مجلة الرائد في الرياضيات

****

توقعات بكالوريات
2018-2017

شعبة -علوم تجريبية

التحضير الجيّد لشهادة

BAC2018

إعداد الأستاذ:

بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

2018-2017

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;-1,0)$، $B(0;3,-4)$، $D(4;1;1)$ و $E\left(0;3;\frac{1}{2}\right)$.

1)عين إحداثيات النقطة C حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

2)احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABCD .

3) جد تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABD)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

4-أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة E ويعامد المستوي (ABD).

ب) جد إحداثيات النقطة I نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABD).

جـ)برهن أن I نقطة من القطعة المستقيمة [BD]، ثم حدد موقعها بالنسبة للنقطتين B و D.

5-احسب حجم الهرم ABCDE .

التمرين الثاني:(04 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=4-\frac{4}{1+u_n}$

1-أ) احسب u_1 و u_2. ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_n<3$.

جـ) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

2)لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-3}{u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n)هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

جـ)جدالمجموع بدلالة n $S_n=v_0^3+v_1^3+......+v_n^3$ ثم استنتج المجموع $S=v_0^3+v_1^3+......+v_{2018}^3$

التمرين الثالث:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:

1.T التحويل النقطي الذي يحوّل M(z) إلى M′(z′) حيث $z'=2iz+4+2i$.

أ) T هو تشابه مباشر نسبته $k=2$ و زاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$ و لاحقة مركزه ω : $z_{\omega}=2i$.

ب) المثلّث $\omega MM'$ قائم في M .

2. α عدد مركّب حيث $\alpha=-2\left(\sin\frac{2\pi}{3}+i\cos\frac{2\pi}{3}\right)$.

أ) الشّكل الأسّي للعدد α هو $\alpha=2e^{i\frac{\pi}{6}}$.   ب) $\alpha+\frac{1}{\alpha^{13}}=2\sqrt{3}$.

3. (u_n) متتالية عدديّة معرّفة بـ: $u_0=7$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+\frac{6}{5}$.

أ) $u_n=2\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}+1\right]$.   ب) (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$.

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$؛ [وحدة الطول: $2cm$].

1.أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، و فسّر النتيجتيْن هندسيّا.

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

2.أ) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$ ؛ احسب $f(-x)+f(x)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا .

ب) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3. لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(x)-x$.

ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) بيّن أنه ،من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{-(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$. ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات g.

د) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاوحيدا $\alpha\in]2,7;2,8[$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

4. عيّن إحداثيّيْ نقطة (C_f) مع حامل محور الفواصل ثمّ أنشئ (C_f) .

II- (u_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) ذوالمعادلة $y=x$ ، مثّل-و دون حساب-الحدود u_0، u_1، u_2 على حامل محور الفواصل.

2. برهن بالتراجع ، من أجل كلّ عدد طبيعي n، أنّ $1\le u_n<\alpha$.

3.أ) تحقق أنّ $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ واستنتج من إجابة السؤال I-3.د) أنّ (u_n) متزايدة.

ب) إستنتج أنّ (u_n) متقاربة ثمّ جد نهايتها

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$؛ [وحدة الطول $4cm$].

لتكن النقطتان A، B اللتان لاحقتاهما على التّرتيب: $z_A = -i$ ؛ $z_B = e^{\frac{5\pi}{6}i}$.

1) اكتب z_A على الشكل الأسّي و z_B على الشكل الجبري.

2) ليكن الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-2\pi}{3}$. و C صورة النقطة B بالدوران R.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب) بيّن أن لاحقة النقطة C هي: $z_C = e^{\frac{\pi}{6}i}$، ثم اكتب z_C على الشكل الجبري.

جـ) بيّن أن النقط A، B، C تنتمي إلى دائرة واحدة (Γ) مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

3-أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ) θ عدد حقيقي، عيّن المجموعة (E) للنقط $M(z)$ بحيث: $iz = 1 + e^{i\theta}$؛ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني:(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، ليكن (P) مستو معادلته : $x - 3y + z - 3 = 0$ و النقط : $A(2;-1;2)$ ، $B(2;0;1)$ ، $C(0;-3;-2)$ ، $S(-1;1;2)$

1- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P).

2- (Δ) مستقيم ذو تمثيل وسيطي : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = t - 1 \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

- أثبت أن المستقيمين (Δ) و (AC) منطبقان.

أ-أثبت أن المستوي (P) والمستقيم (Δ) منفصلان.

ب-احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ ، ثم احسب مساحة المثلث ABC .

جـ-اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يشمل النقطة B و يحوي المستقيم (Δ).

3-أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) يشمل النقطة S و يعامد المستوي (Q)

ب) تحقق أن النقطة B مسقط عمودي للنقطة S على المستوي (Q).

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه $SABC$.

4-أ) بين أن معادلة المستوي (SAB) هي: $2x + 3y + 3z - 7 = 0$

ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستوي (SAB)، ثم استنتج مساحة المثلث SAB.

التمرين الثالث:(04 نقط)

n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 .علبة تحوي n كريه بيضاء و 3 كريات سوداء .

نسحب من هذه العلبة كريتين في آن واحد.

1) احسب بدلالة n احتمال سحب :

أ) كريتين من لونين مختلفين.

ب) كريتين بيضاوين.

جـ) على الأقل كريه سوداء.

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X.

ب) عين بدلالة n قانون احتمال X ، ثم أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

جـ) عين قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق : $E(X)=1$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

f دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{x}$

(C) تمثيلها البياني في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أدرس تغيرات f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة

-أثبت أنّ المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

2) احسب : $f(-x)+f(x)$ ماذ تستنتج ؟.

3) بين ان المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1,-0.5[$

4) أثبت أن (C) يقبل مماسا (d) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحنى (C) في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.أوجد معادلة للمماس (d).

5) أرسم (d) ثم (C).

6) ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$.

7) h دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=1+\dfrac{\ln x^2}{|x|}$ و (C') تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين أن h زوجية .

- دون دراسة تغيرات h، أرسم (C') معللا ذلك.

8) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=-1$ و $x=\alpha$ و $y=1$ حيث α هو حل المعادلة $f(x)=0$

- بين أن $A(\alpha)=\dfrac{\alpha^2}{4}cm^2$ ثم اعط حصرا للعدد $A(\alpha)$.

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A، B، C صور الأعداد المركبة $z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\sqrt{3}+i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي

ب-استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (γ) التي تشمل النقط A، B، C

جـ) علم النقط A، B، C ثم أرسم الدائرة (γ)

2. أ)اكتب العدد $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسي و استنتج طبيعة المثلث ABC

1-ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{3}$

أ-بين أن النقطة O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب- بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (γ) .ثم انشئ (γ') صورة الدائرة (γ) بالدوران r.

جـ-تحقق أن الدائرتين (γ) و (γ') تشتركان في النقطتين A وB

التمرين الثاني:(04 نقط)

الفضاء المزود بالمعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$المتعامد والمتجانس، نعتبرالنقط $A(1;0;-2)$ ،$B(3;1;0)$ ،$C(1;0;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B .
2. لتكن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x+2z-3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

- بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه$\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة B

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .
4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

ب- أحسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ).ثماستنتج أن (Δ) يقطع سطح الكرة(S)في نقطتين

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\left\{(B,e^t),(C,1)\right\}$. بين أن : $\overrightarrow{BG}=\dfrac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$

- شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t)=\dfrac{1}{1+e^t}$.

