

الاختبار الثاني في مادة الرياضياتالتمرين الأول

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

II. نعتبر النقط H, A, B , لواحها على الترتيب هي : $z_A = 1+i$, $z_B = \overline{z_A}$, $z_C = 2z_B$, $z_H = 3$

أ. أكتب على الشكل المثلثي العدد z_A ثم احسب العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2019}$

ب. عين قيم العدد الطبيعي الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما .

ج. أحسب طولية و عمدة العدد المركب $\frac{z_C - 3}{z_A - 3}$ ثم استنتج طبيعة المثلث HAC.

د. لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z تحقق : $|iz - i - 1| = |z - 1 - i|$

I. ما طبيعة المجموعة (E) ؟ جد معادلة ديكارتية لها.

التمرين الثاني:

I. يحتوي صندوق على 4 كريات بيضاء و 3 سوداء لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا و في ان واحد 3 كريات

1. ما هو احتمال أن يكون عدد الكريات البيضاء المسحوبة أكبر من عدد الكريات السوداء المسحوبة

2. ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون علما أن عدد الكريات البيضاء المسحوبة أكبر من عدد الكريات السوداء

II. لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n$

نعتبر المتتاليتان (V_n) و (W_n) المعرفتان بـ : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$ و $W_n = 5^n U_n$

1. بين أن (V_n) متتالية هندسية. ثم أكتب V_n بدلالة n

2. بين أن (W_n) متتالية حسابية. ثم أكتب W_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+2)e^{x-1} - 1$

1. ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.20 < \alpha < 0.21$

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 3x^2(e^{x-1} - \frac{1}{2})$ ليكن (C_f) تمثيلها البياني

1. أحسب $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(1 - \ln 2)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = (3x)g(x)$. ثم ادرس تغيرات f

3. بين أن $f(\alpha) = \frac{-3\alpha^3}{2(\alpha+2)}$

4. نعتبر الدالة h المعرفة على $[0;1]$ بـ : $h(x) = \frac{-3x^3}{2(x+2)}$

أ. ادرس تغيرات الدالة h على $[0;1]$. ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب. أنشئ (C_f)

بالتوفيق

4. أ/ تحقق أن $f(x) = x + 1 - \ln(1 + e^x)$ واستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

5. نضع $\alpha = -\ln(e-1)$. أحسب $f(\alpha)$ و $f(-\alpha)$ ثم أعط تفسيراً هندسياً لهما.

6. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f)

7. نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بحددها الأول $U_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن $U_{n+1} = f(U_n)$

أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq U_n \leq -\alpha$ (α هو العدد المعرف في السؤال 3)

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : إذا كان $f(x) \geq x$ فإن $x \leq -\alpha$.

ج. بين أن المتتالية (U_n) متزايدة ومتقاربة ثم استنتج نهايتها.

الاختبار الأول في مادة الرياضياتالتمرين الأول

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x+1}}$ ، ول (C_f) تمثيلها الباني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f

(2) أ) برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x+1}} - 1 \right) = 1$. ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) .
ج) أنشئ (C_f) .

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln f(x)$

• استنتج اتجاه تغير الدالة g على $]-1; +\infty[$

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل عدد طبعي n : $U_{n+1} = 1 + \sqrt{U_n - 1}$

