صغرى لـ f)...0.25.
- بتعويض $t=\frac{1}{2}$ في في إحداثيات M نجد: $\mathrm{I}\left(-6;-\frac{13}{2};\frac{1}{2}\right)$..0.25
- ج) بما أن الجملة $\begin{cases} 2t-7=-6 \\ 3t-8=-\frac{13}{2} \\ t=\frac{1}{2} \end{cases}$ تقبل حلا وحيدا $t=\frac{1}{2}$ فإن $\mathrm{I}\in(D)$ 0.5
- و بما أن $\overrightarrow{A\mathrm{I}}\begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{5}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}\cdot\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}=0$ فإن $\overrightarrow{A\mathrm{I}}\perp\vec{u}$ و النقطة I هي المسقط العمودي لـ:على(D)......0.5

د)لدينا $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه (D) فهو شعاع ناظمي للمستوي (Q).

و منه معادلة (Q) $2x+3y+z+31=0$ 0.5

التمرين الثالث:

$u_0=e$ و $u_{n+1}=\sqrt{u_n}$ و $v_n=\ln u_n$.

1-أ مهما كان $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}=v_n\times\frac{1}{2}$.. .0.25

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0=1$..0.75

ب) $v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$.. .0.25

* $u_n=e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$..0.25

2-أ) لدينا: $P_n=u_0\times u_1\times.......\times u_n$

و بما أن $u_n = e^{v_n}$ فإن $P_n = e^{v_0+v_1+....+v_n} = e^{S_n}$ .... 0.5.

ب) $S_n = 2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] = 2-\frac{1}{2^n}$ 0.5

- عبارة P_n بدلالة n هي $P_n = e^{2-\frac{1}{2^n}}$ 0.5

ج) $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 2$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = e^2$ ....0.5+0.5.

التمرين الرابع:

(I) لدينا: $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$ مع $x\in]1;+\infty[$

1) بقراءة بيانية للمنحني (Γ)نجد المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين متمايزين 0.25

2) لدينا: $g(2)=0$ 0.25

* بما أن g مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[2.87;2.88]$ و $g(2.87).g(2.88) <$ 0.25

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2.87;2.88[$...0.25

3) إشارة $g(x)$ حسب قيم x ملخصة في الجدول التالي:...0.75

x	1		2		α		$+\infty$
إشارة $g(x)$	||	+ + +	0	- -	0	+ +	+

(II) لدينا: $f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$ مع $x\in]1;+\infty[$.

1) $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} f(x) = -\infty$ ومنه المستقيم الذي معادلته $x=1$ مقارب لـ: (C_f)......................0.25

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0.25

2-أ) بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-3)\right]=0$ فإن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $(+\infty)$..0.25

ب) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$ و الملخصة في الجدول التالي...0.75

x	1		$1+e^{-\frac{5}{4}}$		$+\infty$
إشارة $f(x)-y$	|	- - -	0	+ + +	
الوضعية	|	(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)	

3-أ) مهما كان $x\in]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$..0.25

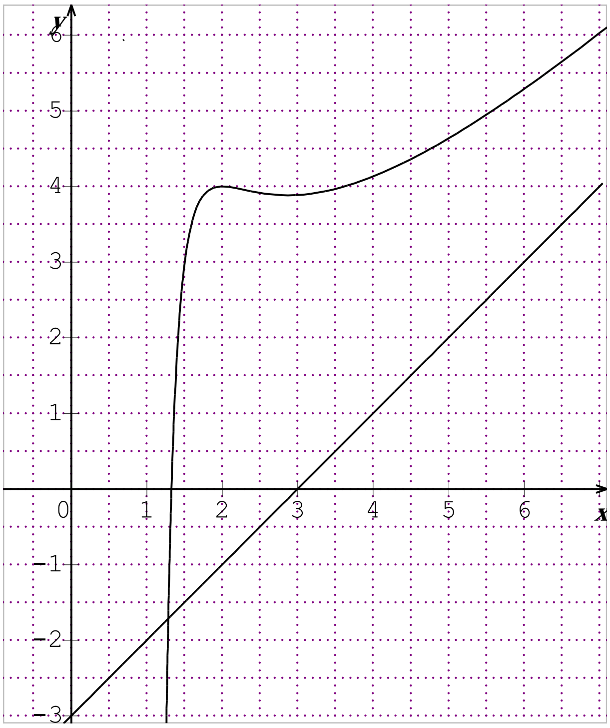
ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

أي أن: fمتزيدة تماما على كل من المجالين $]1;2]$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[2;\alpha]$ 0.5

• جدول تغيرات f 0.25

x	1	2		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	-	0	+
$f(x)$	‖	$-\infty$ ↗	4	↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

4) رسم (Δ) و (C_f) 0.75



5) لدينا: $h(x)=[\ln(x-1)]^2$ مع $x\in]1;+\infty[$.

