Ackoff

información que polariza

PROGRAMACIÓN LINEAL

¿QUÉ ES?
¿ME SERÁ ÚTIL?

MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

APLICACIONES &
CARACTERÍSTICAS

¡Incluye datos interesantes de la programación lineal!

Contenidos

PROGRAMACIÓN LINEAL

Descubre qué es y cuándo es conveniente usar esta técnica

PLANEACIÓN DE PRODUCCIÓN

Sácale provecho a la materia prima y aumenta tus ganancias

DIETAS

¿Buscas equilibrar tu alimentación sin gastar de más?

MEZCLAS

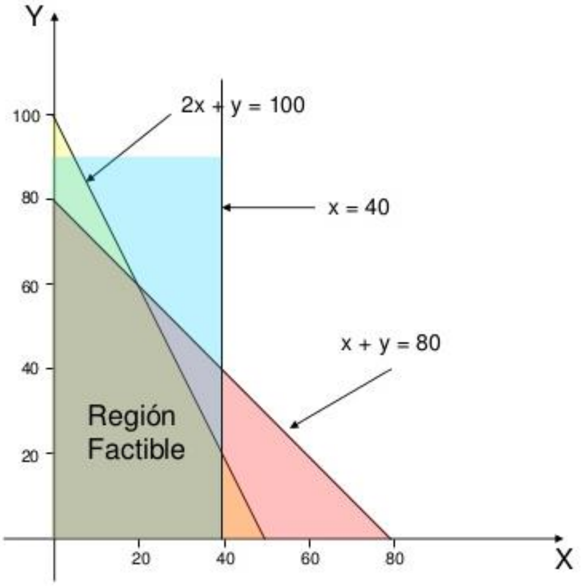
Maneja dos variables de decisión

TIPO MOCHILA

Decide si llevas o no ese artículo en tu mochila

REFERENCIAS

URL de sitios con información e imágenes interesantes



PROGRAMACIÓN LINEAL

Solucionar problemas de maximización o minimización de una función lineal con restricciones lineales

Región factible.
Todos los puntos que cumplen todas las restricciones.

Solución óptima.
Punto de la región factible con el que se obtiene el valor máximo o mínimo de la función objetivo.

Sus elementos son

Función objetivo.
Minimizar o maximizar alguna función lineal

Restricciones.
Limitan el modelo

Restricciones de NO negatividad

VENTAJAS

- ✓ Permiten una identificación rápida de las expectativas esperadas.
- ✓ Puedes usarlos sin muchos riesgos y sin necesidad de gastar dinero y tiempo en situaciones reales

DESVENTAJAS

- × Una mala interpretación arroja resultados erróneos.
- × La recolección de datos puede ser costosa y complicada.
- × Si se realizan mal los cálculos o la recolección de datos los resultados serán incorrectos.

Dentro de la programación lineal (p.l.) existen diferentes tipos de planteamientos, cada uno es adecuado para una estructura de problema específica.

A continuación, te enseñaré a plantear y a resolver los 6 tipos de planteamiento más interesantes.

Seguiremos los siguientes pasos para plantear el modelo:

1. Definir las ***VARIABLES DE DECISIÓN***
2. Plantear la ***FUNCIÓN OBJETIVO***
3. Establecer ***RESTRICCIONES***

Maximizar función objetivo (ganancias)

Al menos una restricción debe ser <=

Las variables representan el # de unidades a producir de un bien

Las restricciones son la materia prima o la mano de obra

1. PLANEACIÓN DE PRODUCCIÓN

Es útil para situaciones en las que se busca satisfacer una demanda y aprovechar al máximo los recursos como la materia prima o la mano de obra. Analiza el siguiente caso:

Tienda Departamental "*El Clarín*"

Imagina que Juan es un emprendedor que fabrica camisas para caballero y blusas para dama. El proceso de ***PRODUCCIÓN*** incluye el corte, la costura y el empaque. Contrató a 25 trabajadores en el depto. de corte, 35 en el de costura y 5 en el de empaque. Su fábrica trabaja un turno de 8 horas, 5 días a la semana y la siguiente tabla muestra cuánto tiempo se invierte y la ganancia de las dos prendas:

Tiempo de producción (minutos por unidad)

