

👍 تمرين في الأعداد المركبة

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ وحدة الطول $2cm$.

لتكن النقطة A ذات اللاحقة $z_A = i$ و النقطة B ذات اللاحقة $z_B = 2$.

1- أ) عين z_{B_1} لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه النقطة A ونسبته $\sqrt{2}$.

ب) عين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

ج) علم النقط A, B و B' .

2- ليكن f التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z من المستوي

النقطة M' ذات اللاحقة z' من المستوي بحيث يكون : $z' = (1+i)z + 1$.

أ) عين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل f .

ب) عين طبيعة التحويل f وعناصره الهندسية.

ج) عين صورة النقطة B بالتحويل f .

3- لتكن (C) الدائرة التي معادلتها $x^2 + y^2 - 4x = 0$.

- عين صورة الدائرة (C) بالتحويل f .

حل التمرين التكريري رقم 02

لدينا : $z_B = 2$ و $z_A = i$

(1 أ) تعيين لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه النقطة A ونسبته $\sqrt{2}$:

لدينا : $h(B) = B_1$ معناه $\overrightarrow{AB_1} = k \overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{AB_1} = \sqrt{2} \overrightarrow{AB}$ لان $k = \sqrt{2}$

لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB_1}$ هي $z_{AB_1} = z_{B_1} - z_A = z_{B_1} - i$

لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي $z_{AB} = z_B - z_A = 2 - i$

إذن : $\overrightarrow{AB_1} = \sqrt{2} \overrightarrow{AB}$ يكافئ $z_{B_1} - i = \sqrt{2}(2 - i)$

ومنه $z_{B_1} = \sqrt{2}(2 - i) + i = 2\sqrt{2} + i - \sqrt{2}i$

أي $z_{B_1} = 2\sqrt{2} + i - \sqrt{2}i = 2\sqrt{2} + (1 - \sqrt{2})i$

لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه النقطة A ونسبته $\sqrt{2}$ هي

$$z_{B_1} = 2\sqrt{2} + (1 - \sqrt{2})i$$

(ب) تعيين لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{4}$:

لدينا : $r(B_1) = B'$ أي $z_{B'} - z_A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_{B_1} - z_A)$

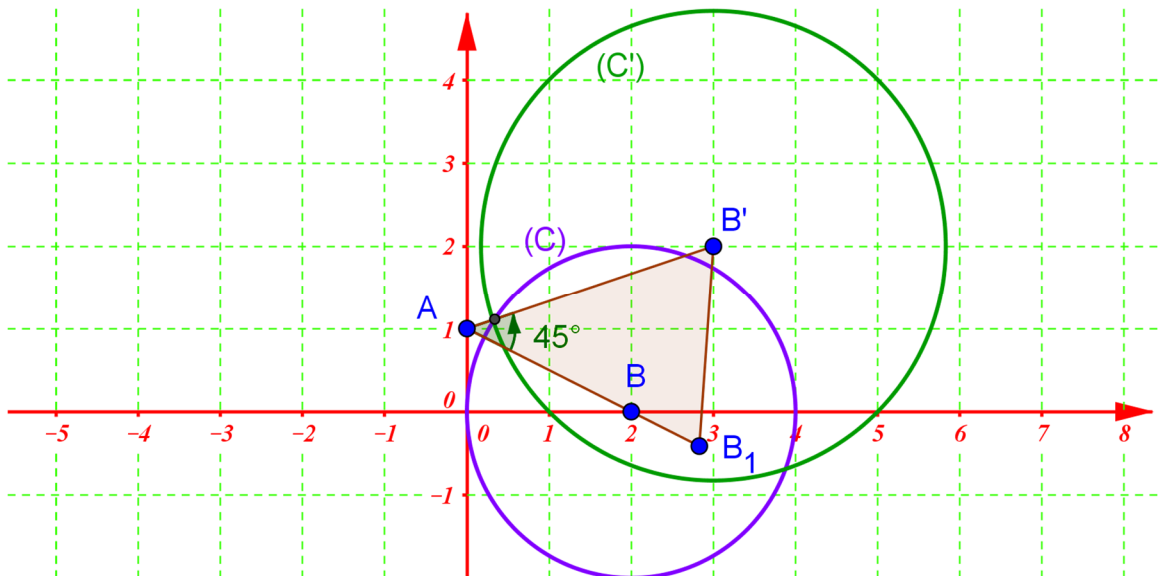
ومنه : $z_{B'} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_{B_1} - z_A) + z_A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(2\sqrt{2} + i - \sqrt{2}i - i) + i$

ومنه : $z_{B'} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(2\sqrt{2} - i\sqrt{2}) + i = 2 + 2i - i + 1 = 3 + i$

لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{4}$

$$z_{B'} = 3 + i \text{ هي}$$

(ج) تعليم النقط A, B, B' :



(2) تعيين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل f :

$$M \text{ نقطة صامدة بالتحويل } f \text{ معناه } f(M) = M \text{ أي } z = (1+i)z + 1$$
$$\text{ومنه } z - (1+i)z = 1 \text{ يكافئ } -iz = 1$$
$$\text{إذن : } z = \frac{1}{-i} = i \text{ أي } z = i$$

إذن توجد نقطة صامدة وحيدة بالتحويل f وهي النقطة A ذات اللاحقة $z_A = i$.

(ب) تعيين طبيعة التحويل f :

لدينا : $z' = (1+i)z + 1$ إذن التحويل f من الشكل : $z' = az + b$ حيث $a = 1+i$ و $b = 1$

لدينا : $|a| = |1+i| = \sqrt{2}$ ومنه التحويل f تشابه مستوي مباشر نسبته $k = \sqrt{2}$ وزاويته

$$\theta = \text{Arg}(a) = \text{Arg}(1+i) = \frac{\pi}{4}$$

ومركزه النقطة الصامدة A بالتحويل f .

$$\text{إذن : } f = S\left(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}; A\right)$$

(ج) تعيين صورة النقطة B بالتحويل f :

$$\text{اذن صورة النقطة } B \text{ بالتحويل } f \text{ هي النقطة } B_2 \text{ ذات اللاحقة}$$
$$z_{B_2} = (1+i) \times 2 + 1 = 3 + 2i$$

أي صورة النقطة B بالتحويل f هي النقطة $B'(3+2i)$

(3) تعيين صورة الدائرة (C) بالتحويل f :

$$\text{لدينا : معادلة } (C) \text{ هي : } (x-2)^2 + y^2 - 4 = 0 \text{ يعني } (x-2)^2 + y^2 = 2^2$$

أي أن الدائرة (C) مركزها النقطة $B(2;0)$ ونصف قطرها $R = 2$

صورة الدائرة (C) بالتشابه f هي الدائرة (C') التي مركزها النقطة $B'(3;2)$ صورة النقطة $B(2;0)$ بالتشابه f

$$\text{ونصف قطرها } R' = \sqrt{2}R = 2\sqrt{2} \text{ لأن } \frac{R'}{R} = \sqrt{2}$$

👋 مع تمنياتي الخالصة بالتوفيق والنجاح BAC 2017 🌸🌸 الأستاذ ثابت إبراهيم