- إستنتج أنّ مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء مرقمة :1- ،0 ،1 ،1 ،1 و5 كرات سوداء مرقمة :1- ،0 ،0 ،1 ،1 لا نميز بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد من من هذا الصندوق.

أولا: احسب احتمال الحوادث التالية :

A حادث سحب كرة واحدة فقط بيضاء ، Bحادث سحب كرة بيضاء على الاقل .

Cحادث سحب 3 كرات من نفس اللون.، Aحادث سحب3 كرات من نفس الرقم.

Fحادث سحب 3 كرات مجموع أرقامها معدوم.

ثانيا:نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1-عين قيم المتغير العشوائي X.

2-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I-أ) ادرس تغيرات الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38<\alpha<-0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$

ج) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. ثم أدرس تغيرات الدالة f

2) بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.

4)أ-بيّن أن (C_f) يقبل مقاربا مائلا (d) معادلته: $y=2x+1$، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (d)

جـ-أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1,5\,;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$.

باستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

عيّن العددين الحقيقين a وb بحيث تكون k أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية لـ f

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

أ)حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(E): (z+\sqrt{3}-1)(z^2-2z+4)=0$

ب)في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها: $z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1-أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم بيّن أن $z_B^{2016}+z_C^{2016}=2^{2017}$.

2- بيّن أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $z_B^n+z_C^n$ عدد حقيقي .

عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $z_B^n+z_C^n=2^{n-1}$

3-أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

4- عين اللاحقة z_G للنقطة G منتصف القطعة $[BC]$ ثم احسب الطولين BC و GA

5-نسمي (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تتحقق: $BM^2+CM^2=12...(1)$

* بين أن النقطة A تنتمي للمجموعة (S)،ثم حدّد المجموعة (S) مع إعطاء عناصرها المميزة

* علم بدقة النقط A ، B ، C و G ثم أنشئ المجموعة (S).

التمرين الثاني:(04 نقط)

الجزء(أ) نعتبر النقطتان A وD من الفضاء . ولتكن I منتصف القطعة AD

1) برهن أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء فإن: $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=MI^2-IA^2$

2) استنتج المجموعة E مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=0$

الجزء(ب) الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط : $A(3;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;4)$ ، $D(-5;0;1)$

1-تحقق أن $\vec{n}(4;2;3)$ شعاع ناظمي للمستوي ABC ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي ABC

2/ اوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم Δ العمودي على المستوي ABC ويشمل النقطة D

3/ لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي ABC .استنتج إحداثيات النقطة H

4/ احسب بعد النقطة D على المستوي ABC .

5/ برهن أن النقطة H تنتمي إلى المجموعة E المعرفة في الجزء (أ)، ثم إنشئ المجموعة E

التمرين الثالث:(04 نقط)

(u_n)متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1) أ- أحسب u_1 ، u_2 ، u_3.. ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>1$.

ب-بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$. ثم استنتج أن (u_n) متقاربة ، واحسب نهايتها.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $2v_{n+1} = v_n$.

ب- إستنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

جـ- أكتب بدلالة n ، كلا من v_n و u_n ، ثم أحسب من جديد $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3) أحسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

$S_n = u_0^2 + u_1^2 + ... + u_n^2$ ، $T_n = v_0 + 2v_1 + ... + 2^n v_n$ و $L_n = \ln v_0 + \ln v_1 + ... + \ln v_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة هي $2cm$

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g والمعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \dfrac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2+1)$

x	0 1 $+\infty$
$g'(x)$	$+$ 0 $-$
$g(x)$	0 ↗ $....$ ↘ $...$

1- أ) احسب $g(1)$ ، ثم تحقق أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

ب- أكمل جدول تغيرات الدالة g.

2-أ) علل وجود عدد حقيقي وحيد α على المجال $]1;+\infty[$ بحيث: $g(\alpha) = 0$ ثم تحقق: $1,9 \prec \alpha \prec 2$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كل $x \neq 0$ $f(x) = \dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2- أ) بين أن الدالة f فردية .

ب) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3-أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 0 : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

4) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقط ذات الفاصلة 0.

5-أ) بيّن أن : $f(\alpha) = \dfrac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) أنشئ المماس (Δ) ثم المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

جـ) احسب التكامل $A(\alpha)$ والمعرف كمايلي: $A(\alpha) = \int_0^{\alpha} \dfrac{g(x)}{x^2} dx$

الاختبار03 في مادة الرياضيات | المـــدة:03ساعات ونصف

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=\frac{n+1}{2n}u_n$.

1)-أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n>0$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ-هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $v_n=\frac{u_n}{n}$.

أ- بيّن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1.

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $u_n=\frac{n}{2^n}$.

جـ-لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln x-x\ln 2$.

عين نهاية الدالة f عند $+\infty$، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2z+4=0$ .... (1)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) .

2) إستنتج حلا المعادلة : $\left(\overline{z}+2+2i\sqrt{3}\right)^2-2\overline{z}-4i\sqrt{3}=0$.

3) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1+3i\sqrt{3}$ ، $z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $z_D=-1-i\sqrt{3}$

أ) احسب العددين المركبين $z_{\overrightarrow{AB}}$ و $z_{\overrightarrow{AD}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .

ب) عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ونسبته $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

جـ) عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتشابه S.

د) احسب العدد المركب $z=\frac{z_B-z_E}{z_A-z_E}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABED .

التمرين الثالث:(04 نقط)

1-من أجل كل عددين طبيعيين n وp حيث: $n > p$ لدينا : $C_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

بين من أجل كل عددين طبيعيين n وp حيث: $1 < p < n$ أن : $C_p^n = C_{p-1}^{n-1} + C_p^{n-1}$

2-كيس يحوي 10 قريصات لا نفرق بينها في اللمس منها 7 بيضاء مرقمة من 1 إلى 7 و 3 قريصات سوداء مرقمة من 1 إلى 3 نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس.

1-أ)نعتبر الحادثة A"الحصول على قريصتين بيضاويين"، بين أن احتمال الحادثة A يساوي: $\frac{7}{15}$

ب) نعتبر الحادثة B"الحصول على قريصتين تحملان رقمين فرديين"، احسب احتمال الحادثة B

جـ) هل أن الحادثتين A و B مستقلتان؟ برر إجابتك.

2-نعتبر X المتغير العشوائي الذي يأخذ عدد القريصات البيضاء في السحب في آن واحد

أ-عين قانون احتمال X.

ب- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \ln(x^2 + x + 1) - x$

1- احسب نهايتي g عند : $+\infty$ و $-\infty$.

2- أثبت من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ أن : $g'(x) = \frac{x(1-x)}{x^2 + x + 1}$ ، ثم عين اشارتها.

- شكل جدول تغيرات الدالة g.

3- أثبت أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.7,1.9[$.

4- عين من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$.

C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب نهايتي f عند : $+\infty$ و $-\infty$.

2- أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اكتب معادلة المماس (T) عند مبدأ المعلم، حدد الوضعية النسبية لـ : C_f و (T).

4- أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ln(x^2 + x + 1) = 0$ ، فسر النتيجة هندسيا.

ب) أثبت أن المنحنى C_f يقبل نقطتي انعطاف ، عين فاصلتيهما.

5-أثبت أن : $f(\alpha) = \alpha$. ثم ارسم المنحنى C_f و المماس (T).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

تعطى النقط: $A(1,2,2)$ ، $B(-1,0,1)$ ، $C(3,2,1)$

1-بين أن المستوي (Q) الذي يشمل النقط A ، B ، C معادلته : $x-2y+2z-1=0$.