Producto	**Corte**	**Costura**	**Empaque**	**Utilidad unitaria**
Camisas	20	70	12	$8
Blusas	60	60	4	$12

Planteemos el modelo para maximizar sus ganancias…

- La variable de decisión está dada por el número de prendas a producir de cada tipo ya que nos interesa saber cuántas fabricar para tener una mayor ganancia sin agotar las horas de trabajo.

$$x_i = \#\ prendas\ a\ producir\ del\ tipo\ i\ (camisa, blusa)$$

- Nuestra función objetivo representa las ganancias que deja cada prenda por lo tanto se maximiza.

$$Max\ z = 8x_i + 12x_2$$

- Las restricciones corresponden al número de horas que tarda cada departamento en producir una prenda

$20x_i + 60x_2 \leq 25(8)(5)(60)$ -> departamento de corte

$70x_i + 60x_2 \leq 35(8)(5)(60)$ -> departamento de costura

$12x_i + 4x_2 \leq 5(8)(5)(60)$ -> departamento de empaque

JSimplex: Programa para Resolver problemas de Programación Lineal.

Una vez planteado el problema lo resolví mediante la herramienta online que está en el link de arriba y obtuve los siguientes resultados los cuales se interpretan así:

$x_1 = 480$ $x_2 = 840$	Nos indica que se deben producir 480 camisas y 840 blusas para cumplir con las restricciones y obtener la mayor ganancia posible.
$Z = 13920$	Nos indica la ganancia máxima $13,920.
$s_1 = 0$ $s_2 = 0$ $s_3 = 2880$	Indica que se agotaron las horas del depto. 1 (corte) y del depto. 2 (costura) pero sobraron 2,880 horas en el depto. 3 (empaque).

Te presento otro problema que se resuelve con el planteamiento de ***PLANEACIÓN DE PRODUCCIÓN*** para que observes las características de la estructura del problema y te des cuenta de que ésta define el modelo a usar para resolverlo.

Vidriería "*Dínamos*"

La vidriería Dínamos tiene solo tres empleados que hacen dos tipos de ventanas a mano: con marco de madera y con marco de aluminio. Ganan $60 por cada ventana con marco de madera y de $30 por cada una con marco de aluminio. Doug hace marcos de madera y puede terminar 6 al día. Linda hace 4 marcos de aluminio por día. Bob forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies cuadrados de vidrio por día. Cada ventana con marco de madera usa 6 pies cuadrados de vidrio y cada una de aluminio 8 pies cuadrados. Vamos a plantear el modelo…

Nuestras variables de decisión son el número de ventanas a producir con marco de madera y con marco de aluminio:

$$x_i = \#\ de\ ventanas\ a\ producir\ con\ marco\ del\ tipo\ i(madera, aluminio)$$

La función objetivo representa las ganancias al producir x_1 ventanas con marco de madera y x_2 ventanas con marco de aluminio:

$$Max\ z = 60x_4 + 30x_2$$

Las restricciones están definidas para el número máximo de ventanas que puede producir cada empleado:

$x_1 \leq 6$ -> ventanas hechas por Doug

$x_2 \leq 4$ -> ventanas hechas por Linda

$6x_1 + 8x_2 \leq 48$ -> metros cuadrados que puede hacer Bob al día

JSimplex: Programa para Resolver problemas de Programación Lineal.

Una vez planteado el problema lo resolví mediante la herramienta online que está en el link de arriba y obtuve los siguientes resultados los cuales se interpretan así:

x_1=6 $x_2 = 1.5$	Nos indica la ganancia máxima que se deben producir 6 ventanas con marco de madera y 1.5 ventanas con marco de aluminio para no agotar la materia prima.
$s_1 = 0$ $s_2 = 2.5$ $s_3 = 0$	No sobran marcos de madera ni metros cuadrados de vidrio, pero sí quedan 2.5 marcos de aluminio.
Z = 405	Indica la ganancia máxima (produciendo el número de ventanas obtenido en los primero cálculos)

¿Sabías que...

La Programación Lineal surgió en la Segunda Guerra Mundial…

… necesitaban reducir costos del ejército y aumentar las pérdidas del enemigo.

