

الاختبار الأول في مادة الرياضياتالتمرين الأول

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x+1}}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f

(2) أ) برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x+1}} - 1 \right) = 1$. ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) .
ج) أنشئ (C_f) .

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln f(x)$

• استنتج اتجاه تغير الدالة g على $]-1; +\infty[$

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $U_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 1 + \sqrt{U_n - 1}$

1. أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 2$.

ب/ أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة

ج/ ماذا تستنتج ؟

2. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = \ln(U_n - 1)$

• بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

• اكتب U_n بدلالة n . ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

I) الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + 2 + 2\ln(x + 1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

3. أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل (Δ) مماسا معامل توجيهه 1 ، يطلب كتابة معادلة له .

4. (Δ_λ) مستقيم معادلته $y = \lambda x + 2\lambda$ ، λ وسيط حقيقي .

- بين أنه مهما يكن λ من \mathbb{R} فإن (Δ_λ) يشمل نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثيتها .

5. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة F ذات الفاصلة α حيث : $5 < \alpha < 6$.

ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1; 0]$ ؟

6. أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1; 1[$ كما يلي : $g(x) = |x| + 2 + 2\ln(1 - |x|)$

1. أ) أثبت أن الدالة g زوجية .

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مماسين متعامدين يطلب تعيين معادلتيهما .

2. أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g باستعمال المنحنى (C_f) .

بالتوفيق

التمرين الثالث: (10ن)

(I) الدالة المعرّفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + 2 + 2\ln(x + 1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

2. بين أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f لا يقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل (Δ) مماسا معامل توجيهه 1، يطلب كتابة معادلة له.

5. (Δ_λ) مستقيم معادلته $y = \lambda x + 2\lambda$ ، λ وسيط حقيقي.

- بين أنه مهما يكن λ من \mathbb{R} فإن (Δ_λ) يشمل نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثيتها.

6. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة F ذات الفاصلة α حيث $5 < \alpha < 6$.

ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1; 1[$ ؟

7. أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1; 1[$ كما يلي: $g(x) = |x| + 2 + 2\ln(1 - |x|)$.

1. أ) أثبت أن الدالة g زوجية.

ت) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مماسين متعامدين يطلب تعيين معادلتيهما.

2. أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g باستعمال المنحنى (C_f) .

أساندة المادة: ماجي // سي محمر

بالتوفيق في بكالوريا 2016

ثانوية فارس بن مهل الشهبونية

تصحيح إختبار الفصل الثاني

مديرية التربية لولاية المديّة

سلطان 2680 مارس 06 يوم: الأحد

2015 - 2016

مادرياضي Π^2 تقني رياضي + Π^2 المستوى:

حل التمرين الثالث: (10 نقاط)

$$(I) f(x) = -x + 2 + 2\ln(x + 1)$$

1. تعيين النهايات عند حدود مجموعة التعريف :

• $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ (مع الطريقة) 0.5.....

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (مع الطريقة) 0.5.....

2. تبيان أن المنحني (C_f) لا يقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (-x) = +\infty$

مقاربا مائلا وإنما يقبل فرعا من (C_f) لا يقبل $+\infty$ إذن عند

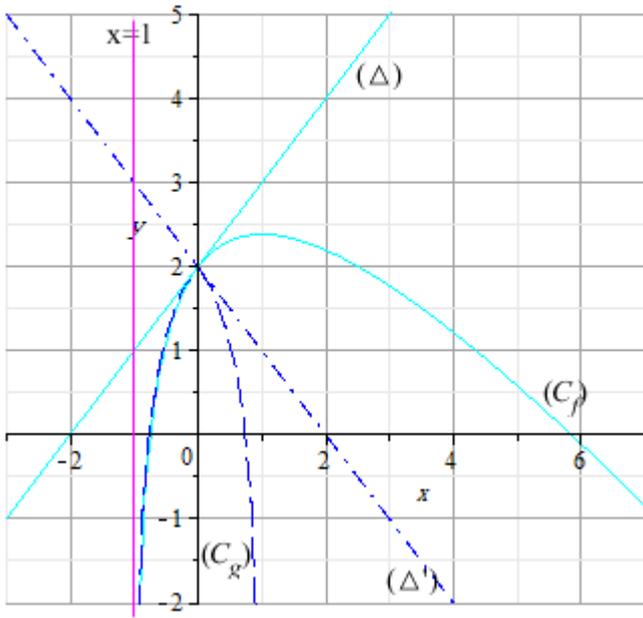
0.5..... $y = -x$ يقطع مكافئ بإتجاه المستقيم ذو المعادلة