2-(P) مستو معادلته : $z=1$. أ) تحقق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

ب) استنتج تقاطع المستويين (P) و (Q). ج)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC).

3-أثبت أن النقطة $H(1,2,1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على (P).

هل المستقيمان (BC) و (AH) متقاطعان ؟ برر إجابتك.

4- G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(C,-1)\}$.

أ)عين إحداثيات النقطة G.

ب)عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $3\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الثاني:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-2+2i)(z^2+4z+8)=0$.

النقط A، B، C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2-2i$، $z_B=-2+2i$، $z_C=-2-2i$.

2) ا- اكتب الصيغة المركّبة للدّوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

ب-بيّن أنّ لاحقة النقطة D ، صورة النقطة C بهذا الدوران ، هي $z_D=2-6i$.

جـ- حدّد- مع التعليل- طبيعة الرباعي $ABCD$.

3) ا- عيّن إحداثيّيْ H_α مرجح الجملة $(A,1);(B,-1);(C,\alpha)$ ، حيث α وسيط من $\mathbb{R}^*$.

ب-بيّن أنّ مجموعة النقط H_α، عندما يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$، هي مستقيم باستثناء نقطة يطلب تعيينه

جـ- في هذا السؤال، نأخذ $\alpha=2$.عيّن Γ: مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$MA^2-MB^2+2MC^2=16$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1 لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والمتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) كما يلي :

$\begin{cases} u_0=-\frac{1}{2} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=\frac{9}{2} \\ v_{n+1}=f(v_n) \end{cases}$

1) أ- انشئ (C) والمستقيم الذي معادلته : $y=x$

ب- انشئ الحدود u_0 ،u_1 ،u_2 وv_0 ،v_1 ،v_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

2) أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

ب- برهن بالترجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3<v_n$

3) أ-بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون: $u_n=\frac{-7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$ و $v_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n)

ج- احسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$

4) هل ان (u_n) و (v_n) متجاورتان ؟ علّل جوابك

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I- نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=1-xe^x$.

1-عين نهاية الدالة g عند $+\infty$.

2-ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ)بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]0;+\infty[$ يحقق: $0,5\prec\alpha\prec1$ واستنتج أن: $e^\alpha=\frac{1}{\alpha}$

ب)استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ وذلك حسب قيم x

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\frac{x+1}{e^x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ ، ماذ تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)؟.

2- أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها ، ثم تحقق أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب) بين أن: $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3-أ)بيّن أنه من كل عدد حقيقي x من المجال$]0;+\infty[$ فإن: $f(x)-x=\frac{g(x)}{e^x+1}$

ب) استنتج الموضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (d) ذو المعادلة : $y=x$.

III-1-بيّن أنه إذا كان $x\in[0;\alpha]$ فإن : $f(x)\in[0;\alpha]$.

2- أ)نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

ب)باستعمال (C_f) و (d) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها.

ج)برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $0\le u_n\le u_{n+1}\le\alpha$ استنتج أن (u_n) متقاربة نحو α

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـِ : $u_0 = 2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n}$.

1) عيّن العددين الحقيقيّين a و b بحيث يكون $u_{n+1} = a + \frac{b}{4 - u_n}$.

2)برهن بالتراجع، انه من أجل كلّ عدد طبيعي n، أنّ: $-1 \le u_n \le 3$.

3)ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة، ثمّ احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ : $v_n = 1 - \frac{4}{u_n + 1}$.

أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

5) احسب،بدلالة n، المجموع $\Sigma_n = \frac{1}{v^2_0} + \frac{1}{v^2_1} + \cdots + \frac{1}{v^2_n}$

التمرين الثاني:(05 نقط)

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B.

1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبةA؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X .

ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.

أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.

ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.

جـ) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمرين الثالث:(04 نقط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3;0;10)$، $B(0;0;15)$ و $C(0;20;0)$

1) أ)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)، ثم بين أنه يقطع محور الفواصل في النقطة $E(9;0;0)$.
ب) تحقق أن النقاط A ، B و C ليست في استقامية.
2) ليكن (OH) الارتفاع المتعلق بالضلع$[BC]$ في المثلث OBC .
أ) بين أن (BC)عمودي على المستوي (OEH) .
استنتج أن(EH) ارتفاع في المثلث EBC .
ب) عين معادلة ديكارتية للمستوي (OEH).
جـ) تحقق أن معادلة المستوي (ABC) هي: $20x+9y+12z-180=0$.
د) بين أن الجملة $\begin{cases} x=0 \\ 4y-3z=0 \\ 20x+9y+12z-180=0 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا. ماذا تمثل هذا الحل ؟
هـ) بين أن $EH=15$ ثم احسب مساحة المثلثEBC .

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2})-2x$
1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$
2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.
II-نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln\left(2e^{2x}-2e^{x}+1\right)-\ln 2$ و (C_f) تمثيلها البياني
1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ،$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ماذا تستنتج ؟
ب)استنتج أن (C_f)يقبل مستقيم مقارب مائل(D)بجوار $+\infty$، ثم حدد وضعية (C_f)بالنسبة لـ (D)
2) أ) بين $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^{x}-1)$ حيث f' مشتق الدالة f .
ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f)عند النقطة التي فاصلتها 0 .
3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى(C_f) وحامل محور الفواصل.
ب) ارسم (Δ) و (C_f).
4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln(\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.
أ) عين قيمة β التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$.
ب) استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

f دالة عددية معرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$.

1) بيّن أنه إذا كان $x\geq 1$ فإن $f(x)\geq 1$.

2) نعرّف المتتالية (u_n) بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ) برهن بالتراجع ، من أجل كل عدد طبيعي n ، أن $u_n\geq 1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). ثم استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها L.

3) (v_n) متتالية معرّفة بـ: $v_n=\ln\left(\dfrac{u_n-1}{u_n}\right)$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج أن: $u_n=\dfrac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-2)(z^2-2z+4)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

لتكن النقط A، B، C التي لاحقاتها: $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=-2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ على الترتيب.

أ- اكتب : z_B على الشكل الأسّي و z_C على الشكل الجبري

ب- أحسب $\left(\dfrac{z_C}{2}\right)^{2018}$ (تعطى النتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري)

جـ- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $z_C^{\,n}$ عددا حقيقيّا سالبا .

3) ا-اكتب العدد المركّب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسّي .

ب-استنتج أنّ C هي صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيينه بدقة مع عناصره المميّزة .

4) حدّد- مع التعليل- طبيعة الرباعي OBAC.

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحتوي على خمس كرات متشابهة لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء . يرمي لاعب قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة .

إذا تحصل على وجه F ، يسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق ، وإذا تحصل على ظهر P يسحب كرتين على التوالي وبإرجاع أي يعيدالكرة المسحوبة إلى الصندوق قبل السحب الموالي .نعتبرالحدثين التاليين :

A :" الحصول على كرتين بيضاوين ، B : " الحصول على كرة خضراء على الأقل "

1) بين أنّ إحتمال الحدث A هو $P(A)=\frac{33}{100}$ ، ثم أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.

2) يدفع اللاعب m دينارا حيث m عدد حقيقي موجب ، إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء يربح 100 دينار أما إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء يخسر 40 دينار ، نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل مخرج الربح الصافي المحصل عليه من طرف اللاعب.

أ) عين قيم المتغير العشوائي Y .

ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y .

ج) عين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة .

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزء الأول : g دالةمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(-x+2)e^{x}-2$

1- بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $1.5<\alpha<1.6$

2- أحسب نهايتي g عند $-\infty$ و $+\infty$.

3- أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^{2}}{e^{x}-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- عين نهايتي الدالة f عند : $-\infty$ و $+\infty$.

2- تحقق أن $f(x)$ تكتب من الشكل: $f(x)=\dfrac{1}{\frac{e^{x}-1}{x}\times\frac{1}{x}}$ ، ثم احسب نهايتي f عند 0.

3- أثبت من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{0\}$ أن : $f'(x)=\frac{xg(x)}{(e^{x}-1)^{2}}$

4- باستعمال الجزء الأول عين إشارة f' ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- تحقق أن : $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$.

6- أرسم (C_f) (تذكر أن الدالة f غير مستمرة عند 0).

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

ليكن α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \dfrac{(1+\alpha)U_n - \alpha}{U_n}$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_n \geq 1$.

ب- بيّن أن المتتالية (U_n) متناقصة، ثم استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها .

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$

أ- بيّن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

ب- أكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α.

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z) = z^3 + z^2 - 4z + 6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A = -1$ ، $z_B = 1+i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1) التحويل النقطي S، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1+i)z + i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع: $M_0 = O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n = (1+i)^n - 1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثالث:(04 نقط)

تحتوي علبة على 7 كرات لا نميّز بينها عند اللمس ، 4 منها تحمل الرقم 1 وَ كرتان تحملان الرقم 2 وَ كرة واحدة تحمل الرقم 0 .

1- نسحب ثلاث كرات في آن واحد :أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " ، B : "يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0 " .

C : " مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3 " .

ب)علما أنّ مجموع الأرقام التي تحملها الكرات يساوي 3،ما هوإحتمال أن تحمل نفس الرقم

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب 3 كرات بمجموع الأرقام المسحوبة :

أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

3- نسحب الآن ثلاث كرات على التوالي و بدون إرجاع وَ نسجل بالأرقام المسحوبة عددا طبيعيا رقم آحاده هو الرقم المسحوب ثالثا ، وَ رقم عشراته يسحب ثانيا ، وَ رقم المئات هو الرقم المسحوب أوّلا :

أ)أحسب إحتمال سحب عدد يقبل القسمة على 111.

ب)ماهو إحتمال سحب عدد يقبل القسمة على 5 ؟

التمرين الرابع:(07 نقط)

f دالة معرفة على المجموعة $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f). ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2-أ)بين أن : $f'(x)=\dfrac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .

ب)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطتة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

أ) بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ، $\dfrac{x+1}{x}>1$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

جـ)نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$.حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (C) على $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

4)حل بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m المعادلة التالية: $(x-1)\ln\left(\dfrac{x+1}{m}\right)=-1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $\left(\bar{z}+\sqrt{3}+i\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2.نعتبر النقط A ، B، C و التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\overline{z_B}-2z_A$

أ) اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي.

ب) احسب الأطوال OA، OB و AB . استنتج طبيعة المثلث OAB.

3.عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

4.أ)جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$ ، ثم بين أن: $\frac{z_G}{2\sqrt{3}}=\left(\frac{z_G}{2\sqrt{3}}\right)^{1945}$.

ب) علم النقط A ، B، C ، D و G ثم بين أن النقط C، D و G في استقامية.

ج) عين طبيعة كل من الرباعي $OBGD$ و المثلث AGC .

التمرين الثاني : :(04 نقط)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ و $u_0=\frac{1}{8}$

1) أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 8cm)، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ و المنحني (C) الممثل للدالة f المعرفة على $[0;2]$ بـ: $f(x)=x(2-x)$

2)أ-باستعمال الرسم السابق،مثل على حامل محور الفواصل،دون حساب كلا من u_0، u_1، u_2، u_3

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) أ- برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي n : $0<u_n<1$

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة استنتج أن (u_n) متقاربة ، ما هي نهايتها ؟

4) 3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(1-u_n)$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب-استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5) أ) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=(1-u_0)(1-u_1)........(1-u_n)$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الثالث: :(04نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

تعطى النقط $A(1,1,-2)$، $B(1,2,-2)$، $C(0,1,1)$.

1)بيّن أنّ النقط A،B،C تعرّف مستويا P.

2) تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}=3\vec{i}+\vec{j}$ ناظمي للمستوي P ، ثم استنتج معادلة ديكارتيّة لـ P.

3) ليكن المستوي Q المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم (AC).

ا) أعط معادلة ديكارتيّة للمستوي Q. ب) برهن أنّ P و Q متعامدان وفق المستقيم (AB).

4) S_m مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-2x-2my+4z+4=0$ ؛ (m وسيط حقيقي)

ا) برهن أنه مهما كان m ، فإنّ S_m هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_m ونصف قطرها R_m .

ب) بيّن أنه عندما يتغيّر m في $\mathbb{R}$ فإنّ مجموعة النقط I_m هي المستقيم (AB).

التمرين الرابع : (07 نقطة):

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$.ثم بين أن f دالة فردية .

1. احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3. أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمنحنى (C_f) .

6. أ) بين أن الدالة $x\mapsto\ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto-\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلتها على الترتيب:

y=0 ، $x=-1$ و $x=0$.

II- (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>0$ بين أن $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

3. بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

الاختبار06 في مادة الرياضيات المـــدة:03ساعات ونصف

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المستويين (P) و (P') اللذين معادلتاهما على الترتيب $x-2y-3z+3=0$

و $x-y+z-4=0$ و (D) المستقيم الذي تمثيلا وسيطيا له $\begin{cases} x=-t \\ y=1+2t & t\in\mathbb{R} \\ z=5+3t \end{cases}$.

أجب إما بصحيح وإما بخطأ مع التعليل.

1. المستويان (P) و (P') متعامدان.
2. سطح الكرة (S) الذي معادلته $x^2+y^2+z^2-6x+4y-4z+14=0$ يمس المستوي (P')
3. تقاطع المستويين (P) و (P') هو المستقيم (Δ) الذي تمثيلا وسيطيا له $\begin{cases} x=11-5t' \\ y=7-4t' & t'\in\mathbb{R} \\ z=t' \end{cases}$.
4. المستقيمين (D) و (Δ) من مستويين مختلفين.

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;6[$ كما يأتي : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$ و C_f منحني f

ادرس تغيرات الدالة f ، ثم ارسم C_f

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=-3$ و $n\in\mathbb{N}$ ولدينا : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- باستخدام (C_f) و المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ، مثل u_0 و u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل

ب- خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

3 -أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n<3$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب- إستنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج من جديد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

جـ-أحسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$

هل يوجد عدد طبيعي n يحقق: $S_n = 2018$؟

التمرين الثالث:(05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ، B و C وD التي لواحقها على الترتيب:
$z_A = 1$ ، $z_B = 3+4i$ ، $z_C = 2\sqrt{3} + i\left(-2-\sqrt{3}\right)$ و $z_D = -2\sqrt{3} + i\left(-2+\sqrt{3}\right)$

1) أ) بين ان صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزهA و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ هي النقطة D
ب)استنتج أن النقطتين B وDتنتميان الى نفس الدائرة (Γ)يطلب تعيين عناصرها المميزة
2) لتكن النقطة F صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه النقطة B ونسبته $\frac{3}{2}$
أ) بين أن لاحقة النقطة F هي $z_F = -2i$. ، ب) بين أن F هي منتصف القطعة $[CD]$.
جـ) بين أن $\frac{z_C - z_F}{z_A - z_F} = -i\sqrt{3}$ ، ثم أكتبه على الشكل الأســي .
د) إستنتج أن المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة$[CD]$أنشئ النقطA ، B ،C،D وF