George B. Dantzig, precursor de la Programación Lineal se encontraba estudiando en la Universidad de Berkeley cuando resolvió dos problemas que ni siquiera su profesor había podido resolver antes. Era un poco distraído, ¡pensó que era parte de su tarea diaria!

Sin duda Dantzig poseía un gran pensamiento matemático…

… o tal vez sólo logró hacerlo ya que nadie le dijo que fuera difícil.

CONOCE MÁS ACERCA DE
LOS PRECURSORES
DE LA
PROGRAMACIÓN LINEAL

Gaspard Monge

(1746 - 1818)

L. V. Kantorovich

(1912 - 1986)

George Bernard Dantzig

(1914 – 2005)

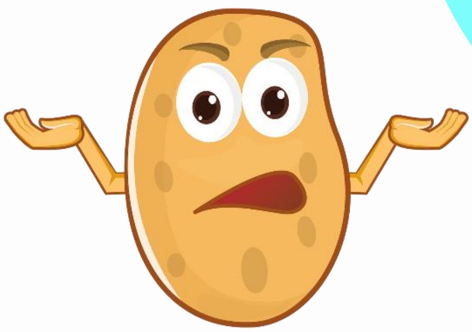
2. DIETAS

Como su nombre dice, se utiliza para medir la porción de alimento que se debe ingerir para satisfacer ciertas restricciones como ¿cuántas proteínas debo ingerir para cumplir con los requerimientos mínimos de nutrientes sin gastar de más?

Minimizar función objetivo

Al menos una restricción >=

Variable de decisión: cantidades de alimento



Restricciones: requerimientos en nutrientes

Carne con papas.

A Pablo le encanta la carne con papas, por eso decidió hacer una dieta continua de sólo estos dos alimentos. Pablo sabe que no es la dieta más sana y quiere asegurarse de que <u>*CONSUME*</u> las cantidades adecuadas de los dos alimentos para satisfacer los requerimientos nutricionales. Cuenta con la siguiente información nutricional y de costos:

Ingrediente	gr/porción res	gr/porción papas	Requerimiento diario (gr)
Carbohidratos	5	15	50 (por lo menos)
Proteínas	20	5	40 (por lo menos)
Grasa	15	2	60 (a lo más)
Costo por porción	$4	$2	

Planteemos el modelo…

La variable de decisión está dada por la porción de alimento a ingerir del tipo i ya que nos interesa saber qué porción debemos comer para satisfacer requerimientos sin aumentar costos.

$$x_i = porción\ de\ alimento\ del\ tipo\ i(res, papas)$$

La función objetivo representa costos por lo que minimizamos:

$$Mín\ z = 4 + 2x_2$$

Las restricciones son la cantidad de nutrientes que requiere la alimentación balanceada proporcionada en la tabla del ejemplo

$5x_i + 15x_2 \geq 50$ - > carbohidratos

$20x_i + 5x_2 \geq 40$ -> Proteínas

$15x_i + 2x_2 \geq 60$ -> Grasas

[JSimplex: Programa para Resolver problemas de Programación Lineal.]

Una vez planteado el problema lo resolví mediante la herramienta online que está en el link de arriba y obtuve los siguientes resultados los cuales se interpretan así:

$x_1 = 1.27$ $x_2 = 2.91$	$Z = 10.91$	$s_1 = 0$ $s_2 = 0$ $s_3 = 35.09$
Lo cual nos indica que se deben consumir 1.27 gr de res y 2.91 gr de papas para cumplir con los requisitos de nutrientes.	Nos indica que gastaremos $10.91 para cumplir con los requisitos.	Indica que se cumplieron los requerimientos de carbohidratos y proteínas. Por su parte, las grasas quedaron 35.09 gr por debajo de lo requerido.

De nuevo te presento el ***PLANTEAMIENTO DE DIETAS*** para que te quede muy clara su estructura:

Almuerzo en el kinder.