5-أ) $h'(x)=\dfrac{2\ln(x-1)}{x-1}$ 0.25

* الدالة الأصلية للدالة f على $]1;+\infty[$ هي الدالة F المعرفة كما يلي:

$F(x)=\frac{1}{2}x^2+3x+2[\ln(x-1)]^2+5\ln(x-1)+C$ 0.25

ب) $\int_2^5 f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2-3x+2[\ln(x-1)]^2+5\ln(x-1)\right]_2^5=\frac{3}{2}+2[\ln(x-1)]^2+5\ln 4$ 0.25

أي: $\int_2^5 f(x)dx=1.5+8[\ln 2]^2+10\ln 2$. و التفسير البياني لهذه النتيجة هي مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحنى الدالة f و المستقيمات المعرفة بالمعادلات $x=2$ ، $x=5$ ، $y=0$ 0.25

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية : 2015/2014

الدورة : ماي 2015

المادة : الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعة و نصف

تصحيح نموذجي للإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

لدينا: $u_0 = 9$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ و $v_n = u_n + 6$.

1-أ مهما كان n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = v_n \times \frac{1}{2}$ 0.5

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0 = 15$..0.5.

ب- $v_n = 15\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و منه $u_n = 15\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$...0.5

ج- $S_n = v_0 + ... + v_n = 30\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$...0.5

$S'_n = u_0 + ... + u_n = 30\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 6n - 6 = -30\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 6n + 24$.................................0.5

2- لدينا: $w_n = \ln(v_n)$.

أ- مهما كان n من $\mathbb{N}$: $w_{n+1} = w_n - \ln 2$ 0.25

و منه (w_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 2$ و حدها الأول $w_0 = \ln 15$.............................0.5

ب- $S'' = w_0 + ... + w_n = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15 + \ln 15 - (\ln 2)n\right] = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15^2 - (\ln 2)n\right]$

$\lim_{n\to+\infty} S'' = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15^2 - (\ln 2)n\right] = -\infty$ 0.25

التمرين الثاني:

1- لدينا: $x^2 + (y-2) + z^2 = 3^2$ 0.5

ومنه (S) سطح كروي مركزه $w\,(0;2;0)$ و نصف قطره $R = 3$ 0.5

2- أ) لدينا: $d(w;P) = 2$.

بما أن $2 < R$ فإن (S) و (Q) متقاطعان .... 0.5 2-ب) التقاطع هو الدائرة (C) التي

-نصف قطرها $r = \sqrt{R^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ و مركزها $H\left(\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$. حيث H المسقط العمودي لـ: wعلى (Q)...1

3- لدينا: الجملة $\begin{cases} x=2t \\ y=2-2t \\ z=t \end{cases}$ (I) مع $t\in\mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي (Δ).

أ- بما أن معادلة (P_m) محققة من أجل الجملة (I) فإن $(\Delta)\subset(P_m)$ 0.5

ب- (P_m) مماس لــ: (S) يكافئ $d(w;P_m)=3$. أي من أجل $m=0$ 0.5

ج- لدينا: $\vec{n}_P\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{n_{P_m}}\begin{pmatrix}2m\\1-2m\\m\end{pmatrix}$.

$(P)\perp(P_m)$ يكافئ $\vec{n}_P.\overrightarrow{n_{P_m}}=0$.

وعليه نجد: $m=\frac{2}{9}$ 0.5

التمرين الثالث:

1- لدينا: $z_D=1-3i=\frac{5z_A+3z_B-6z_C}{2}$.

إذن D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;5),(B;3),(C;-6)\}$.. 0.5

2) $|z+2|=|z+1-i|$ يكافئ $MA=MC$ و منه مجموعة النقط M هي محور $[AC]$............. 0.5

أو المستقيم الذي معادلته $2x+y+2=0$.

3-) لدينا: $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ 0.5

ومنه المثلث BCD قائم في B و متقايس الساقين.. 0.5

4-أ) $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=3e^{-i\frac{\pi}{2}}$ 0.5

4-ب): من 4-أ) نجد: $z_D-z_A=3e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_C-z_A)$.