التمرين الرابع:(07 نقط)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـة بـ: $f(x) = x - \left(x^2 + 4x + 3\right)e^{-x}$ وليكنC_f
منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.
الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \left(x^2 + 2x - 1\right)e^{-x} + 1$
1- بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.
2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
3- أ) بيّن أن المعادلة$g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. أحدهما α حيث $-2.4 < \alpha < -2.3$
ب) إستنتج اشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .
الجزء الثاني : 1- بيّن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$
2- ادرس تغيرات الدالة f ، نأخذ $\alpha = -2.35$
3- أثبت ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) في جوار$+\infty$
4- بيّن أن المستقيم (D) و المنحني (C_f) يتقاطعان في نقطتين A وB يطلب تعيينهما .
5-ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (D).
6-ارسم المستقيم (D) و المنحني (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط) جامعة التكوين المتواصل 1995

تبين من مجموعة 12 شخصاً أن 5 منهم يشاهدون التلفزيون فقط و 4 يستمعون للمذياع فقط و 3 يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معًا.

أ- نختار 3 أشخاص بطريقة عشوائية من هذه المجموعة.

* عين احتمال لكي الأشخاص الثلاثة يشاهدون التلفزيون فقط

* جد احتمال وجود شخص واحد على الأقل يستمع للمذياع فقط من بين الأشخاص الثلاثة

ب- نختار شخصا واحدا وتبين أنه يشاهد التلفزيون فقط فما هو احتمال أنه يستمع للمذياع فقط.

حـ - نختار شخصين ونهتم بالمتغير العشوائي بعدد الأشخاص اللذين يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معا من بين الشخصين المختارين .

عين قيم المغير العشوائي ، قانون الاحتمال ، الأمل الرياضي.

التمرين الثاني : (05 نقط)

أجب بصحيح أوخطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الأتية:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) لتكن النقطتان $A(2-5i)$ ، $B(7-3i)$ المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين.

2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-i|=|z+2i|$ هي مستقيم يوازي محور الفواصل.

3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، العدد المركب $(3+i\sqrt{3})^{3n}$ تخيلي صرّف.

4) إذا كانت $\frac{\pi}{2}$ عدة للعدد المركب غير المعدوم z فإن $|z+i|=1+|z|$.

5) z عدد مركب غير معدوم ، إذا كان $|z|=1$ فإن $z^2+\frac{1}{z^2}$ عدد حقيقي.

التمرين الثالث: (04 نقط)

(u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول u_0 وبالعلاقة التراجعية: $u_{n+1}=\frac{7u_n+2}{u_n+8}$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$

1- عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2- نفرض أن : $u_0=0$. أ- أحسب u_1 ، u_2.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $0\le u_n\le 1$ ، ثم أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n).

3- لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=\frac{u_n+2}{u_n-1}$.

أ- أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدّها الأول.

ب-عبّر عن u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) لما يؤول n إلى $+\infty$.

جـ-أحسب كلا من S_n و π_n حيث: $S = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$ و $\pi_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_n$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

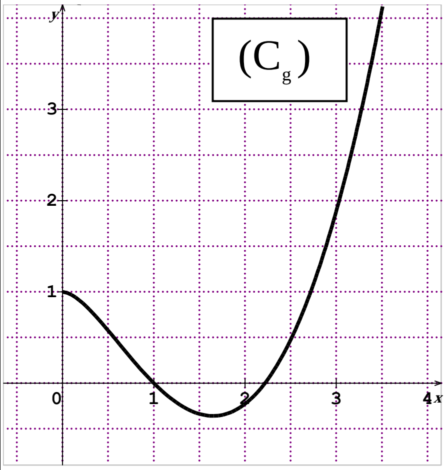
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = \dfrac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 2cm .

I-1)بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f =]0;e[\cup]e;+\infty[$.

2-أ)احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} e} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} e} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

جـ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.(لاحظ : $x(1-\ln x) = x - x\ln x$)



3-أ)بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب) بيّن أن الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1;e[$ و $]e;+\infty[$

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f.

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x) = 1 - x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1)أ-حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

ب-نعطي جدول القيم التالية:بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	–0,14	–0,02	0,12	0,28

2-أ)تحقق من أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) - x = \dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما 1 و α

جـ) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $1;\alpha$

بيّن $f(x) - x \leq 0$ من أجل كل x من $1;\alpha$.

3) أنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

الاختبار 07 في مادة الرياضيات المـــدة:03ساعاتونصف

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$.

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$ ، ب)المتتالية (u_n)متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ، جـ) (u_n) متباعدة

2)في المستوي المركب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ-التحويل T الذي كتابته المركبة $z'=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ومركزه O.

ب-مجموعة النقط $M(z)$حيث $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

أ-المستوي (P)الذي معادلته: $x+y-z+1=0$ والمستقيم (d)الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيه له لايشتركان في أية نقطة .

ب-معادلة المستوي (Q)الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P)هي: $x-y+z=0$.

التمرين الثاني:(04.5 نقط)

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0...(E)$

2-ليكن z_1، z_2 و z_3 حلول المعادلة (E)حيث : $z_1\in\mathbb{C}$ ، $\text{Im}(z_2)>0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-أكتب كلا من z_2و z_3على الشكل المثلثي .

ب-بين العدد $z_2^{2018}-z_3^{2018}$ تخيلي صرف

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B وCذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-أحسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب-عيّن إحداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-3$

التمرين الثالث:(11 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$. و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس: $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول هي 2cm)

1) أحسب كلا من: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$. و شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتاهما : $y=x+2$ وَ $y=x$ في جوار $(-\infty)$ وَ $(+\infty)$ على الترتيب.

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقع داخل الشريط المحدد بالمستقيمين (Δ) و (Δ').

4) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياتها.

5) أكتب معادلة المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة A ذات الفاصلة: 0.

6) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x)+g(-x)=2$. ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أحسب: $g(1)$ و استنتج $g(-1)$ أحسب: $g(2)$ و استنتج $g(-2)$.

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل مرة وحيدة في نقطة فاصلتها α. بحيث: $-2<\alpha<-1$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

7) أرسم كلا من المستقيمات: (Δ) ، (Δ') وَ (T) ثم أرسم المنحنى (C_g).

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $m.e^x+m-2=0$.

9) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=g\left(\dfrac{1}{x}\right)$. (عبارة h غير مطلوبة)

أ) أحسب نهايات الدالة h على أطراف مجموعة تعريفها.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h. ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) أثبت أن النقطة A مركز تناظر للمنحني (C_h). (إرشاد: استعن بالإجابة عن السؤال: 6) أ)

10) لتكن G دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$ والتي تحقق $G(0)=\ln\dfrac{1}{4}$

أ) باستعمال 6- جـ) عين إتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$.

ب) عيَن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{G(x)-G(\alpha)}{x-\alpha}$، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

جـ) عين عبارة الدالة G ثم تحقق من النتائج المحصل عليها في الجواب 10-أ و ب

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1.) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(z^2-2+i2\sqrt{3}\right)\left(z^2-8\sqrt{3}z+64\right)=0$.

2.) B،A نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A=4\sqrt{3}-4i$ و $z_B=4\sqrt{3}+4i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي.ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب-النقطة C ذات اللاحقة $z_C=-\sqrt{3}+i$ و D صورتها بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

عين z_D لاحقة النقطة D.