Mi tía tiene un kínder y quiere mantener sus costos bajos para el almuerzo de los niños, pero también deben cumplir con los requerimientos nutritivos para ellos. Ya decidió darles sándwiches de mermelada junto con leche y jugo de naranja. El contenido nutritivo de cada alimento y su costo se da en la siguiente tabla:

Ingrediente	Calorías totales	Vitamina C (mg)	Costo (centavos)
Pan (1 rebanada)	70	0	5
Mermelada (1 cucharada)	50	3	7
Leche (1 taza)	150	2	15
Jugo (1 taza)	100	120	35

Los requerimientos nutritivos son los siguientes: Cada niño debe recibir de 400 a 600 calorías totales y al menos 60 mg de vitamina C. Todavía más, por razones prácticas, cada niño necesita justo 2 rebanas de pan para el sándwich y al menos una taza de líquido (leche y/o jugo de naranja). Planteemos el modelo…

Nuestras variables de decisión representan la cantidad de alimento a dar a cada niño para minimizar los costos y cumplir con los requerimientos de nutrientes:

$$x_i = cantidad\ de\ alimento\ del\ tipo\ i(pan, mermelada, leche, jugo) a\ darle\ a\ cada\ niño$$

La función objetivo representa los costos de los alimentos, ¡mi tía quiere ahorrar! entonces minimicemos la función:

$$Min\ z = 5x_1 + 7x_2 + 15x_3 + 35x_4$$

Las restricciones representan los nutrientes que se requieren:

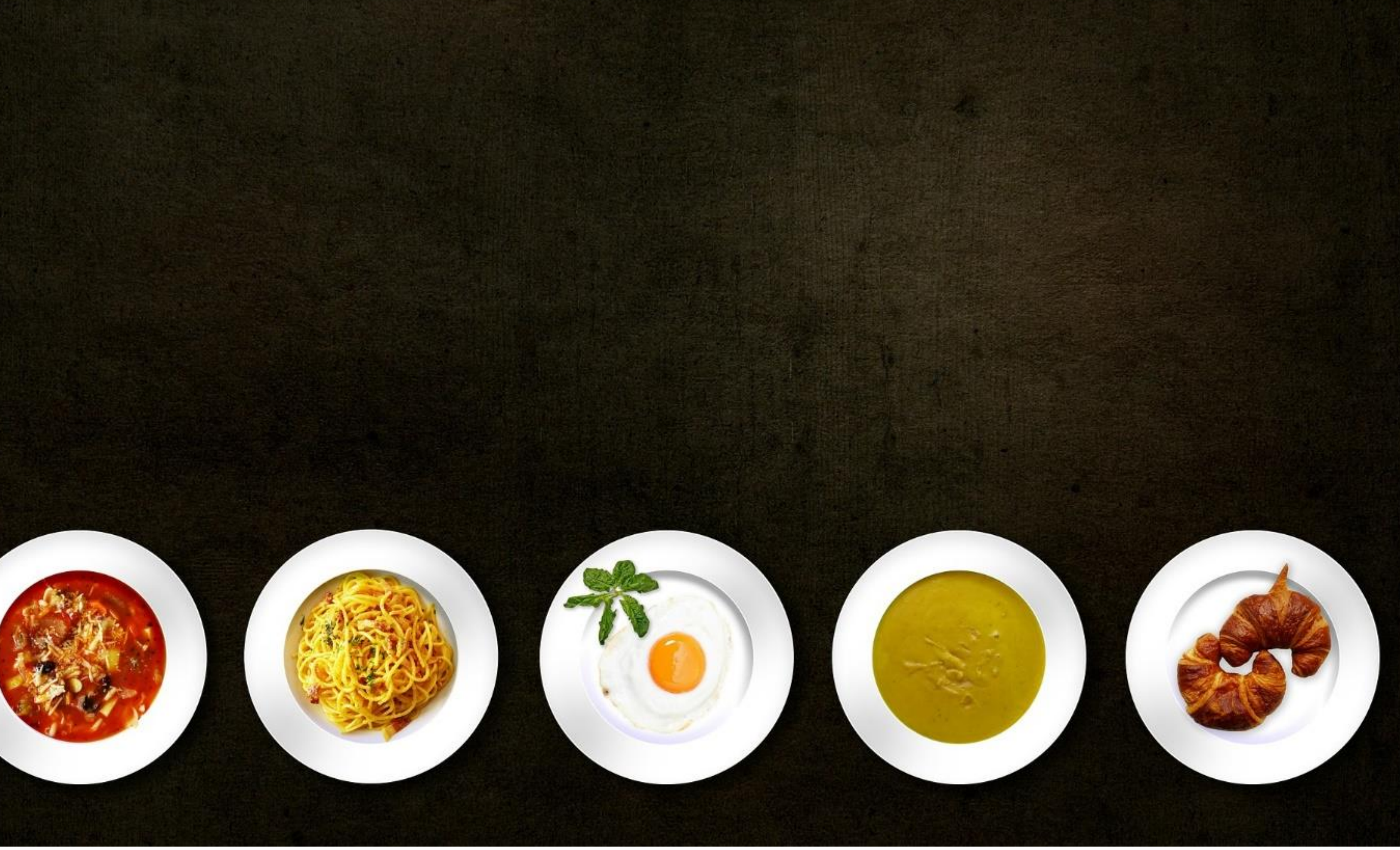
$70x_1 + 50x_2 + 150x_3 + 100x_4 \geq 400$ -> Calorías totales