3. دراسة إتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول التغيرات :

$$f'(x) = \frac{-x + 1}{x + 1}$$

الدالة f تقبل الإشتقاق على مجموعة تعريفها ويكون

01..... إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-x + 1)$ إشارة



(II) $g(x) = |x| + 2 + 2\ln(1 - |x|)$ الدالة المعرفة بـ: g

1. إثبات أن الدالة g زوجية على $D_g =]-1; 1[$:

$x = 0$ - مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للمركز ذو الفاصلة:

زوجية. $g(0.5) \dots \dots \dots$ ، إذن الدالة $g(x) = -g(-x)$

2. تبيان أن (C_g) يقبل مماسين متعامدين:

$y = x + 2$ معادلته (Δ) يقبل مماسا $]0; 1[$ على المجال

تقبل مماسا g إذن الدالة $]1; -1[$ لكن الدالة زوجية على المجال

$a_{(\Delta)} = 1$ حيث: $y = -x + 2$ معادلته $]1; 0[$ على المجال (Δ')

$01 \dots \dots \dots (\Delta) \perp (\Delta')$ إذن: $aa' + 1 = 0$ و $a_{(\Delta')} = -1$

3. رسم المنحني (C_g) : لدينا: الدالة عبارة $g(x)$ هي:

$$\begin{cases} g(x) = -x + 2 + 2\ln(x + 1) & x \in]-1; 0[\\ g(x) = x + 2 + 2\ln(-x + 1) & x \in]0; 1[\end{cases}$$

، ثم نناظر (C_f) ينطبق على $]0; 1[$ و (C_g) ومنه على المجال

زوجية. $01 \dots \dots \dots g$ لأن الدالة $]1; 0[$ الرسم على المجال

$f'(x)$ - جدول إشارة \square

$x \square$	$+\infty$	1	$-1 \square$
$f'(x) \square$	$-$	0	$+$

متزايدة، $f \in]-1; 1[$ إذن لما

متناقصة. $0.25 \dots \dots \dots f \in]-1; 1[$ ولما

● جدول التغيرات: $0.75 \dots \dots \dots$

$x \square$	$+\infty$	1	$-1 \square$
$f'(x) \square$	$-$	0	$+$
$f(x) \square$	$-\infty$	$1 + \ln 4 \square$	$-\infty \square$

4. إثبات أن (C_f) يقبل مماسا معاملا توجيهه 1 :

$$\frac{-x_0 + 1}{x_0 + 1} = 1, x_0 \in D \text{ تكافئ: } f'(x_0) = 1 \text{ أي:}$$

01 $y = x + 2$ ، ومعادلة المماس هي: $x_0 = 0$ ومنه:

5. إثبات أن المستقيمتان (Δ_λ) تشتركان في نقطة واحدة:

$(y = 0)$ و $(x + 2 = 0)$ فيكون: $\lambda(x + 2) - y = 0$ لدينا:

$(y = 0)$ و $(x = -2)$ ومنه

01 $B(-2; 0)$ إذن كل المستقيمتان تشتركان في النقطة

6. أ) تبيان أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة F .

● الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما و $f(6) \times f(5) < 0$.

$\alpha \in]5; 6[$ و α تقبل حلا وحيدا $f(x) = 0$ إذن $(\alpha; 0)$ ح م ق م فإن:

0.5 $F(\alpha; 0)$ يقطع محور الفواصل في النقطة (C_f) أي أن

؟ $]1; -1[$ يقطع محور الفواصل على المجال (C_f) هل

● الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما

● ولدينا: $f(1) = 2, 38$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ أي أن:

$$\left[\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \right] \times f(1) < 0$$

0.5 $K(\beta; 0)$ يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة (C_f) إذن

7. إنشاء (C_f) و (Δ) : $01 \dots \dots \dots$

بالتوفيق في بكالوريا 2016

($1; 1 + \ln(2)$) نقطة حدية كبرى $f(1) = 1 + \ln(2) \approx 2,38$