3.) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$

أ-) تحقق أن G موجودة و احسب لاحقتها z_G ب-)أنشئ النقط B،A ، C، D و G .

عين المجموعة للنقط M من المستوي حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$

جـ-) أحسب العدد المركب $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ ثم استنتج أن النقط D،C و G في إستقامية.

و أن G صورة النقطة D بتحويل نقطي H يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

د) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

4.) عيّن النقطة F حتى يكون الرباعي ACGF معين و احسب مساحته

التمرين الثاني : :(04 نقط)

تأهل إلى أولمبياد الرياضيات من دول المغرب العربي 25تلميذا.3 تلاميذ و5 تلميذات من المغرب 4تلاميذ وتلميذتين من الجزائر وتلميذين و4تلميذات من تونسوتلميذين و3تلميذات من ليبيا

I. 1) نريد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء من هذه المجموعة

أ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 تلميذات ؟

ب) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 أعضاء من نفس الدولة؟

جـ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة على الأقل عضوين من ليبيا؟

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد التلاميذ الذكور المتواجدين فيها.

أ) أوجد قيم المتغير العشوائي X. ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث :(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و (P) المستوي ذي المعادلة، $x+y+z-3=0$

1) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ماذا تستنتج؟

2) بين أن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) .

3) عين معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يمر بالنقطة A و يعامده المستقيم (AC).

4) بين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (P') هو : $\begin{cases} x=t \\ y=-2t+4 \;;\; t\in\mathbb{R} \\ z=-1+t \end{cases}$

5) أ) بين أن النقطة $D(0;4;-1)$ تنتمي إلى (Δ) ،ماذا تستنتج ؟ .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$. جـ) بين أن قيس الزاوية BDC هو $\frac{\pi}{4}rad$.

د) احسب مساحة المثلث BCD ثم استنتج المسافة بين A والمستوي (BCD).

التمرين الرابع :(07 نقط)

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-2\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g . **2.** استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\frac{1}{x}(1+2\ln x)$.

نسمي (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب : $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أن f' مشتقة الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5<\alpha<0.6$.

3. أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(x;2)$ مع $x\geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2g'(x)-2xg(x)=0$ ثم بين أن $B(e;e+\frac{3}{e})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

هـ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

4. أ) احسب مشتقة الدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ ثم استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عين مساحة الحيز تحت المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=\alpha$ ، $x=1$ و $y=0$

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

يحتوي صندوق على 10كرات تحمل الأعداد 1، 2، 2، 3، 3،3، 4، 4، 4 و4 .

(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)

نعتبر التجربة التالية :نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون ارجاع كرتين من الصندوق.

1)ليكن A الحادث " الحصول على كرتين تحملان عدد زوجيين ".بيّن أن $P(A)=\frac{1}{3}$

2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين للصندوق بعد كل تجربة ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحادث A.

بيّن أن $P(X=1)=\frac{4}{9}$ ، ثم عين قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين الثاني:(04 نقط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط $A(3;2;1)$ ،$B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$.

1. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .
2. تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1:-1)$ شعاع ناظمي للمستوي ABC . ثم استنتج معادلة ديكارتية له.
3. أ) عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC) .

جـ)نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث $t\in\mathbb{R}$ عدد حقيقي.عين العدد t حيث $AS^2=AB^2$

د) عين طبيعة رباعي الوجوه FABC حيث $F(4;6;0)$. ثم احسب حجمه V.

4. بين أن المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين .
5. أ) عين المجموعة (S) للنقط M التي تحقق ، $\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\|=6$.

ب) عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC) .

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z : $z^2+z+1=0$

2)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط A، B، C، D و F

ذات اللواحق: $z_A=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$.

أ)أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثمّ علّم النقط A، B، C، D و F .ب) ما نوع المثلث ABC ؟

3) $\Re$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'+2=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+2)$

أ)عين مركز و زاوية الدوران $\Re$.ثم بين أن $\Re(D)=E$ حيث $z_E=1+\sqrt{3}i$.

جـ)أكتب العدد $\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثمّ استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

4) لكل عدد مركب z يختلف عن E، نرفق العدد المركب z' حيث: $z'=\frac{z-z_C}{z-z_E}$ و لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون z' عددا تخيليا صرفا - عين و أنشئ (Γ_1) .

5) أ) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$، حدد z_G لاحقة النقطة G .

(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|$

ب) تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2)، ثمّ عين طبيعة المجموعة (Γ_2).

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي : $f(x)=\frac{x}{x-1}-\ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أ)جد $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ،ب)جد $\lim_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}1}f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2-أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها ، ثم بيّن أن : $f'(x)=\frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) تحقق أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]4;5[$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيتيها.

جـ)أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (2-) وأكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$ ، $f(10)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') و (C_f)

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1)=2x^2-x-(x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة g والمعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=e^{-x}\ln(e^x-1)$

أ) بيّن أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن: $g'(x)=e^{-x}f(e^x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير g .

ب) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}0}g(x)$ وبيّن أن $\lim_{x\to+\infty}g(x)=0$.

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة g .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس.$\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط$A\left(1;2;3\right)$ ، $B\left(2;1;3\right)$ و $C\left(2;-2;0\right)$

1) بين أن النقط A ، B و C تحدد مستويا.

2) بين أن : $x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$

3)لتكن $D\left(2;0;2\right)$ و $E\left(-4;6;2\right)$ نقطتين من الفضاء . أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم .$\left(DE\right)$

4)لتكن$\left(S\right)$مجموعة النقط$M\left(x;y;z\right)$من الفضاءحيث: $x\left(x-2\right)-y\left(2-y\right)+z\left(z-8\right)+14=0$

ا) بين أن $\left(S\right)$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R

ب) بين ان المستقيم $\left(DE\right)$ هو مماس لسطح الكرة $\left(S\right)$ في نقطة H يطلب تعيين احداثياتها .

ج) بين ان المستوي $\left(ABC\right)$ يقطع $\left(S\right)$ وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها و مركزها .

التمرين الثاني : :(04 نقط)

I -حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(z+2)(z^2+2-2\sqrt{3}i)=0$

II-في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها: $z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=-z_B$.

1. بين أن $\left|z_A-z_B\right|^2+\left|z_A-z_C\right|^2=\left|z_B-z_C\right|^2$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2. أثبت أن النقط A ، B و C تنتمي الى نفس الدائرة ، يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

3. أ- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتناظر المركزي الذي مركزه O

ب- ما طبيعة الرباعي $ABDC$

4. بين ان C صورة B بتحويل نقطي مركزه A يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة

5. نرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي ($z\neq-2$) النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\dfrac{iz-\sqrt{3}+i}{z+2}$

اثبت أن $\arg(z')=\dfrac{\pi}{2}+\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right)$ ،ثم عين مجموعة النقط M بحيث يكون z' تخيلي صرف .

التمرين الثالث :(03.5 نقط)

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0+U_1+......+U_n$.

أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب) نسمي S_{n+1} المجموع : $V_0+V_1+......+V_n$.

أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) نسمي π_{n+1} الجداء : $U_0\times U_1\times......\times U_n$ ، أحسب π_{n+1} بدلالة n

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

<u>التمرين الرابع</u>:(07.5نقط)

I-نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بــ : $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{1+x^2}$.

1.أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإنّ : $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(1+x^2)^2}$ ، ثم ادرس تغيّرات g .

2.بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0{,}5<\alpha<0{,}6$ ، يحقق $g(\alpha)=0$.

.استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II-f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بــ: $f(0)=0$ و $f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ إذا كان $x>0$

نرمز بـ$(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الأطوال هي 5cm .

I.1-احسب نهاية $xf(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب-استنتج أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيّا.

I.2- أثبت أنّ: $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$. ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

I.3 - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=g(x)$.

ب-احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)}{x}$ ،ماذا تستنتج بالنسبة لـ f؟ أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة.

جـ-شكّل جدول تغيّرات f على المجال $]0;+\infty[$

4. بيّن أن : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=0$.ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدّالة f ؟ أعط تفسيرا بيانيا لها.

5.ارسم بعناية المنحني $(\mathcal{C})$ في المعلم السّابق.

6.اعط تفسيرا هندسيا للعدد الحقيقي $S(\alpha)=\int_{\alpha}^{1}g(x)dx$ ، ثم عيّن α بحيث يكون $S(\alpha)=\ln 2$

الاختبار09 في مادة الرياضيات المـــدة:03ساعاتونصف

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

نعتبر العددين a وb حيث : $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

1-أ)تحقق أن : $b=(1+i)a$: ثم استنتج أن: $|b|=2\sqrt{2}$ و ان $\arg(b)=\frac{5\pi}{12}[2\pi]$

ب) استنتج أن مما سبق: $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

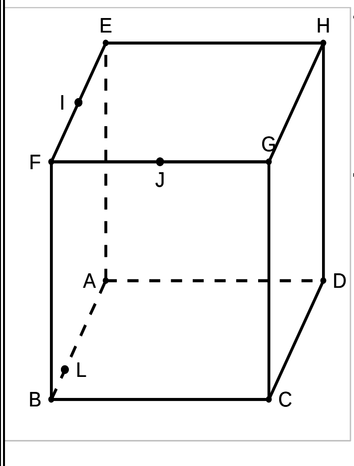
2) المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b على الترتيب والنقطة C ذات اللاحقة c حيث $c=-1+i\sqrt{3}$.

أ- تحقق من أن : $c=ai$ واستنتج أن: $OA=OC$ و ان $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

ب-بيّن أن B هي صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$. استنتج أن الرباعي OABC مربعا.

التمرين الثاني:(05 نقط) (مقترح وزاري2008)

نعتبر في الفضاء مكعبا ABCDEFGH طول حرفه1و $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$ المعلم المتعامد والمتجانس نسمي I و J منتصفي القطعتين [FE] و[FG] على الترتيب والتكن L مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$ واليكن π المستوي ذي المعادلة $4x-4y+3z-3=0$.



أختر الإجابات الصحيحة من بين ألإجابات التالية:

1-إحداثيات النقطة L هي: أ) $\left(\frac{3}{2};0;0\right)$،ب) $\left(\frac{3}{4};0;0\right)$، جـ) $\left(\frac{1}{4};0;0\right)$.

2- المستوي π هو :أ)(GLE) ، ب) (LEJ) ، جـ)(GFA).

3- المستوي الذي يشمل النقطة I ويوازي π يقطع المستقيم (FB) في النقطة M ذات الإحداثيات: أ) $\left(1;0;\frac{1}{4}\right)$، ب) $\left(1;0;\frac{1}{5}\right)$، جـ) $\left(1;0;\frac{1}{3}\right)$.

4- أ)المستقيمان (LE) و (FB) متقاطعان في النقطة N نظيرة M بالنسبة للنقطة B .

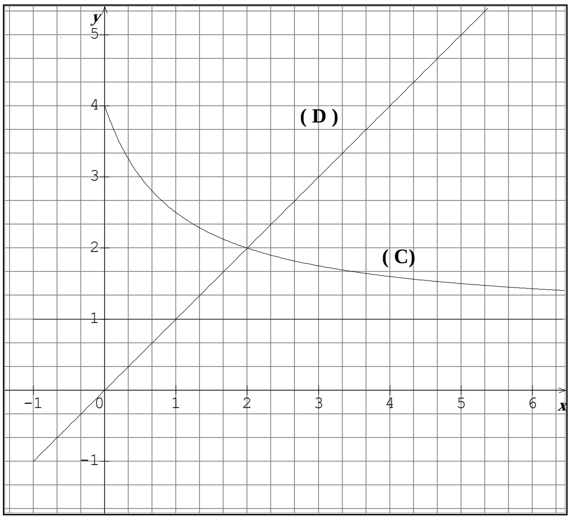
- ب) المستقيمان (LE) و (IM) متوازيان. - جـ)المستقيمان (LE) و (IM) متقاطعان.

5-حجم رباعي الوجوه FIJM هو:أ) $\frac{1}{36}$ ، ب) $\frac{1}{48}$ ، جـ) $\frac{1}{24}$

التمرين الثالث:(04 نقط)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$

نعتبر المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$



1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 وu_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ما تخمنك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟.

جـ)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}$

أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ، ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\dfrac{1}{3}$، عين نهايتها.

ب) عبر عن u_n بدلالة v_n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الرابع:(07 نقط)

f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني

I. عيّن الأعداد الحقيقية a، b ، c علما ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1 وان (C_f) يشمل النقطة $A(2;-e^2)$ ويقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل

II. نعتبر فيما يلي ان : $f(x)=\left(2x^2-7x+5\right)e^x$ المعرفة على $\mathbb{R}$.

1) أ- أثبت أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، ماذا تستنتج ؟

ب- أحسب $f'(x)$ ، ثمّ ادرس اتجاه تغيرات f و شكّل جدول تغيراتها

جـ- أكتب معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) أنشئ (C_f) والمماس (d).

3) بيّن أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=4e^x+2f'(x)-f''(x)$

إستنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

4)أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات : $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

في المجموعة $\mathbb{C}$ ، نعتبر كثير الحدود : $P(z) = z^3 - (1+i\sqrt{2})z^2 + (1+i\sqrt{2})z - i\sqrt{2}$

1-أ) بيّن أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه

ب) عيّن عددين حقيقيين a و b حتى يكون : $P(z) = (z - z_0)(z^2 + az + b)$

جـ) حل عندئذ في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$ وأكتب الحلول على الشكل الأسي.

2- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط A ، B و C ذات الواحق : $z_A = i\sqrt{2}$ ، $z_B = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $z_C = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ على التوالي .

أ) عين لاحقة النقطة G مرجح النقط A ، B و C والمرفقة بالمعاملات -3 ، $(1+\sqrt{6})$ و $(\sqrt{6}-1)$ على التوالي

ب) بين أن النقطة G مركز الدائرة بالمثلث ABC .

التمرين الثاني : :(04نقط)

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 وَ كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x = y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية $(x ، y)$ العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم بين أن : $P(X = 4) = \frac{5}{24}$ واحسب : $P(X \le 4)$

ب-عيّن قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\frac{209}{8}$

التمرين الثالث :(05 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 3n - 1$.

1) أحسب u_1 ، u_2 ، u_3.. ، ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \ge 3$ ، $u_n > 0$.

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \ge 4$ ، $u_n > 3n - 4$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

2) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 9n + 30$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول.

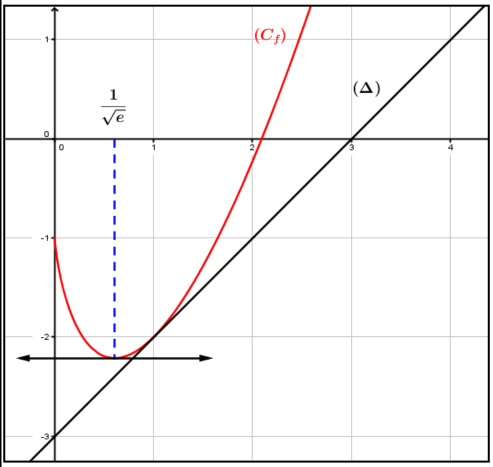
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 9\left[3\left(\frac{2}{3}\right)^n + n\right] - 30$.