$70x_1 + 50x_2 + 150x_3 + 100x_4 \leq 600$ -> Calorías totales

$3x_2 + 2x_3 + 120x_4 \geq 60$ -> Vitamina C

$x_1 = 2$ -> Pan

$x_3 + x_4 \geq 1$ -> Líquidos (Agua y Jugo)

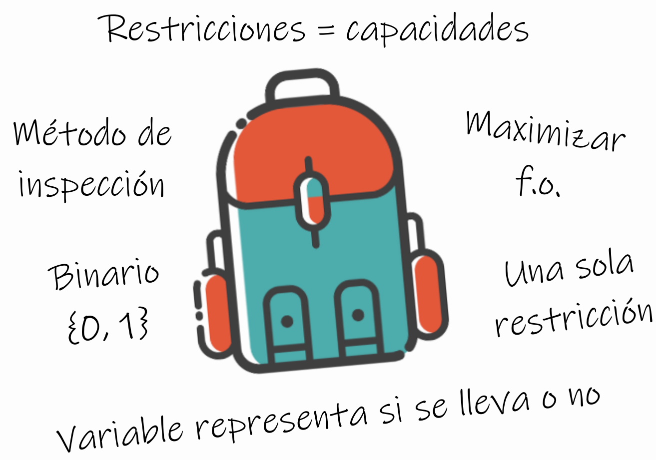


[JSimplex: Programa para Resolver problemas de Programación Lineal.](#)

Una vez planteado el problema lo resolví mediante la herramienta online que está en el link de arriba y obtuve los siguientes resultados los cuales se interpretan así:

$x_1 = 2$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1.42$ $x_4 = 0.48$	$s_1 = 0$ $s_2 = 200$ $s_3 = 0$ $s_4 = 0.89$	$z = 47.91$
Lo cual nos indica que se debe dar a los niños 2 rebanadas de pan, 0 gr de mermelada, 1.42 tazas de leche y 0.48 tazas de jugo. … al parecer sólo comerán pan :(	Esto nos indica que no sobraría pan ni leche, pero sí sobrarían 200 gr de mermelada y 0.89 gr tazas de jugo.	Esto ya sabemos que significa el costo por alimentar a los niños del kínder de mi tía.

3. Planteamiento Tipo Mochila



¿Te vas de campamento, pero no puedes cargar con todo lo que te gustaría? ¿Quieres saber qué te conviene llevar de acuerdo con su peso? Este planteamiento es lo que estabas buscando y te voy a enseñar a usarlo.

Tu día de camping

Imagina que quieres salir de campamento y tienes 5 artículos que quieres llevar contigo, pero el peso total sobrepasa las 60 libras máximas que el doctor te recomendó cargar. Para ayudarte a decidir ordenaste los artículos de manera ascendente por importancia en la sig. tabla:

Artículo	1	2	3	4	5
Peso (libras)	52	23	35	17	5
Valor	100	60	55	55	20

Ahora te ayudaré a plantear el modelo lineal con el que sabrás qué artículos deberás llevar para maximizar el valor total sin sobrepasar el peso indicado por tu doctor.