1. أ/ برهن التراجع أنه من أجل عدد طبعي n : فإن $1 < U_n < 2$

ب/ أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة

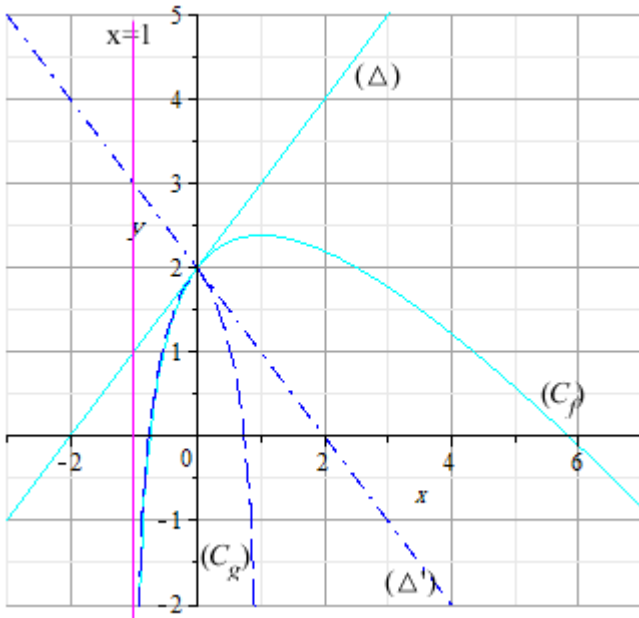
ج/ ماذا تستنتج ؟

2. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \ln(U_n - 1)$

• بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

• اكتب U_n بدلالة n . ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

بالتوفيق



(II) $g(x) = |x| + 2 + 2\ln(1-|x|)$ الدالة المعرفة بـ:

1. إثبات أن الدالة g زوجية على $D_g =]-1; 1[$:

$x = 0$ - مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للمركز ذو الفاصلة:
زوجية. 0.5..... g ، إذن الدالة $-g(-x) = g(x)$

2. تبين أن (C_g) يقبل مماسين متعامدين:

$y = x + 2$ معادلته (Δ) يقبل مماسا $[-1; 0]$ على (C_g) المجال

تقبل مماسا g إذن الدالة $[-1; 1]$ لكن الدالة زوجية على المجال

$a_{(\Delta)} = 1$ حيث: $y = -x + 2$ معادلته $[0; 1]$ على المجال (Δ')

01..... $(\Delta) \perp (\Delta')$ إذن: $aa' + 1 = 0$ و $a_{(\Delta')} = -1$

3. رسم المنحني (C_g) : لدينا: الدالة عبارة $g(x)$ هي:

$$\begin{cases} g(x) = -x + 2 + 2\ln(x+1) & x \in]-1; 0[\\ g(x) = x + 2 + 2\ln(-x+1) & x \in]0; 1[\end{cases}$$

، ثم نناظر (C_f) ينطبق على $[-1; 0]$: (C_g) ومنه على المجال

زوجية. 01..... g لأن الدالة $[0; 1]$ الرسم على المجال

جدول إشارة $f'(x)$:

x	$+\infty$	1	-1
$f'(x)$	$-$	0	$+$

متزايدة، f $x \in]-1; 1]$ إذن لما

متناقصة. 0.25..... f $x \in]-1; 1]$ ولما

جدول التغيرات: 0.75.....

x	$+\infty$	1	-1
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$1 + \ln 4$	$-\infty$

1. إثبات أن (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه 1:

$$\text{تكافئ: } f'(x_0) = 1 \text{ أي: } \frac{-x_0 + 1}{x_0 + 1} = 1, x_0 \in D$$

01..... $y = x + 2$ ، ومعادلة المماس هي: $x_0 = 0$ ومنه:

2. إثبات أن المستقيمت (Δ_λ) تشترك في نقطة واحدة:

$(y = 0)$ و $(x + 2 = 0)$ فيكون: $\lambda(x + 2) - y = 0$ لدينا:

$(y = 0)$ و $(x = -2)$ ومنه

01..... $B(-2; 0)$ إذن كل المستقيمت تشترك في النقطة

3. أ) تبين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة F .

الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما و $f(6) \times f(5) < 0$.

$\alpha \in]5; 6[$ و α تقبل حلا وحيدا $f(x) = 0$ إذن $(\alpha; 0)$ ح م ق م فإن:

0.5..... $F(\alpha; 0)$ يقطع محور الفواصل في النقطة (C_f) أي أن

؟ $[-1; 1]$ يقطع محور الفواصل على المجال (C_f) (ب) هل

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما

ولدينا: $f(1) = 2, 38$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ أي أن:

$$\left[\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \right] \times f(1) < 0$$

0.5..... $K(\beta; 0)$ يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة (C_f) إذن

4. إنشاء (C_f) و (Δ) : 01.....

بالتوفيق في بكالوريا 2016

($1; 1 + \ln(2)$) نقطة حدية كبرى $f(1) = 1 + \ln(2) \approx 2,38$

