

التمرين الأول: (04 ن)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على IN^* كمايلي : $U_1 = \frac{2}{3}$ و $U_{n+1} = \frac{2n+2}{3n}U_n$

نضع من أجل كل n من IN^* : $V_n = \frac{1}{n}U_n$.

(1) أحسب U_2 ، U_3 .

(2) بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(3) أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

(4) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = \frac{U_1}{1} + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_n}{n}$.

التمرين الثاني: (06 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ ثم اكتب الحلول على الشكل المثلثي.

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب :

$$L = \frac{(1-i)z_B}{z_C} \text{ حيث : } z_C = \overline{z_B} , z_B = \sqrt{3} + i , z_A = 2i$$

أ* أكتب العدد L على الشكل الأسّي ، ثم أحسب L^{2016} .

ب* عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد L^n تخيلي صرف.

(3) أ* بين أنه يوجد دوران r مركزه B ويحول A إلى C ، يطلب تعيين زاويته.

ب* استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته .

(4) أ* عين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ حقيقي موجب.

ب* عين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $z = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث: (10 ن)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x + 2x - 7$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

2. أحسب $g'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

3. أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم أنجز جدول تغيراتها.

4. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.94 \leq \alpha \leq 0.941$.

5. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أدرس إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. أحسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أنّ $f'(x)$ و $g(x)$ لهما نفس الإشارة.
4. أنجز جدول تغيرات الدالة f .
5. f' أثبت أنّ: $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$
- ب- أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right]$ بـ: $h(x) = \frac{(2x-5)^2}{2x-7}$
- ج- استنتج انطلاقاً من حصر α ، حصرًا بتقريب إلى 0.01 للعدد $f(\alpha)$.
6. بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x - 5$ كمستقيم مقارب مائل عند $+\infty$.
7. حدد الوضعية النسبية لـ (C_f) و (D) .
8. أنشئ (C_f) و (D) .

بالتوفيق