La variable de decisión es binaria y se representa así:

$$x_i \begin{cases} 1 & llevar\ artículo\ i(1{,}5) \\ 0 & no\ llevarlo \end{cases}$$

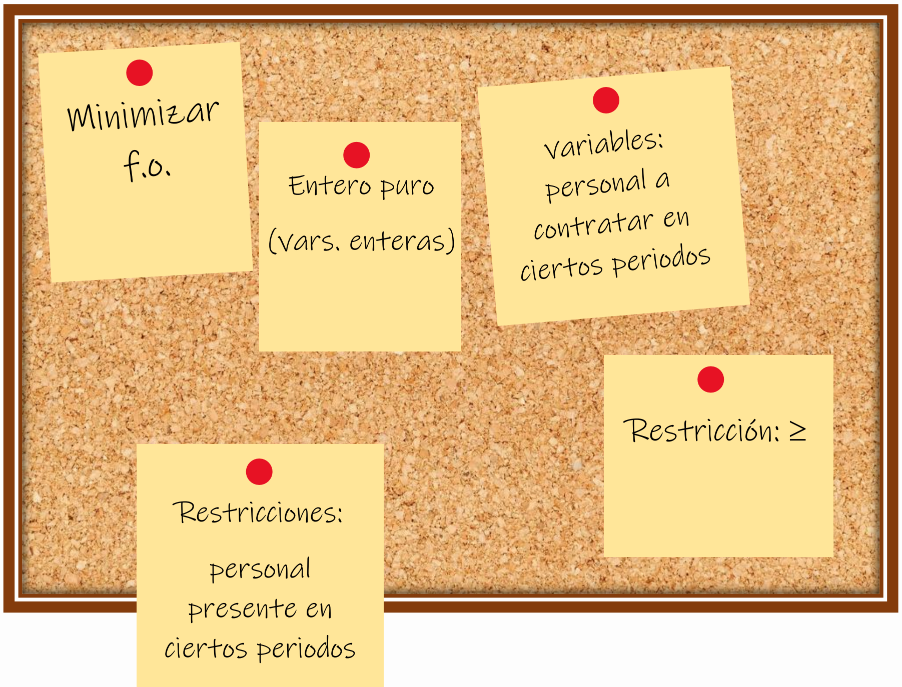
El objetivo es minimizar el peso que cargarás así que la función objetivo quedará así:

$$Min\ z = 100x_i + 60x_2 + 55x_3 + 55x_4 + 20x_5$$

Las restricciones a las que estará sujeto este planteamiento es una sola y es el peso máximo:

$$52x_1 + 23x_2 + 35x_3 + 17x_4 + 5x_5 \leq 60$$

4. Planteamiento de Horarios



Imagina que eres dueño de un centro de cómputo y quieres programar los horarios óptimos para que todos trabajen igual.

El horario de trabajo en tu tienda

Tu centro de cómputo abre a las 8 de la mañana y cierra a las 12 de la noche, analizas y determinas los sigs. números de asesores necesarios:

Horario	Número de empleados necesarios
8am- 12pm	4
12pm-4 pm	8
4pm- 8pm	10
8pm-12 pm	6

Puedes contratar dos tipos de asesores: de tiempo completo y de tiempo parcial. Los primeros trabajan 8 horas consecutivas: matutino (8am-4pm), vespertino (12 pm-8 pm) y nocturno (4pm-12 am) y ganan $14 por hora. Los asesores de tiempo parcial pueden trabajar cualquiera de los cuatro turnos enumerados en la tabla y ganan $12 por hora. Plantear modelo.

Las variables de decisión están dadas por los trabajadores a contratar:

$$x_i = \#\ trabajadores\ a\ contratar\ de\ tiempo\ completo\ i = 1{,}3$$

$$y_i = \#\ trabajadores\ a\ contratar\ de\ medio\ tiempo\ j = 1{,}4$$

La función objetivo se minimiza:

$$Min\ z = (14 * 8)(x_1 + x_2 + x_3) + (12 * 8)(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)$$

y las restricciones son las siguientes:

$$x_1 + y_1 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 + y_2 \geq 8$$

$$x_2 + x_3 + y_3 \geq 10$$

$$x_3 + y_4 \geq 6$$

CLASIFICACIÓN DE PLANTEAMIENTOS

ACKOFF

información que polariza

En la siguiente tabla se enumeran los **tipos de planteamientos** y sus respectivas **características.**

