اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1/ نعتبر (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $\begin{cases} U_1 = e^2 \\ U_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{U_n} \end{cases}$

أ. أحسب U_2 و U_3.

ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن: $U_n \succ \frac{1}{e}$

ج. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $\frac{U_{n+1}}{U_n} \prec 1$ واستنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2/ نعتبر (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $V_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln(U_n)$

أ. أثبت أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب. عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج أن: $U_n = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$

ج. احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

التمرين الثاني:

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2x+1)e^x - 1$

1-ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2- احسب $g(0)$ ثم حدد إشارة g على $\mathbb{R}$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = x(1-e^x)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1-احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2- أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) - x = xe^x(e^x - 2)$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$

4- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

5- أنشئ في المعلم $(o;\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[\cup]-\infty;-2[$ بـ: $h(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1- احسب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا.

2- أ. بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_h)

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_h) بالنسبة إلى المستقيم (D)

3- بين أن النقطة $A\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_h)

4- أ. بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[\cup]-\infty;-2[$: $h'(x)=\frac{x^2+3x}{(x+1)(x+2)}$

ب.استنتج جدول تغيرات الدالة h .

5- بين أنه يوجد مماسين للمنحنى (C_h) معامل توجيه كل منهما هو $\frac{2}{3}$ واكتب معادلتيهما.

6- أنشئ المنحنى (C_h) والمستقيم (D)

7- نعتبر من أجل m عدد حقيقي موجب تماما المعادلة: $2\ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right)=x+1$

أ. بين أن حل المعادلة $2\ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right)=x+1$ يؤول إلى حل المعادلة $h(x)=2\ln(m)$

ب. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $2\ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right)=x+1$