4) نعتبر المتتالية الحسابية (w_n) ذات الأساس 9 وحدها الأول $w_0=-30$

ا) احسب بدلالة n المجموع $L_n=w_0+w_1+w_2+...+w_n$

ب)استنتج بدلالة n المجموع S_n المعرف من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)



الجزء الأول: g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x\ln x-x-1$ المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحنى (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1

1) بقراءة بيانية:

أ)حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ)، ب) شكل جدول تغيرات g .

2) أ) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2<\alpha<2{,}1$ و $g(\alpha)=0$ ، ب)إستنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x^2(\ln x-1)-x \;; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بين أن الدالة f مستمرة عند الصفر من اليمين

ب) بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x}=-1$ ، إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين .

2) أ)جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.ب) بين أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$ وشكل جدول تغيرات f

3) بين أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+\alpha}{2}\right)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=-x$

أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ) و (C_f) . ب) أنشئ (Δ) و (C_f) . نأخذ: $f(3{,}55)\simeq 0$

5) F الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\frac{x^3}{9}(3\ln x-4)$

أ) أحسب $F'(x)$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto x+f(x)$ على $]0;+\infty[$.

ب)بين أن مساحة حيز المحدد بـ(C_f) و(Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$ تساوي $A=\frac{e^3-4}{9}$

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ [الوحدة:2cm].

1.حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $\frac{z-4}{z}=i$ (يكتب الحل على الشكل الجبري).

2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$ (تكتب الحلول على الشكل الأسّي) .

3.لتكن النقط A، B، A'، D التي لواحقها على الترتيب: $a=2$، $b=4$، $a'=2i$، $d=2+2i$.

فسّر هندسيّا طويلة وعمدة $\frac{d-b}{d}$ واستنتج طبيعة المثلّث ODB.

4.لتكن النقطتان E و F اللّتان لاحقتاهما $e=1-i\sqrt{3}$ و $f=1+i\sqrt{3}$ على الترتيب.

ما طبيعة الرباعي $OEAF$؟علّل.

5.لتكن (C) الدائرة ذات المركز A و نصف القطر2، و (C') الدائرة ذات المركز A' و نصف القطر2، وليكن r الدوران الذي مركزهO و زاويته $+\frac{\pi}{2}$.

ا) E' إلى صورة النقطة E بالدوران r.عيّن e' لاحقة النقطة E'. ب) بيّن أنّ E'تنتمي إلى (C').

جـ) تحقّق أنّ: $e-d=(\sqrt{3}+2)(e'-d)$ ، واستنتج أنّ النقط E، E'، Dعلى استقامة واحدة.

6. لتكن D' صورة النقطة D بالدوران r؛ برهن أنّ المثلّث $EE'D'$ مثلّث قائم.

التمرين الثاني:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$؛ نعتبر النقط: $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ و $D(2;-2;-3)$و المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=3-6t \end{cases}$، و $t\in\mathbb{R}$

1)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .ثم بين أن (Δ)و (AB)ليسا من نفس المستوي.

2)(P) مستوي يوازي (Δ)و يشمل (AB) .

أ-بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$شعاع ناظمي للمستوي (P) ،ثم استنتج معادلة ديكارتية له

ب-بين أن المسافة بين نقطة كيفية Mمن (Δ)و المستوي (P)مستقلة عن موضع M.

1) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P).
بين أن المثلث ABC قائم في A، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD .

التمرين الثالث:(04 نقط) $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln U_1 + \ln U_5 = -12$ و $\ln U_2 - \ln U_4 = 4$

*عين أساسها وحدها الأول U_0، ثم أكتب U_n بدلالة n

* نضع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$ أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2) (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln U_n + \ln U_{n-1}$

* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

نضع $T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2 = 2^{2020}$

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

I -نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^x + 2$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا واحدا α حيث: $2.2 < \alpha < 2.3$ استنتج إشارة $g(x)$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{e^x + 2x}{e^x + 2}$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \dfrac{1 + 2xe^{-x}}{1 + 2e^{-x}}$ ثم احسب نهاية الدالة f عند $\pm\infty$

ب) جد $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - x)$، استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، محددا وضعية كل منهما و (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(e^x + 2)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) نقبل أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا واحدا β على المجال $]-0.4;-0.3[$.

• بين أن معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 هي: $y = x - \beta$.وبين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$.

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f) .

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\beta < u_n \le 1$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\ln(x+2)$ و الممثلة بمنحنيها (C)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (**الشكل في الورقة الملحقة**)

1) احسب $g(-1)$ ، بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير الدالة g

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=3$ وَ $u_{n+1}=g(u_n)$

أ) مثل الحدود u_3,u_2,u_1,u_0 مستعينا بـ(C)(**التمثيل على الورقة الملحقة في آخر الموضوع**)

ب) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعيn: $u_n \geq -1$

جـ) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، د) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، أحسب نهايتها

3)نعتبر المتتالية (v_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} v_0=0 \\ v_n=\ln\left[(u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)\right], n\geq 1 \end{cases}$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$ ، ب) إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

التمرين الثاني : :(05نقط)

نفترض أن لدينا ثلث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان سوداون يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X.ب-جد الأمل الرياضي لهذه اللعبة،هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين V(X) و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثالث:(05 نقط)

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-3;2;1)$، $B(1;4;-1)$، $C(-5;-2;3)$ ، $E(-5;0;-5)$ و المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي: $x=-2+3t$; $y=2+2t$ و $z=-3+2t$ حيث t وسيط حقيقي

1) عين طبيعة المثلث ABC .ثم أثبت أن مساحة المثلث ABC تساوي $2\sqrt{11}\ u.a$.

2) برهن أن $\overrightarrow{AE}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3) أ) بين أن المستقيم (D) يمر بالنقطة E ثم عين إحداثيات الشعاع $\overrightarrow{BE}$.

ب) استنتج وضعية المستقيم (D) والمستوي (ABC).

ج) عين تمثيلا وسيطيا للمسقط العمودي للمستقيم (D)على المستوي (ABC).

4) احسب حجم رباعي الوجوه $EABC$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بالشكل: $g(x)=ax+1+\ln(bx)$ حيث a و b من $\mathbb{R}_+^*$.

1) عين a و b بحيث يكون $g(1)=2$ و $g'(1)=2$

2)عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

3) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

4)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]0;1[$

باستعمال طريقة التنصيف جد حصرا للعدد α سعته 10^{-2}

4)حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(0)=0$ و من أجل كل $x\in D$ ، $f(x)=\dfrac{x\ln x}{x+1}$ واليكن (C) تمثيلها البياني

1) بين أن الدالة f مستمرة على $]0;+\infty[$.

2)هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0؟ فسر بيانيا النتيجة.

3)بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالةf.

4)أحسب نهاية الدالة f عند$+\infty$.ثم تحقق أن $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالةf.

5)(Γ)هو التمثيل البياني للدالة$x\mapsto\ln x$في المعلم السابق

*أدرس الأوضاع النسبية للمنحنين(C) و(Γ).

*أحسب النهاية: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$. وفسر بيانيا النتيجة.

6)أرسم المنحنيين (C) و(Γ).

خاصة بالتمرين1 الموضوع2