Planteamiento	*Características*
Planeación de Producción	Se analiza lo que se quiere producir y se toma como variable de decisión, la función objetivo es maximizar las ganancias con las restricciones de materia prima y/o mano de obra.
Dietas	Se busca minimizar costos y las variables de decisión son cantidades de alimentos, las restricciones suelen ser requerimientos en nutrientes.
Mezclas	Se utilizar dos o más variables de decisión, se puede utilizar doble subíndice y se mezclan dos elementos en la definición de la variable.
Mochila	Método binario de inspección, sirve para elegir un conjunto de artículos dependiendo de la capacidad que se usa como restricción, se maximiza la función objetivo y la variable representa si se lleva o no.
Horarios	Consiste en minimizar la función objetivo, las variables representan personal a contratar en determinados periodos los cuales son tomados como restricciones.
Asignación	Modelo binario mixto, cuenta con dos conjuntos de restricciones y la función objetivo es maximizada, las restricciones son de 1 a 1.
Transporte	Se llama así ya que muchos problemas involucran determinar una manera óptima de transportar bienes. El objetivo es determinar la cantidad de bienes que se envían de cada fuente a cada destino. La función objetivo se minimiza ya que se refiere al costo total de transporte y se tienen dos conjuntos de restricciones: oferta y demanda.
Cobertura de Conjuntos	Modelo binario el cual se plantea con imágenes, hace referencia a la ubicación de algún artículo cubriendo la mayor cantidad de espacio.
Asignación de Capital con Horizonte	Binario, la variable representa si debemos invertir o no y las restricciones son las capacidades financieras en cada periodo.
Proceso de Producción	Similar a la planeación de producción sólo que las restricciones incluyen el proceso de producción.
Inventarios	Se utiliza doble subíndice en las variables de decisión las cuales son el producto del inventario, se busca minimizar el costo de almacenaje. Las restricciones indican la demanda y el inventario que se tiene en cada periodo.

REFERENCIAS

INFORMACIÓN

Padilla, G. (2011). Apuntes Digitales, Licenciatura en Informática. Septiembre 02, 2018, de UNAM Facultad de Contaduría y Adminitración Sitio web: http://fcasua.contad.unam.mx/apuntes/interiores/docs/2011/informatica/2/matematicas_ii.pdfhttp://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/21824/7/Programaci%C3%B3n%20lineal.pdf

Man, S. W. (2016). Programación Lineal. Septiembre 02, 2018, de PICKTOCHART Sitio web: https://create.piktochart.com/output/17931364-programacion-lineal

Martínez L. A. (2012). Clasificación de planteamientos. Septiembre 02, 2018, de Sites Google Sitio web: https://sites.google.com/site/optimizacionlineal2404/clasificacion-de-planteamientos

IMÁGENES

S.A. (S.A). 1.3 Programación Lineal. Septiembre 02, 2018, de Sites Google Sitio web: https://sites.google.com/site/fundamentosdelcalculo201701/temario/programacion-lineal-funcion-objetivo-y-region-factible

Conde, P & Mollá, J. (2016). Ventajas y desventajas de la tecnología 3D. Septiembre 02, 2018, de BIO3D Sitio web: https://tecnologia3dblog.wordpress.com/2016/12/12/ventajas-y-desventajas-de-la-tecnologia-3d/

S.A. (2013). Imágenes y dibujos para imprimir. Septiembre 02, 2018, de IMÁGENES Y DIBUJOS PARA IMPRIMIR Sitio web: https://www.imagenesydibujosparaimprimir.com/2013/06/hojas-cuadriculadas-para-imprimir.html

Marín, J. (2017). JSimplex: Programa para Resolver problemas de Programación Lineal. Septiembre 02, 2018, de Ingeniería Industrial Sitio web: http://ingenieria-industrial.net/software/jsimplex

Las imágenes no referenciadas fueron recuperadas en Septiembre 02, 2018 de http://www.pixabay.com

Autor

· Margarita Medel
· Estudiante MAC
· Optimización I

Soy Margarita y estudio la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Computación (MAC) en la Facultad de Estudios Superiores Acatlán. Actualmente curso la asignatura de Optimización I de quinto semestre.

Puedes conocer más de mi trabajo para Optimización I en el sitio https://optimizacionimac.site123.me/


Ackoff
información que polariza
FIRE
FIRE
FIRE
PUSH IN
PULL DOWN