أي أن D هي صورة C بالتشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ 0.5

ج) $|z_A-z_{B'}|=12$ و منه $AB'=12$ 0.5

* مساحة المثلث ABB' هي 24.. 0.5

5) العبارة المركبة للتحاكي h هي: $z'-z_\Omega=a(z-z_\Omega)$. أي : $z'=-\frac{1}{3}z-\frac{2}{3}$..................... 01

التمرين الرابع:

1-أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ 0.25

ب) دراسة اتجاه تغيرات g و تشكيل جدول التغيرات: 0.25

$g'(x)=(-4x-4)e^{2x}$ 0.25

x	$-\infty$			-1			$+\infty$
$g(x)$	+	+	+	0	-	-	-

* من جدول الإشارة نستنتج أن: g متزايدة تماما على $]-\infty;-1]$ و متناقصة تماما على $[-1;+\infty[$......... 0.25

* جدول التغيرات:..0.25

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$			
$g(x)$	1 ↗	$\frac{e^2+1}{e^2}$	↘ $-\infty$

2) $g(0)=0$ 0.25

جدول إشارة $g(x)$ 0.5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
إشارة $g(x)$	+	+	+ 0	- -	-

3) $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

أ) النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ 0.5

ب) بما أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-xe^{2x}\right)=0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\triangle)$ معادلته $y=x+3$ عند$(-\infty)$...0.5

4)لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى $(\triangle)$ ندرس إشارة الفرق $D(x)=f(x)-y=-xe^{2x}$ حسب الجدول:

0.5

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة $D(x)$	+ + +	0	- - -
الوضعية	(C_f) يقع فوق $(\triangle)$	يقطع $A(0;3)$	(C_f) يقع تحت $(\triangle)$

5-أ) $f'(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}=g(x)$ 0.25

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

ب) f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على $[0;+\infty[$..0.25

جدول تغيرات f 0.5

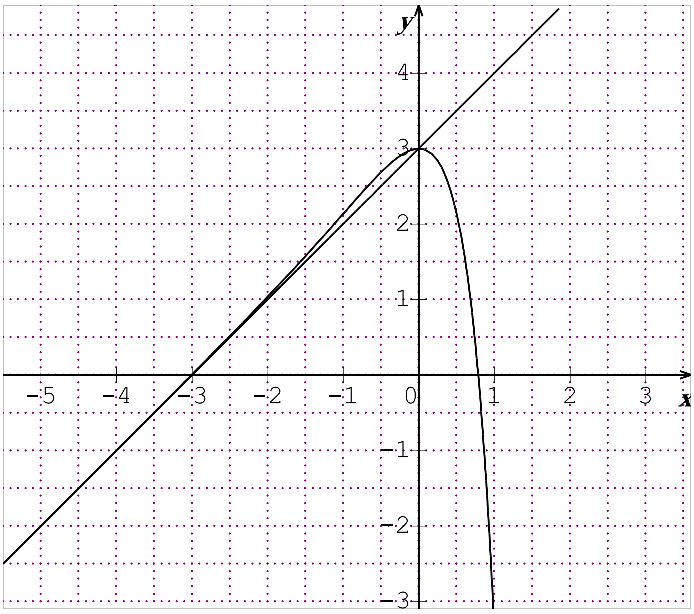
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	3	↘ $+\infty$

6)بما أن f مستمرة و متزايدة تماما على $[-3.5;-3]$ و $f(-3.5).f(-3) < 0$ و بما أن f مستمرة و متناقصة تماما على $[0.5;1]$ و $f(0.5).f(1) < 0$.

فإنه يوجد عددان حقيقيان α و β وحيدان من $]-3.5;-3[$ و $]0.5;1[$ على الترتيب بحيث: $f(\alpha)=0$ و $f(\beta)=0$ و ذلك حسب مبرهنة القيم المتوسطة...

وعليه المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $A(\alpha;0)$ و $B(\beta;0)$ 0.5

7) رسم (Δ) و (C_f) 0.75



8) $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) من أجل $x \neq 0$ لدينا : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 0.25

ب) $h'(x)=-\dfrac{1}{x^2}f'\left(\dfrac{1}{x}\right)$ أي: $h'(x)=-\dfrac{1}{x^2}.g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 0.25

جدول إشارة $h'(x)$ 0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - - -	‖	+ + + +

من جدول إشارة $h'(x)$ نستنتج أن h متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ و متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ 0.25

جدول تغيرات h مع النهايات:...0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - -	‖	+ +
$h(x)$	3 ↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗ 3