الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z-i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C من المستوي التي لواحقها على

$$\text{الترتيب } z_C = i, z_B = \sqrt{3} - i, z_A = \sqrt{3} + i$$

أ- اكتب العدد $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسّي.

ب- استنتج قياسا للزاوية $(\vec{OB}; \vec{OA})$ وطبيعة المثلث OAB

3- نعتبر (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z-i = \sqrt{3}e^{i\theta}$ مع θ عدد حقيقي يسمح $\mathbb{R}$.

أ. احسب $|z-i|$ ثم بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E)

ب. عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة.

التمرين الثاني:

يحتوي وعاء على ثلاث قريصات زرقاء تحمل الأرقام 1; 5; 5 و أربع قريصات حمراء تحمل الأرقام 2; 2; 3; 3 وكل القريصات متماثلة ولا نميز بينها باللمس. نسحب عشوائيا قريصتين في آن واحد من الوعاء.

1/ احسب احتمال الحوادث التالية:

A: " سحب قريصتين مختلفتين في اللون "

B: " احدى القريصات تحمل رقم فردي "

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الظاهرين على القريصتان.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ثم احسب قانون احتمالته.

ب- احسب الأمل الرياضي $E(x)$

3/ نضيف إلى الوعاء $(n-4)$ قريصة حمراء

- عين قيمة n حتى يكون $P(A) = \frac{1}{2}$

التمرين الثالث:

1. نعتبر g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = x^2 + 2\ln(x)$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.2 < \alpha < 1.5$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

11. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = x + 2 - \frac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2- أ. بين أن المنحنى (C_f) يقبل في جوار $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب. ادرس إشارة $f(x) - (x + 2)$ ثم استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

3- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x) - 2}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أ- بين أن $f(\alpha) = 2\alpha + 2 - \frac{2}{\alpha}$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$ (بتقريب 10^{-2})

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

5- أنشئ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة.

111. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن الدالة h زوجية.

2- أنشئ في المعلم السابق المنحنى (C_h) .